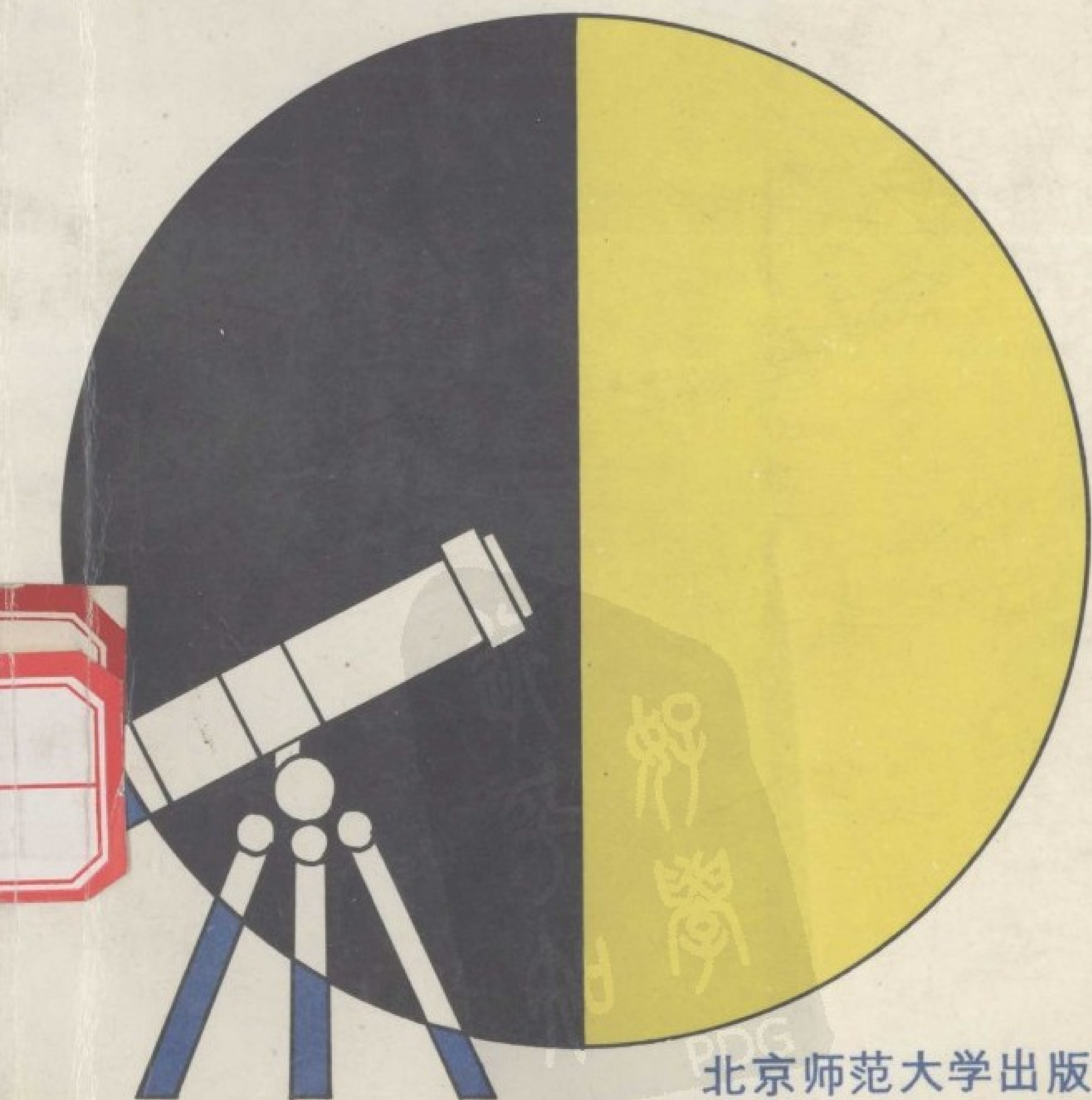
球面天文学

马文章



北京师范大学出版社

责任编辑　李桂福
封面设计　甘　莉

北京师范大学出版社
资助出版著作

ISBN 7-303-03179-8/P・5
定价：9.75元

球面天文学

马文章　编著



北京师范大学出版社

球面天文学
马文章　编著
北京师范大学出版社出版发行
(100875 北京新街口外大街 19 号)
北京师范大学印刷厂印刷　全国新华书店经销
开本:850×1168　1/32　印张:9.25　字数:224 千
1995 年 11 月北京第 1 版　1995 年 11 月北京第 1 次印刷
印数:1—1 000 册
定价:9.75 元

内容提要

本书是根据编著者在北京师范大学天文系授课时的讲义改编而成的.全书共10章,系统地介绍了球面天文学的基本原理和方法、影响天体位置的诸种因素和改正公式.书中采用矢量运算、坐标转换等方法并引进了相对论时空观及有关公式.

本书可作为高等学校天文系教材,也可供天文大地测量学、天文导航学、天文学各分支学科的师生和科技工作者参考.

前　　言

本书是根据编著者在北京师范大学为天文系学生讲授《球面天文学》的讲义改编而成的. 它系统地介绍了引起天体位置变化的诸种因素及其归算方法. 比较全面地介绍了球面天文学的基本内容、原理和方法.

球面天文学是天文学和相关学科的基础理论. 根据球面天文学理论所导出的天体位置计算方法在天文学、天文导航学、测地学等方面具有实用价值.

国际天文学协会(IAU)决定：从 1984.0 年开始采用新的恒星参考系 FK5(Fifth Fundamental Catalogue)和 IAU1976 年天文常数系统以及新的章动序列[IAU1980 年章动序列和新的时间尺度等]. 这些新规定要求基础天文学、天体测量学、天体力学以及测地学等与此有关内容将进行重大修正. 球面天文学作为天文学及相关学科的基础理论也必需适应这种变化的需要. 本书在编写过程中，对内容进行了删改，引进了矢量计算和天体位置的相对论效应. 读者可通过本书了解到球面天文学比较新的内容和资料处理方法.

由于科学在不断进步，国际天文学会的一些新的决定在不断的推出，由于编著者水平有限，恳请读者指出不足之处，以便不断地改进和完善.

感谢北京师范大学天文系使用过《球面天文学》讲义的师生，对本书所提的改进意见. 感谢北京师范大学出版社对出版本书的热情

和编辑同志给予的指导和帮助.感谢李志安副教授在百忙中审阅了全部书稿并提出了宝贵意见.

作者

1991.8

目　　录

第一章　天球及天球坐标系

§1.1　天球的基本概念

天文学研究的对象是天体.这里所说的天体包括自然天体和人造天体.像星系、星云、星团、恒星、行星、太阳、月亮等都是自然天体;而人造卫星、宇宙火箭等则是人造天体.研究天体主要是研究天体各种形式的运动、化学组成及演化规律.研究天体的运动,就得需要知道天体在某一瞬间的位置.描述天体在某一瞬间位置的问题,总是和一定的坐标系联系在一起.建立坐标系确定天体的位置,是球面天文学的基本任务.

如何建立坐标系呢?天文学中引进了一个辅助工具——天球.天球是这样假想的一个球,它是以任意点为球心(观测者的眼睛、望远镜焦平面、地心、日心……)任意长为半径的球.在这个天球上规定各种基本点、圈建立天球坐标系.将天体都投影到天球上(不管它们距离球心的远近),讨论天体在天球上位置.这样所建立起来的天球(例如以观测者为球心的天球)和人们的直观感觉是一样的.天空好像一个巨大的半球复盖着大地,太阳、月亮、星星等天体都好像分布在半球体的表面上.看起来离观测者一样远.在天球上描述天体的位置实际上仅仅反映天体的方向,而不能代表天体距天球中心的距离,天体距球心的距离需要用其它方法专门测定,测定天体的距离也是天文学中基本课题.因为知道天体距离就可以建立空间惯性参考系;就可以研究太阳系、银河系……等的大小.这部分内容将在后面有关章节介绍.

天球上基本点、圈是这样规定的：(图 1-1)

(1) 天极和天赤道：通过天球的中心 O(即球心)作一条与地球自转轴平行的直线 POP'，称这条直线为天轴. 天轴与天球相交二点 P 和 P'，和地球上北极对应的那点为北天极 P；和地球上南极对应的那点 P' 为南天极. 天轴是一条假想的直线. 由于地球自转的原因，造成天球绕着这条假想的直线：即天轴作周日旋转. 由于天球周日旋转，天体才有东升西落现象，这是我们常见的自然景象，称为天体的周日视运动. 在天球的周日旋转中，天球上的天极 P 和 P' 是天球上的不动点.

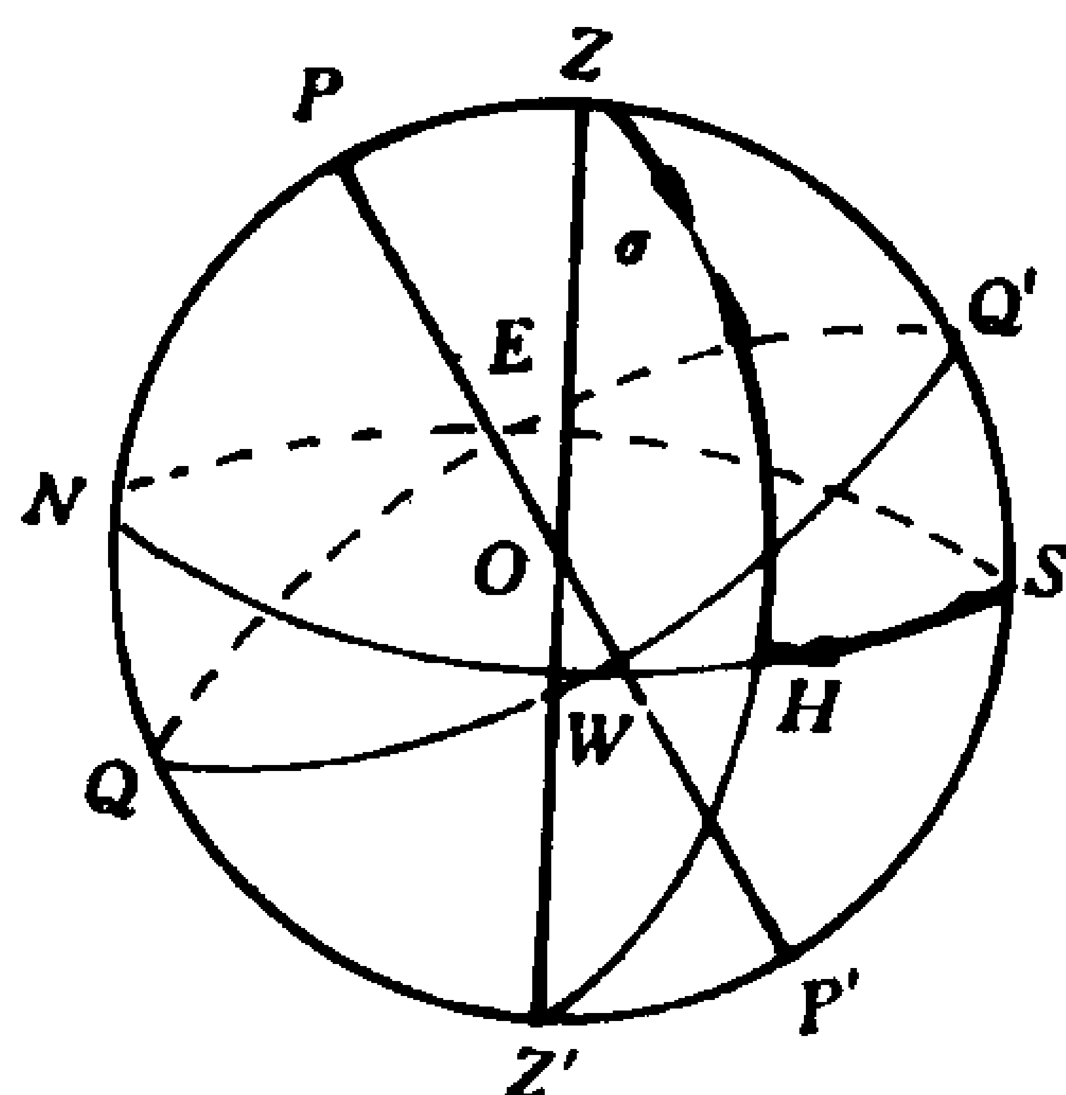


图 1-1

通过天球中心 O 作一平面和天轴 POP' 相垂直，这一平面就称做天球赤道面. 天球赤道面和天球相交所截出的大圆 QQ' 就叫做天赤道. 根据天极和天赤道的定义，显然天赤道面平行于地球赤道面. 由于天球周日旋转，天赤道在原地转动.

由于天球绕天轴 POP' 转动，天球上每个天体随着天球绕天轴周日视运动轨迹都和天赤道平行. 在天极 P 和 P' 处的天体其周日视运动轨迹退化为一点，即不随天球周日旋转. 处在天赤道上的天体，其周日视运动轨迹和天赤道重合；处于二者之间的为平行天赤道的小圆. 我们称天体随天球周日旋转所描绘出来的周日视运动轨迹为周日平行圈. 所有天体周日平行圈都和天赤道平行.

(2) 天顶和真地平：观测者所在地点的铅垂线方向延长线与天球相交二点 Z 和 Z'，在观测者头顶方向的交点 Z 称为天顶. 另一点称为天底 Z'，即观测者脚底方向. 过天球中心 O 作一平面和 ZZ' 连

线垂直，这一平面叫做天球地平面，它在天球上截出的大圆 $ESWN$ 叫做真地平(图 1-1).

(3) 天子午圈、四方点和卯酉圈：在天球上通过北天极 P 和天顶 Z 的大圆 $PZSN$ 就称为天子午圈. 天子午圈与真地平相交于 S 和 N 点. 靠近北天极 P 的那点 N 为北点，和它相对的那点 S 称为南点. 若面向北点 N，则观测者右方距南北两点各为 90°地方叫做东点，用 E 表示. 和东点 E 相对称的为西点，用 W 表示. E、N、W、S 合称为四方点. 通过天顶 Z 和东点 E 和西点 W 的大圆叫做卯酉圈.

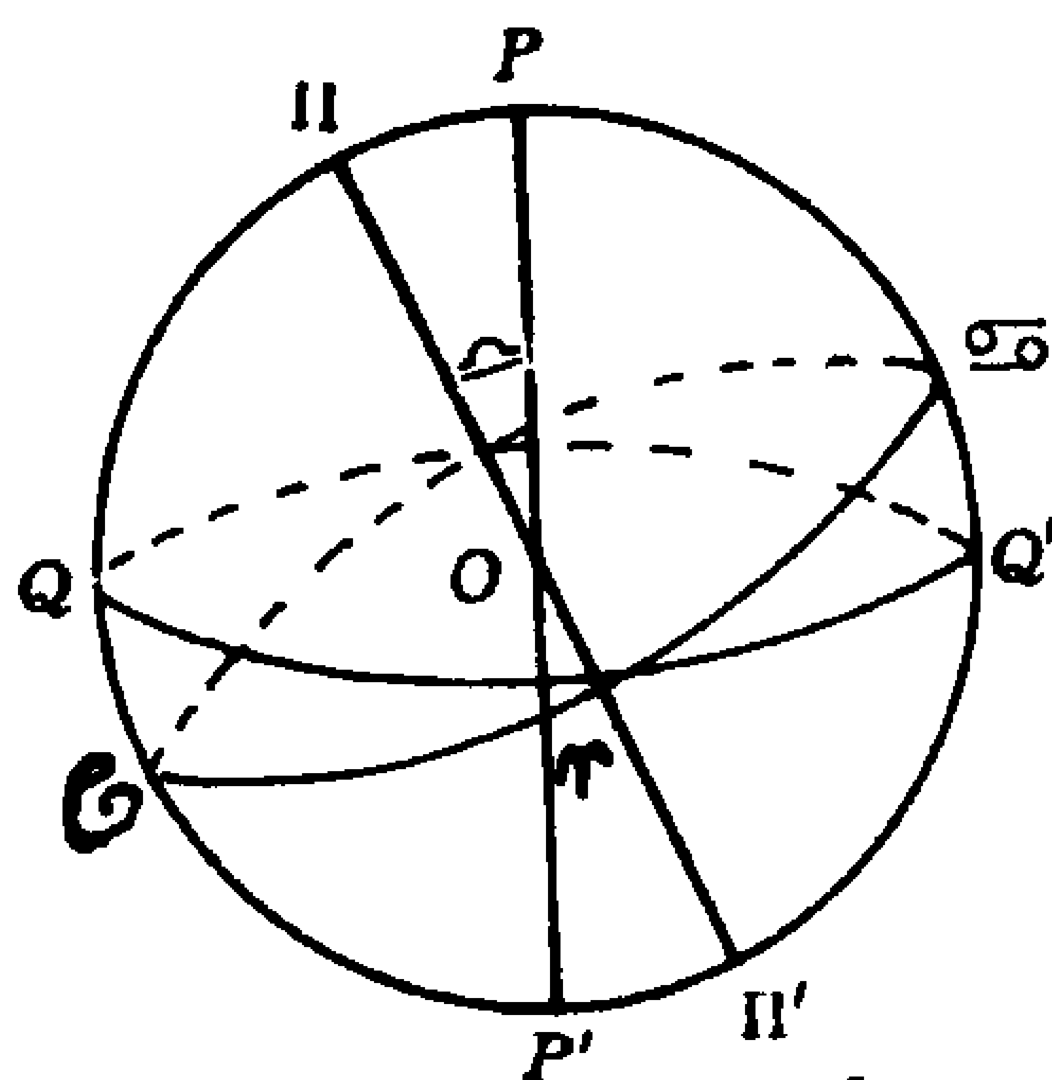


图 1-2

天球的周日旋转对于观测者所在地的天顶 Z 和真地平没有影响，即天顶和真地平不随天球周日视运动，天子午圈、四方点和卯酉圈也不随天球的周日视运动，但是，由于地面上不同观测地点的铅垂线方向是不同的，各地点都有自己的天顶. 因此，各地都有自己的真地平，天子午圈、四方点、卯酉圈. 即天顶、天子午圈、真地平、四方点、卯酉圈具有地方性.

(4)黄道和黄极：参看图 1-2，通过天球中心 O 作一平面和地球公转轨道面平行，这一平面称为黄道面. 黄道面在天球上所截得大圆 ♈♋♎♑ 叫做黄道. 过天球中心 O 作垂直于黄道面的直线交于天球二点，靠近北天极 P 的那点称为北黄极用“Π”表示. 靠近南天极的那点“Π′”称为南黄极. 黄道面和赤道面之间夹角称为黄赤交角，用这字母“ε”表示. 黄赤交角是个变值，平均等于 23.5°. 由于天球周日旋转，黄极绕天极 P 也有周日视运动，天球周日旋转使得黄道面在天球上也不断地摆动.

(5) 二分点和二至点：太阳是太阳系的中心天体，地球是太阳系中的一个天体，太阳系天体 都环绕着太阳运动. 由于地球绕太阳公转，地球上观测者见到的是太阳在一年内沿着黄道自西向东（从北黄极 Π 看逆时针方向）旋转一周，我们称太阳的这一运动为周年视运动，太阳周年视运动轨迹在天球上投影也可用来定义黄道. 太阳沿着黄道周年视运动. 由赤道以南穿过赤道所经过的黄道与赤道交点叫做春分点用符号 ♈ 表示，而由赤道以北穿过赤道所经过的黄道与赤道的交点叫做秋分点，用符号♎表示. 黄道上和春分点 ♈ 相距 90°，并在赤道以北的那点叫做夏至点，用符号 ♋ 表示. 在黄道上与夏至点正相对一点叫做冬至点，用符号♑ 表示.

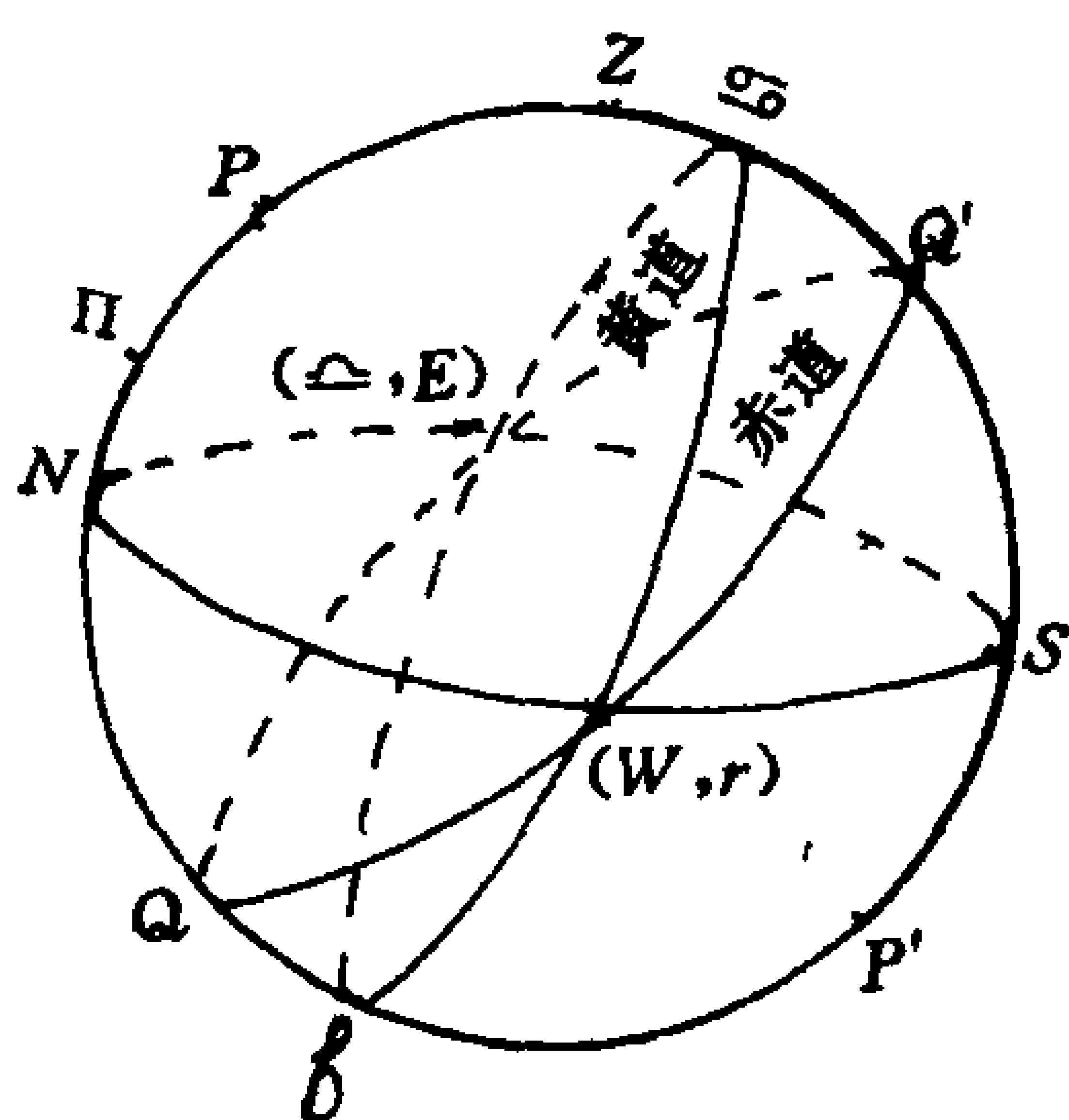


图 1-3

由于天球的周日旋转，二分点和二至点像天体一样在天球上作周日视运动. 分点的周日平行圈是天赤道，至点的周日平行圈距天赤道 23.5°.

春分点 ♈ 的周日视运动，在天文学的实际工作中有重要作用. 下面给出春分点 ♈ 周日视运动两个特殊的位置：一个是春分 ♈ 点和西点 W 重合的天球图（图 1-3），一个是春分点和东点重合的天球图，参看图 1-4. 请读者结合这两个图分析黄极、二至点在天球上变化情况.

§1.2 天球坐标系

天球坐标系是在天球上用一对球面坐标（称为经角和纬角，它相当于地理坐标中经度和纬度）来描述天体的位置，天球坐标系给出的

天体位置只代表天体方向，而不考虑天体的实际距离.

在天球上根据天文工作的要求选取某一点作为基本极（或称第一极），以基本极为极的大圆作为基本圈. 在基本圈上根据一定原则选取一点作为起算点：经角的零点. 经角的度量是由起算点沿基本圈度量到天体所在经圈与基本圈的交点（经圈是过天体和基本极的大圆）. 纬角是天体与天球中心的连线同基本圈所在平面之间夹角，由基本圈沿天体所在经圈向基本极量 0°—90°，向和基本极相对点（第二极）量 0°—90°.

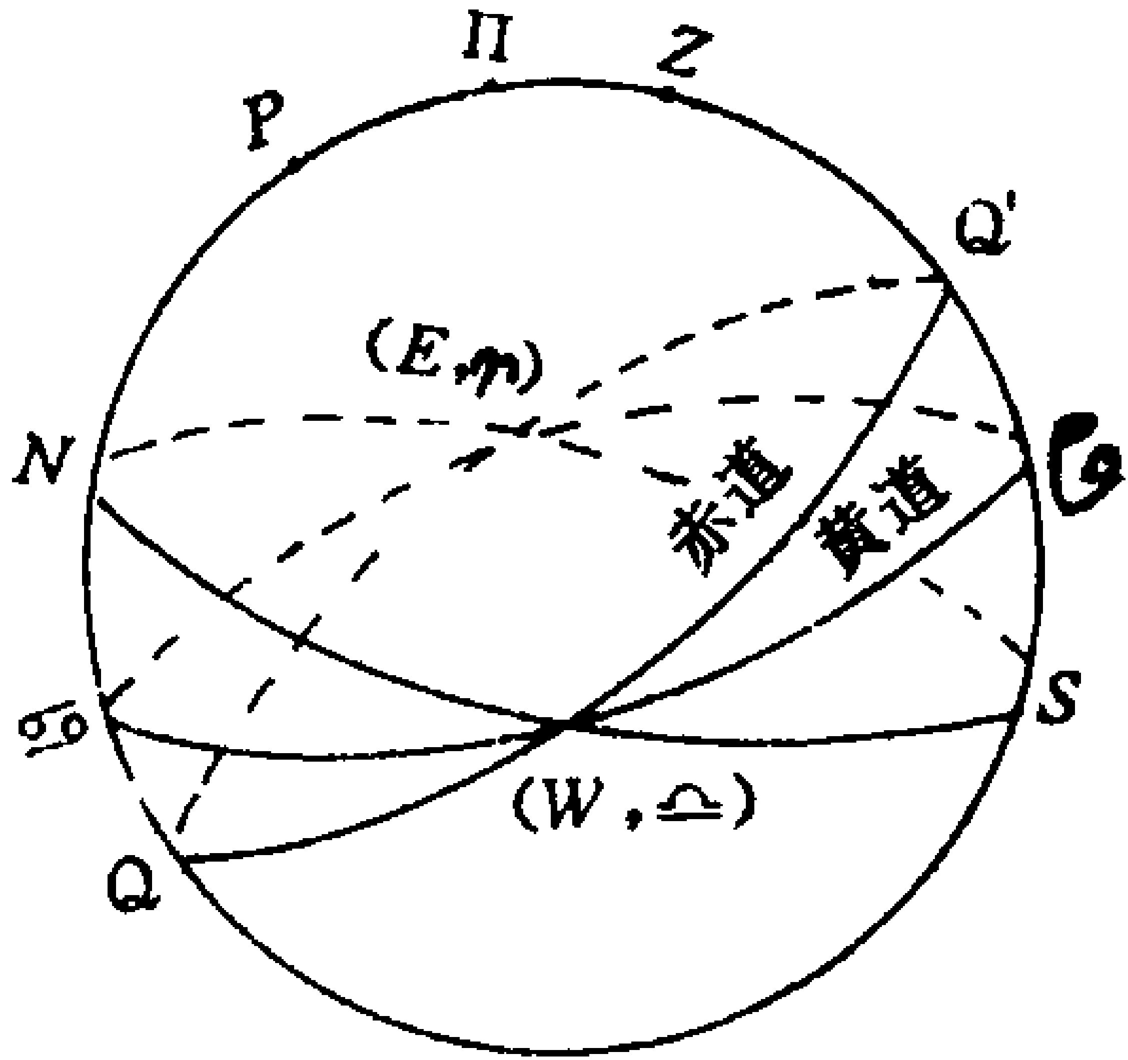


图 1-4

下面给出常用的几种天球坐标系：

一、地平坐标系

取天顶 Z 为基本极，取真地平为基本圈，北点 N 为经角的起算点. 所建立起来的天球坐标系为地平坐标系. 天体在地平坐标系中位置用方位角（经角）A 和地平高度 h（纬角）确定（图 1-5）.

设有一天体 σ，通过天顶 Z 和天体作 σ 大圆弧 $\overset{\frown}{Z\sigma HZ'}$，因天顶 Z 是真地平的极，所以 $\overset{\frown}{Z\sigma HZ'}$ 垂直于真地平. $\overset{\frown}{Z\sigma HZ'}$ 称天体 σ 的地平经圈，点 H 是天体所在地平经圈与真地平交点，方位角 A 是由北点 N 顺时针沿

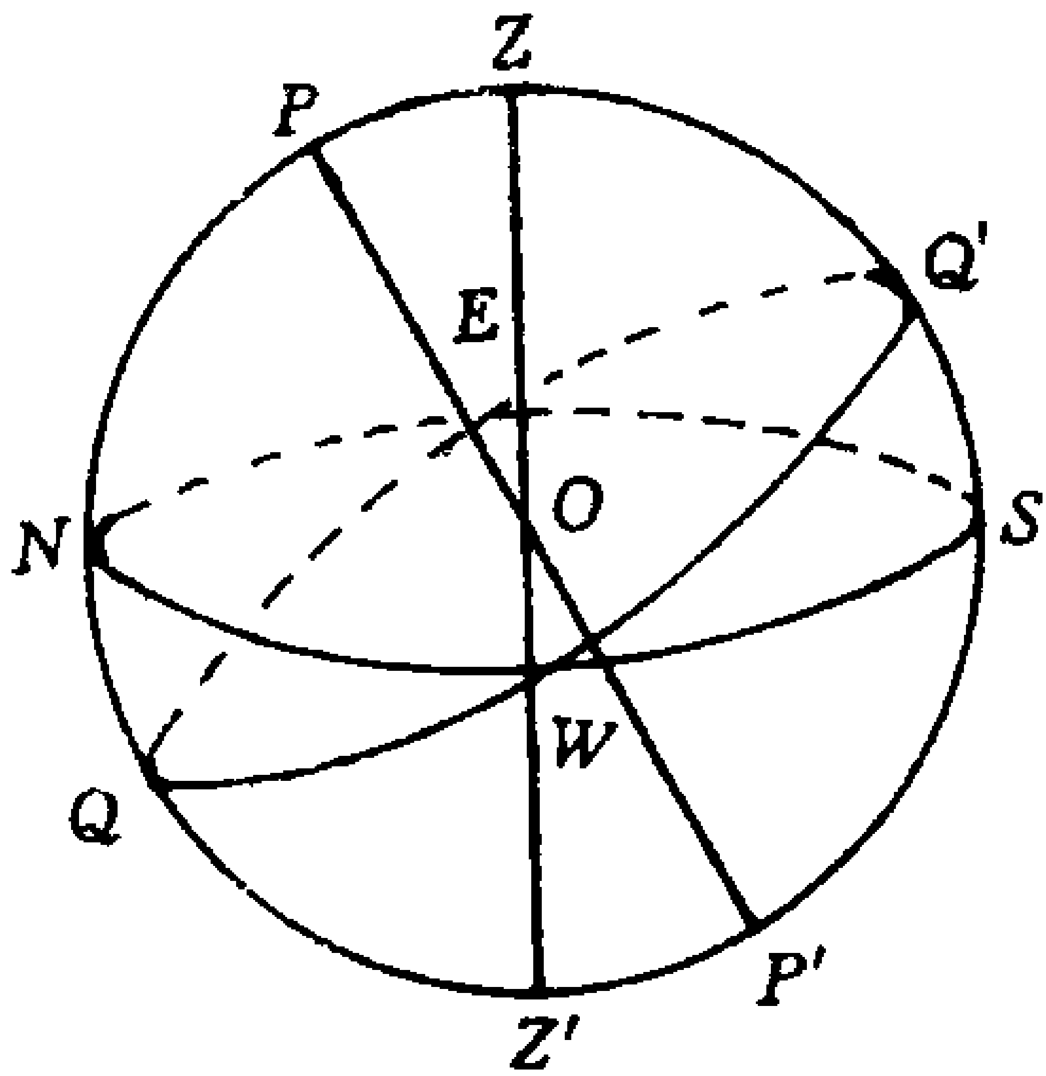


图 1-5

真地平量至 H 点. 即 $\overset{\frown}{NH}$：由 0°—360°(也有规定从南点 S 顺时针量 0°—360°；或者从南点分别向西 0°—180°，向东 0°—180°)天体 σ 的另一个坐标是大圆弧 $\overset{\frown}{H\sigma}$，称为地平高度、用字母"$h$"表示. 自真地平起沿天体地平经圈向天顶方向量为正 0°—90°；向天底方向量为负 0°—－90°. 实际工作常使用大圆弧 $\overset{\frown}{z\sigma}$，用 z 表示，称为天体的天顶距，由天顶起 0°—180°. 天顶距 $z=90°-h$. 由于天体具有周日视运动，所以天体的地平坐标随时间 t 不断地变化. 又由于各地点不同，地平坐标的基本点、圈也不一样，因此地平坐标系具有地方性. 天体的地平坐标和观测者在地面上位置有关.

二、时角坐标系

取天极 P 作为基本极、取天赤道作为基本圈；基本圈和天子午圈靠近南点 S 的交点 Q' 为经角起算点(赤道最高点). 这样所建立起来的坐标系为时角坐标系，天体在时角坐标系中的位置是由时角 t 和赤纬 δ 确定. (图 1-6)

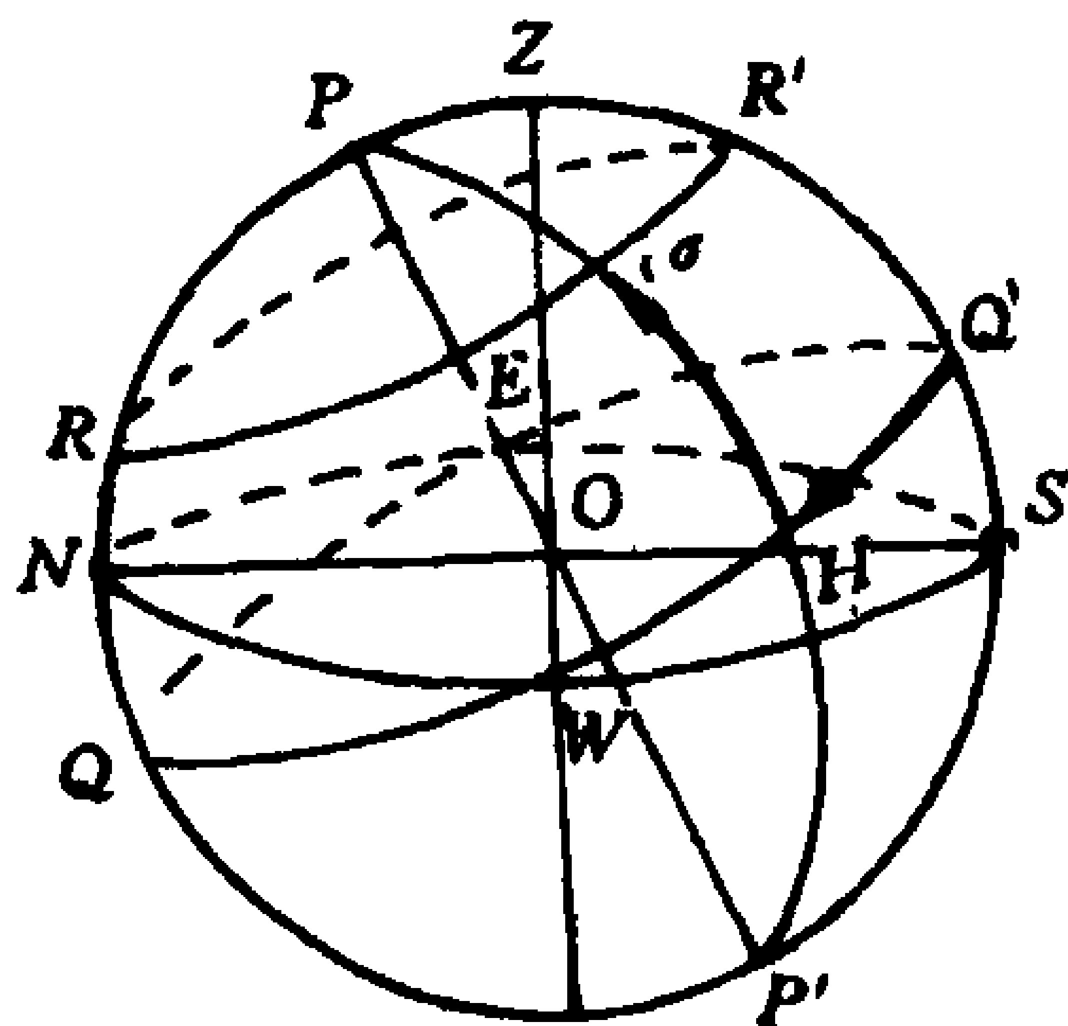


图 1-6

设有一天体 σ，通过天极 p 和天体 σ 作大圆弧 $\overset{\frown}{P\sigma HP'}$，因天极 P 是天赤道的极，所以 $P\sigma HP'$ 垂直于天赤道. $P\sigma HP'$ 称为天体的赤经图. 天体时角 t 是由天赤道和天子午圈交点 Q' 点起顺时针度量到 H 点即大圆弧 $\overset{\frown}{Q'H}$，0^h—24^h(根据实际工作需要，时角 t 也可以从 Q' 点沿天赤道向东、向西分别量 0^h—12^h)，天体 σ 另一个坐标是大圆弧 $\overset{\frown}{\sigma H}$，称为天体的赤纬，用字母 δ 表示. 自天赤道起向北天极 P 方向量为正；向南

天极方向量为负，取 0°～±90°. 有时也用$\overset{\frown}{P\sigma}$弧表示，称为天体的极距，极距 $P=90-\delta$.

当天体作周日视运动时，天体 σ 周日平行圈是平行赤道的小圆，因此天体的赤纬 δ 不随周日运动而变化. 但天体时角 t 将随周日运动变化，即时角 t 随时间变化.

天球时角坐标系，因选择天赤道与天子午圈交点为经角起算点，而各地天子午圈不一样，这样在同一瞬间，对于两个不同地理经度的观测者，得到的天体 σ 时角 t 是不同的，时角坐标系同地平坐标系一样具有地方性.

三、赤道坐标系

取天极 P 为基本极，取天赤道为基本圈，选择春分点 Υ 为经角的起算点，这样所建立起来的坐标系为赤道坐标系. 天体 σ 在赤道坐标系中的位置，由赤经 α 和赤纬 δ 确定（图 1-7）.

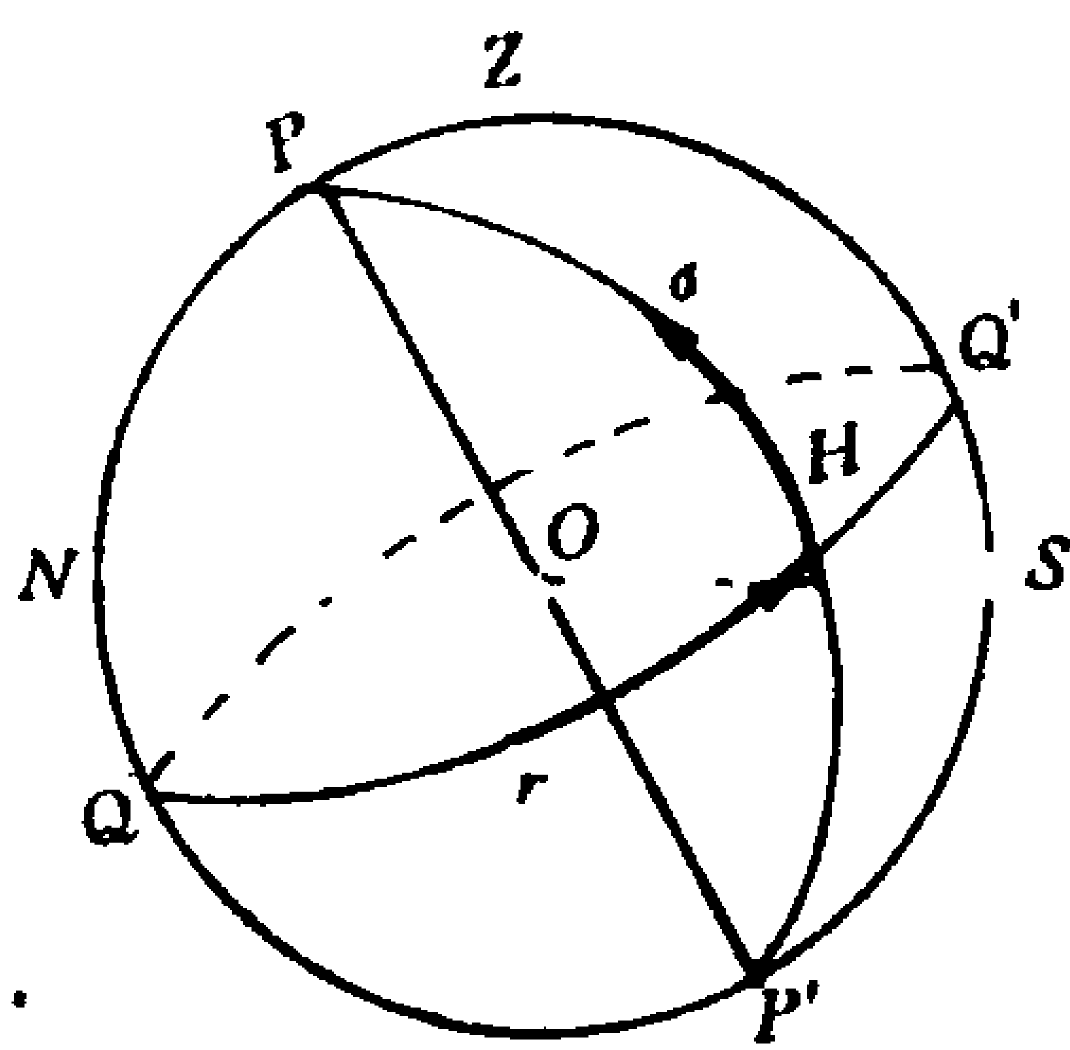


图 1-7

设有一天体 σ，在赤道坐标系中的表示法. 过天体 σ 和天极 P 作大圆弧$\overset{\frown}{P\sigma HP'}$. 天体 σ 的一个坐标赤经 α 为大圆弧$\overset{\frown}{\Upsilon H}$，$H$ 是天体的赤经圈与天赤道交点. 赤经是由春分点 Υ 逆时针沿赤道量至 H 点（从北天极 P 看）由 0^h—24^h. 天体 σ 的另一个坐标 δ 与时角坐标系中的相同，即天体的赤纬 δ.

由于春分点 Υ 和天体 σ 都随天球做周日视运动，所以春分点 Υ 和天体 σ 相对位置没有变化，天体赤经 α 不随时间变化，天体赤纬 δ 也不随时间变化（和时角坐标系分析同）.

天球赤道坐标系的基本点、圈不因观测地点不同而变化，坐标的起算点春分点 Υ 也不随观测地点而不同，因此赤道坐标系不具有地方性.

四、黄道坐标系

取黄极 Π 为基本极，取黄道为基本圈，选择春分点 Υ 为经角的起算点. 这样建立起来的天球坐标系为黄道坐标系. 天体在黄道坐标系中的位置是黄经 λ 和黄纬 β 来确定的(图 1—8).

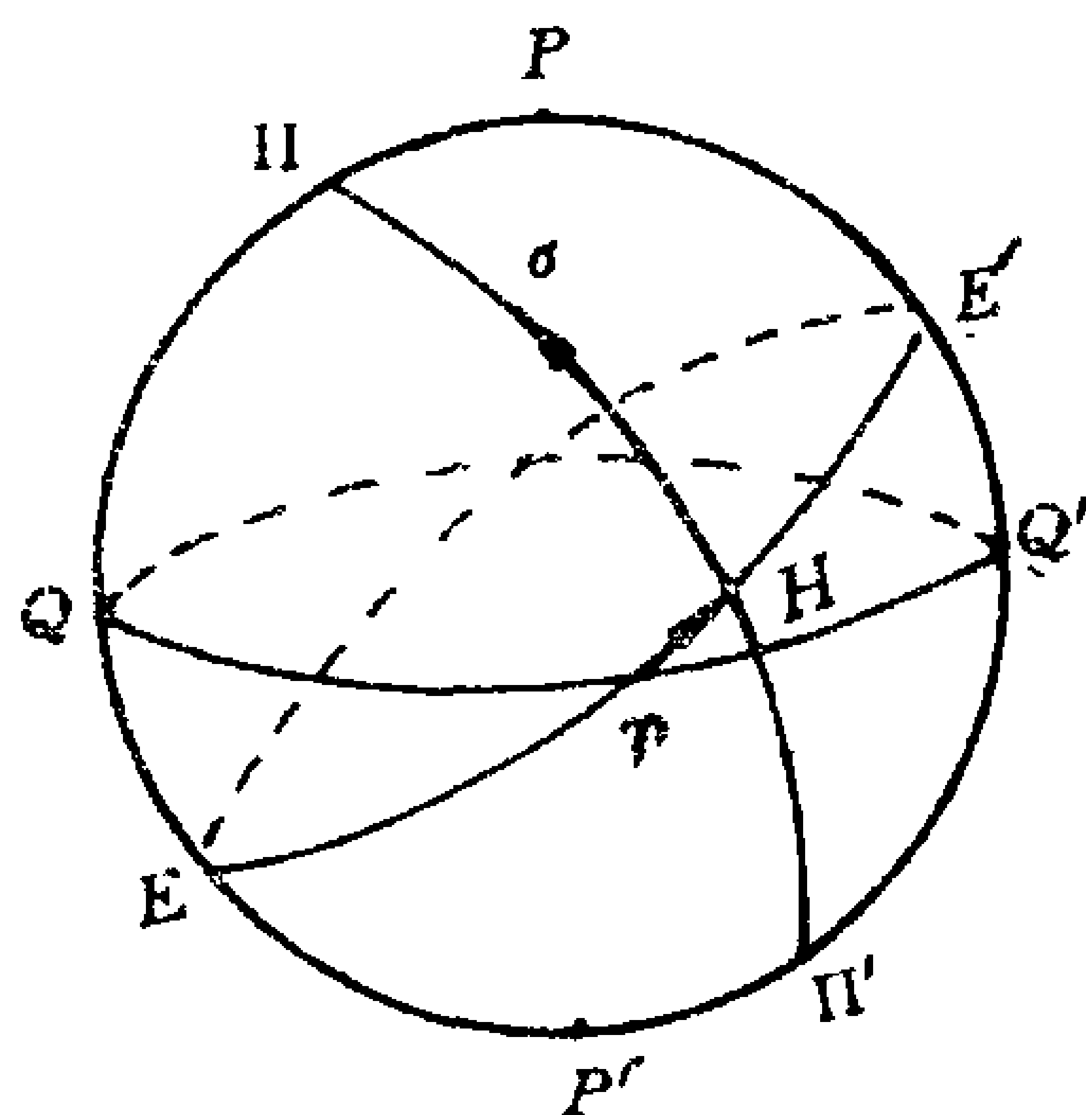


图 1-8

设有一天体 σ，通过北黄极 Π 和天体 σ 作大圆弧 $\overset{\frown}{\Pi\sigma H\Pi'}$，它垂直于黄道，交一点 H. 大圆弧 $\overset{\frown}{\Pi\sigma H\Pi'}$ 称为天体的黄经圈. 天体 σ 的一个坐标为大圆弧 $\overset{\frown}{\Upsilon H}$，叫做天体 σ 的黄经. 黄经是由春分点 Υ 沿着黄道逆时针量，由 $0^h \sim 24^h$ (从北黄极 Π 看)，天体的另一个坐标 β 是大圆弧 $\overset{\frown}{\sigma H}$，是天体的黄纬 β. β 自黄道向北黄极方向量为正. 向南黄极 Π′ 方向量为负，取 $0°$—$90°$.

天体 σ 的黄道坐标值(λ, β)因黄极 Π、春分点 Υ、天体 σ 都随天体做周日视运动，它们在天球上相对位置没有变化，所以天体 σ 的坐标(λ, β)不随时间变化.

天球黄道坐标系所采用的基本点、圈及经角的起算点都不因观测者所在地不同而不同，所以黄道坐标系不具有地方性.

以上这四种天球坐标系是天体力学和天体测量工作中常用的坐标系，研究恒星往往采用天球银道坐标系.

根据上述给出的四种天球坐标系，可以引出下面两个重要的关

系式：

(1) 天极 P 的地平高度 h_p 等于当地地理纬度 φ（当地铅垂线方向与地赤道之间的夹角）.

(2) 某一瞬间春分点 Υ 的时角 t_Υ 在取值上等于该瞬间任意天体的时角 t 和赤经 α 之和，即有 $t_\Upsilon=\alpha+t$.

这两个关系式很重要，它们的得出是很容易的，请读者自己证明.

五、银道坐标系

银道坐标系的基本极为银极，银极是银道面的几何极，有南北银极之分，银道坐标系中以北银极为基本极(图 1-9). 1958 年以前采用的银道坐标系我们称为旧银道坐标系. 1958 年以后采用的银道坐标系为新银道坐标系. 这两个银道坐标系的北银极的赤道坐标值有所不同，分别是：1958 年以前采用的银道坐标系银极的赤道坐标值为

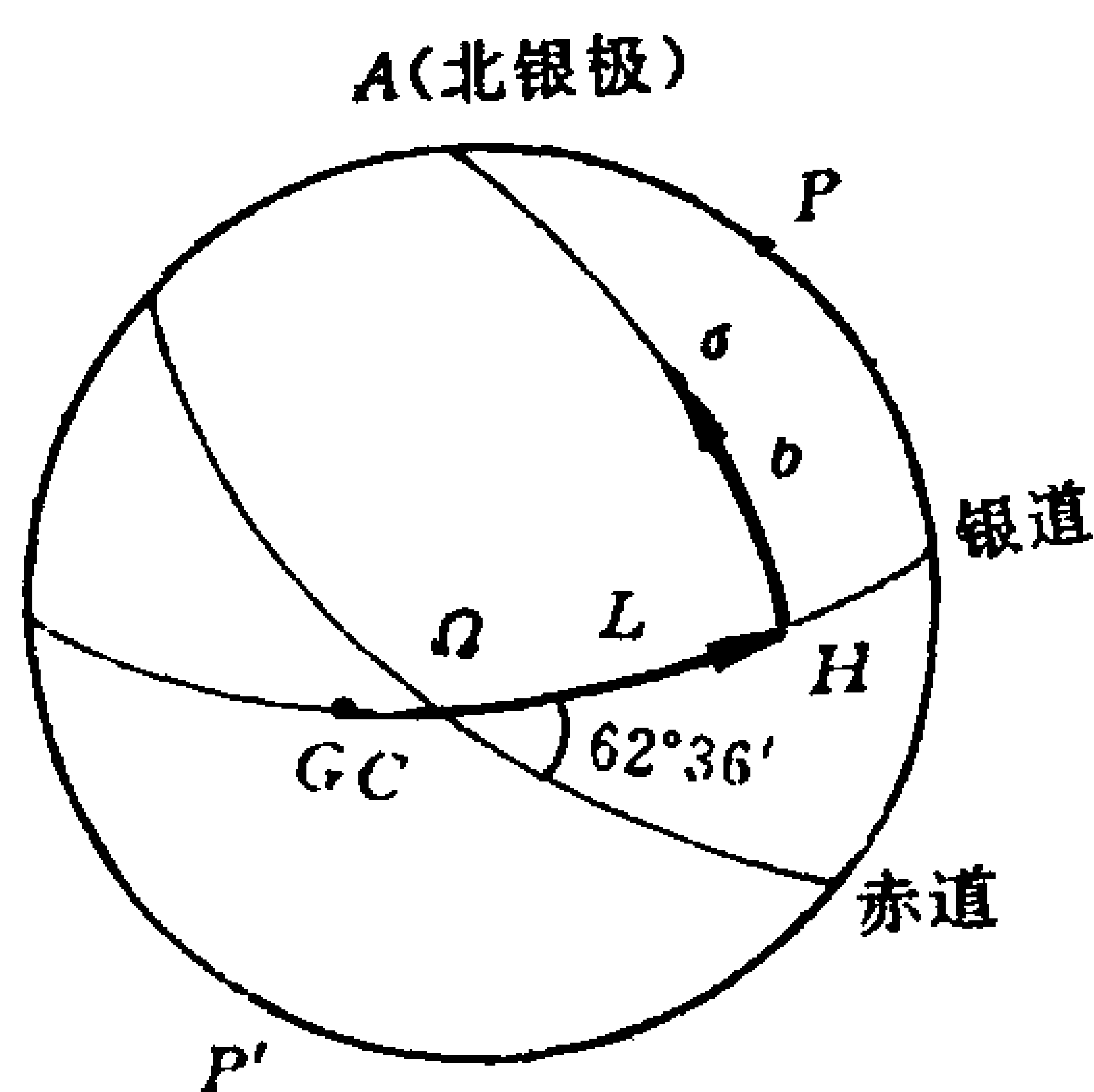


图 1-9

$$\begin{cases}\alpha=12^h40^m=190^\circ\\ \delta=+28^\circ\end{cases}$$ (相对定向历元为 1900.0 年的天球平赤道坐标系)

新银道坐标系的北银极赤道坐标值为

$$\begin{cases}\alpha=12^h49^m=192^\circ15'\\ \delta=+27^\circ24'\end{cases}$$ (相对定向历元为 1950.0 年天球平赤道坐标系)

银道坐标系的基本圈为银道，银道是银道面与天球所截的大圆，银道面是通过太阳所做的平行于银河系对称面的平面，而银河系的

对称面是指银河系的主要部分扁平结构的平均平面.

银道与天赤道在天球上相交于两点，由北银极 A 向银道方向看去，按逆时针方向由赤道以南向北穿过赤道的那个交点称为银道对赤道的升交点，用 Ω 表示；另一个则称为降交点，用 Ω' 表示. 1958 年以前采用的银道坐标系是以升交点 Ω 作为经角的起算点(即银经 L 的起点)，1958 年以后的新银道坐标系是采用银心方向作为银经的起算点. 而银心的位置，目前认为它与人马座的强射电源 A 相一致，银心的赤道坐标 $\alpha=17^h42^m29^s$；$\delta=-28°59'18''$(相对 1950.0 天球平赤道坐标系). 在旧银道坐标系中，银心的银经 $L'_o=327°.69$，
银纬 $b'_o=-1°.40$

天体 σ 在银道坐标系中，用银经 L 和银纬 b 来度量，过天体 σ 和北银极所做的大圆为天体的银经圈，它与银道交于一点 H，且垂直于银道. 由银心(GC)方向沿着银道逆时针量由 0°—360°；由银道沿着天体 σ 的银经圈量到天体 σ，为天体的银纬 b，向北银极量为正；向南银极方向量为负 0°—90°. 这样建立起来的坐标系为银道坐标系.

银道坐标系是相对于某一定向历元的天球坐标系. 只有精确测定北银极位置和银心方向才有可能用银道坐标系来描述天体的精确位置.

实际工作中，通常采用银道对赤道的交角 i 和银道对赤道的升交点赤经 α_Ω 两个量来确定北银极的位置. 交角 i 和升交点赤经 α_Ω 与北银极的赤道坐标($A.D$)值之间关系为

$$\begin{cases}\alpha_\Omega=A+90°,\\ i=90°-D.\end{cases}$$

在旧银道坐标系中，北银极 $\alpha_\Omega=280°$，$i=62°$；新银道坐标系中，$\alpha_\Omega=282°15'$，$i=62°36'$.

§1.3 空间直角坐标系

在天文学中，除球面坐标系外，目前广泛采用空间直角坐标系。空间直角坐标系的原点就是天球的中心，因此它是任意的，通常取在地心或日心（或太阳系质心），空间直角坐标系的几何框架（x、y、z）则和天球的基本点、圈联系在一起。采用直角坐标系好处是：天体在不同坐标系的位置转换，通常采用矢量矩阵转换方法，这种方法比较直观简单而且能保证精度，尤其是由于观测精度的提高和电子计算机的采用，空间直角坐标系优越性要明显得多。

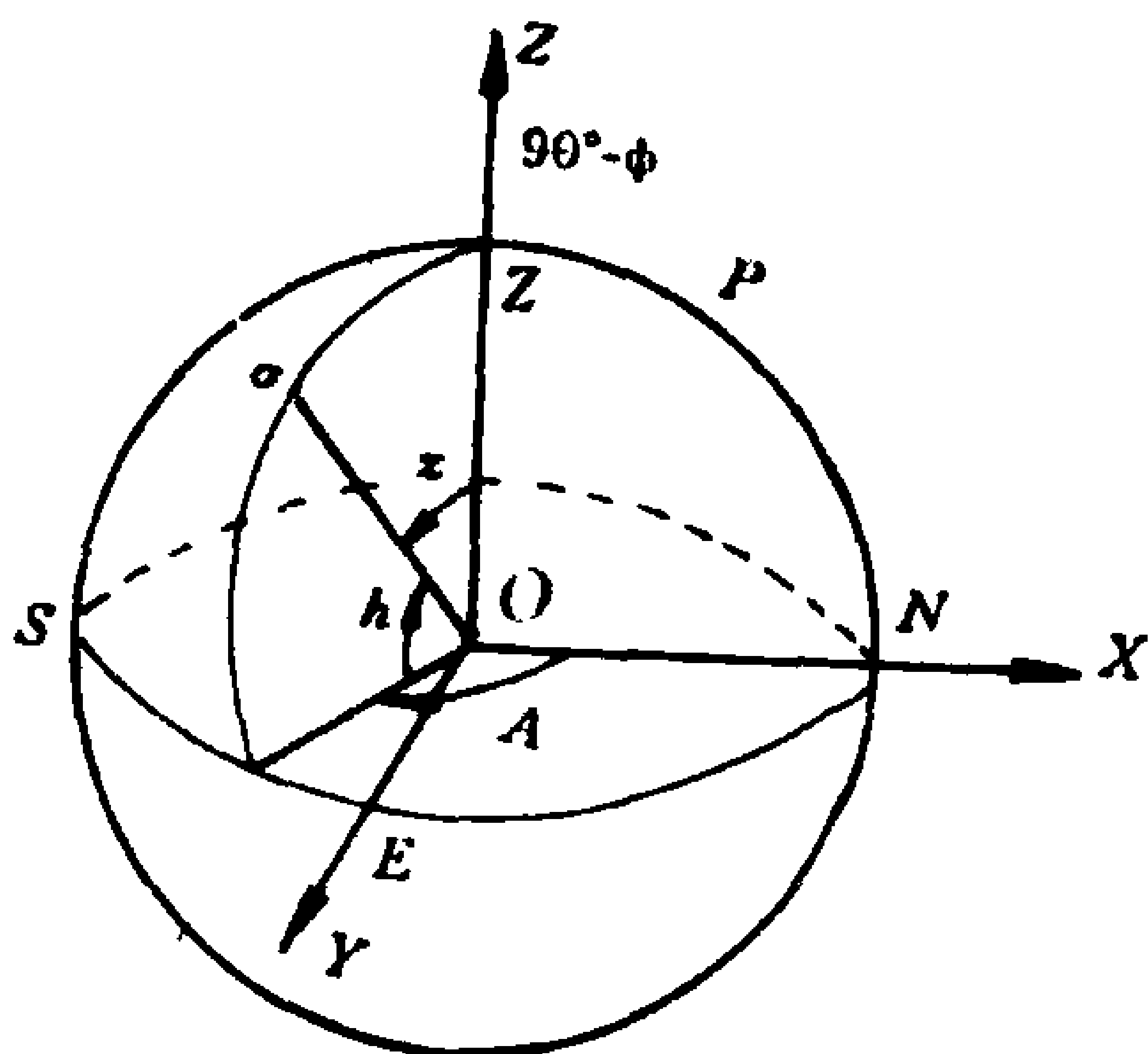


图 1-10

一、地平直角坐标系

取天球中心 O 为空间直角坐标系的原点，Z 轴正向指向观测者的天顶 Z，X 轴的正向指向北点 N，Y 轴为 X 轴沿真地平顺时针旋转 90°的地方（图 1-10），构成左旋坐标系。

天体在地平直角坐标系中的位置用（x、y、z）确定，同一天体某一瞬间的空间直角坐标（x、y、z）与球面地平坐标（A, h）的关系为

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{A,h} = \begin{pmatrix} \cos h \cos A \\ \cos h \sin A \\ \sin h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin z \cos A \\ \sin z \sin A \\ \cos z \end{pmatrix}$$

$$z = 90° - h$$

若已知天体距天球中心距离 ρ 则有：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{A,h} = \begin{pmatrix} \rho\cos h\ \cos A \\ \rho\cos h\ \sin A \\ \rho\sin h \end{pmatrix}$$

二、时角直角坐标系

取天球中心 O 为空间直角坐标系的原点，取 Z 轴的正向指向北天极 P，取 X 轴正向指向天赤道与天子午圈靠近南点 S 的交点 Q'（赤道地平上最高点），Y 轴为 X 轴沿着天赤道顺时针 90°地方，构成左旋空间直角坐标系（图 1-11）.

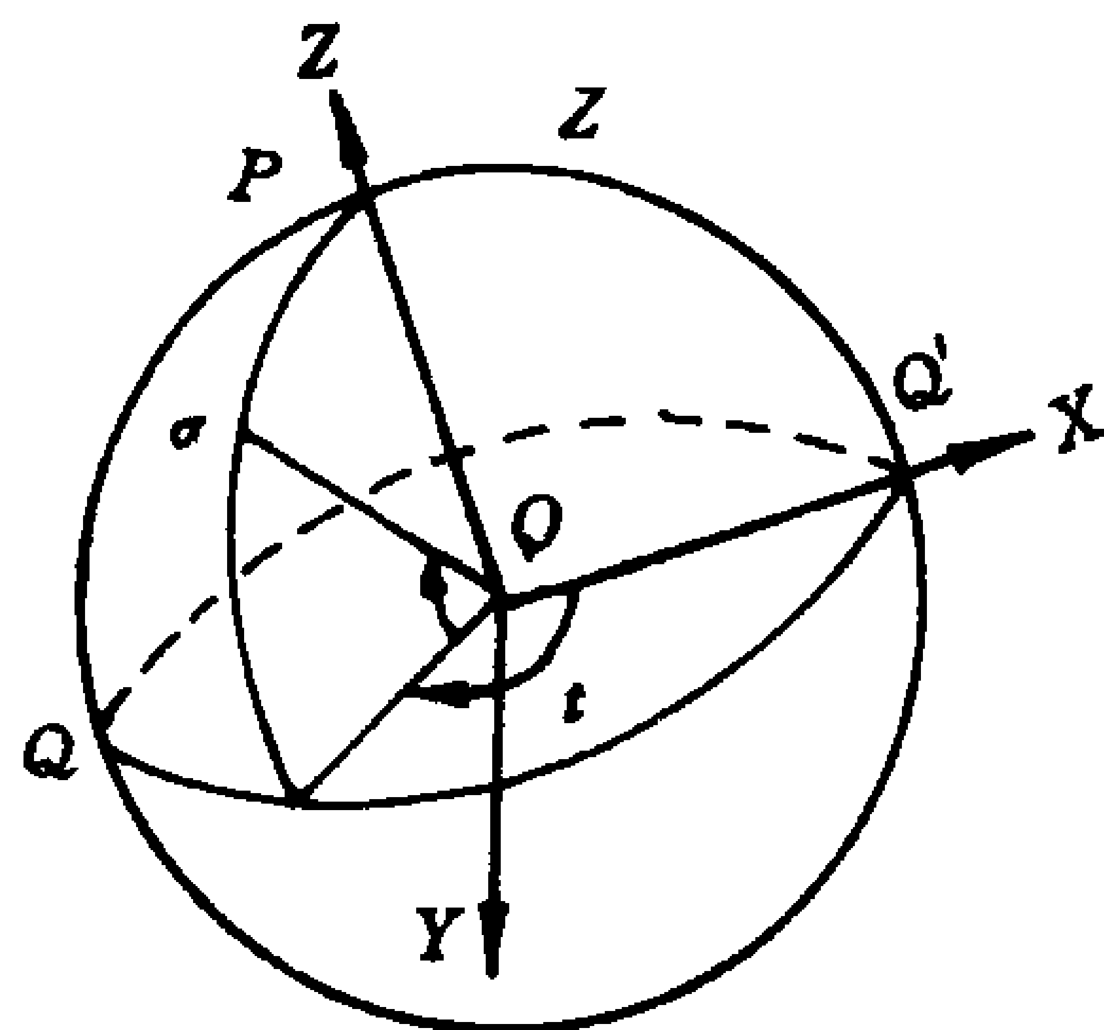


图 1-11

天体 σ 在时角坐标系的位置用($x\ y\ z$)来描述.

同一瞬间同一天体空间时角坐标($x\ y\ z$)与球面时角坐标(t,δ)关系可写成如下公式：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta} = \begin{pmatrix} \cos\delta\ \cos t \\ \cos\delta\ \sin t \\ \sin\delta \end{pmatrix}$$

如果天体 σ 距球心 O（坐标系原点）距离 ρ 已知，则可写成：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta} = \begin{pmatrix} \rho\cos\delta\ \cos t \\ \rho\cos\delta\ \sin t \\ \rho\sin\delta \end{pmatrix}.$$

三、赤道直角坐标系

取天球中心 O 为空间直角坐标系原点，取 Z 轴正向指向北天极 P，取 X 轴正向指向春分点 ♈，取 X 轴沿着天赤道逆时针（右旋）90°的地方为 Y 轴，构成右旋直角坐标系（图 1-12）.

天体 σ 在空间赤道直角坐标系的位置用($x\ y\ z$)确定.

同一时刻同一天体的空间直角赤道坐标($x\ y\ z$)与球面赤道坐标(α,δ)的关系:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \begin{pmatrix} \cos\delta\ \cos\alpha \\ \cos\delta\ \sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix}$$

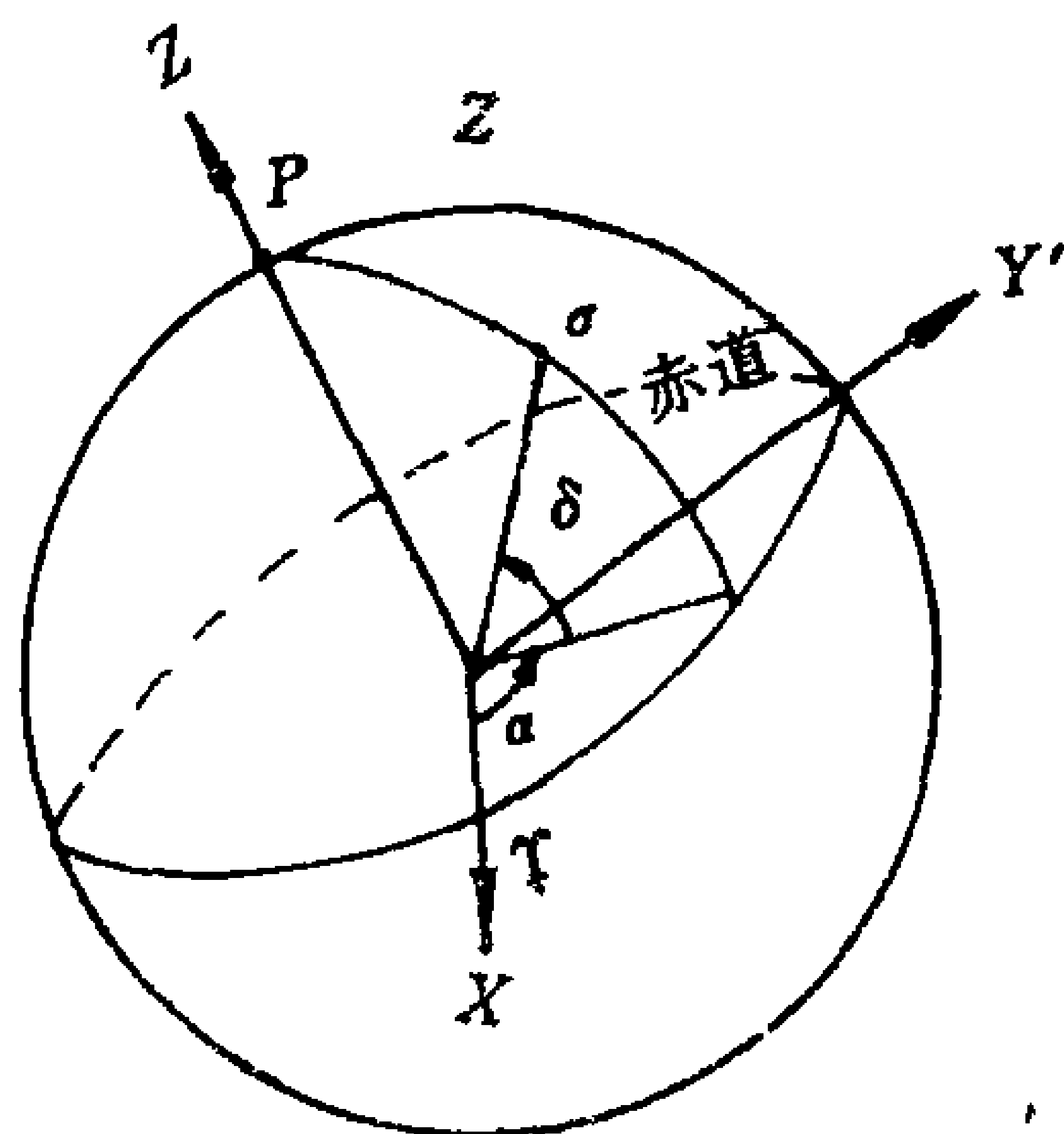


图 1-12

若天体 σ 距坐标系原点 O 的距离 ρ 已知,则有:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \begin{pmatrix} \rho\cos\delta\ \cos\alpha \\ \rho\cos\delta\ \sin\alpha \\ \rho\sin\delta \end{pmatrix}$$

四、黄道直角坐标系

取天球中心 O 为坐标系原点,取北黄极 Π 为 Z 轴的正向,取春分点 ϒ 为 X 轴的正向,取 X 轴沿着黄道逆时针 90°处为 Y 轴.构成右旋直角坐标系(图 1 13).

天体 σ 在空间黄道直角坐标系中位置用($x\ y\ z$)来确定.

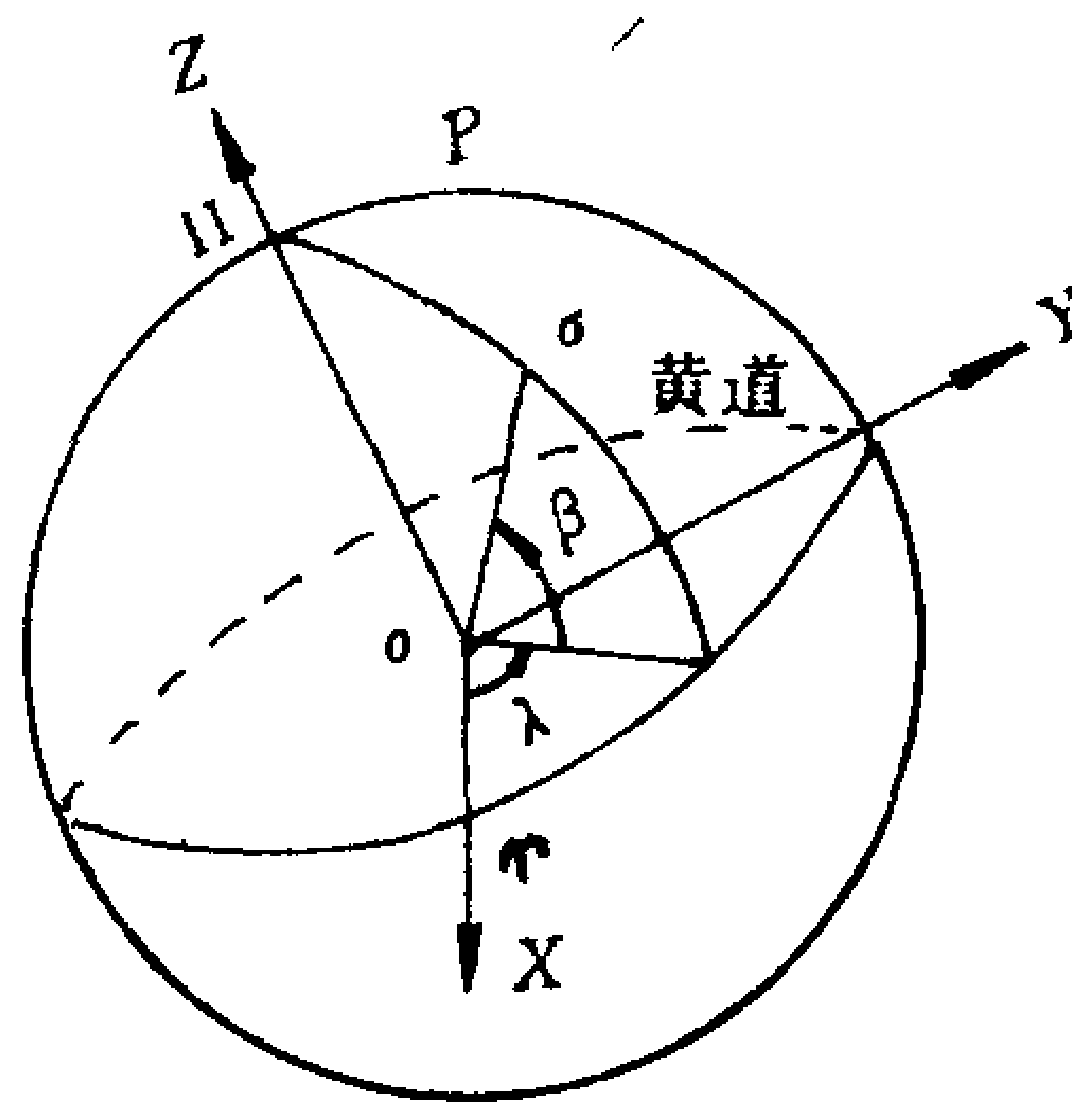


图 1-13

同一时刻同一天体 σ 的空间黄道直角坐标($x\ y\ z$)与球面黄道坐标(λ,β)关系为

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta} = \begin{pmatrix} \cos\beta\ \cos\lambda \\ \cos\beta\ \sin\lambda \\ \sin\beta \end{pmatrix}$$

若天体距坐标系原点 O 的距离 ρ 已知,则有:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta} = \begin{pmatrix} \rho\cos\beta\cos\lambda \\ \rho\cos\beta\sin\lambda \\ \rho\sin\beta \end{pmatrix}$$

五、银道直角坐标系

取天球中心(太阳系质心)为坐标系原点,取北银极 A 的方向为 Z 轴的正向,取银心方向为 x 轴的正向,取 X 轴沿银道面逆时针旋转 90°处为 Y 轴构成右旋坐标系(图 1-14).

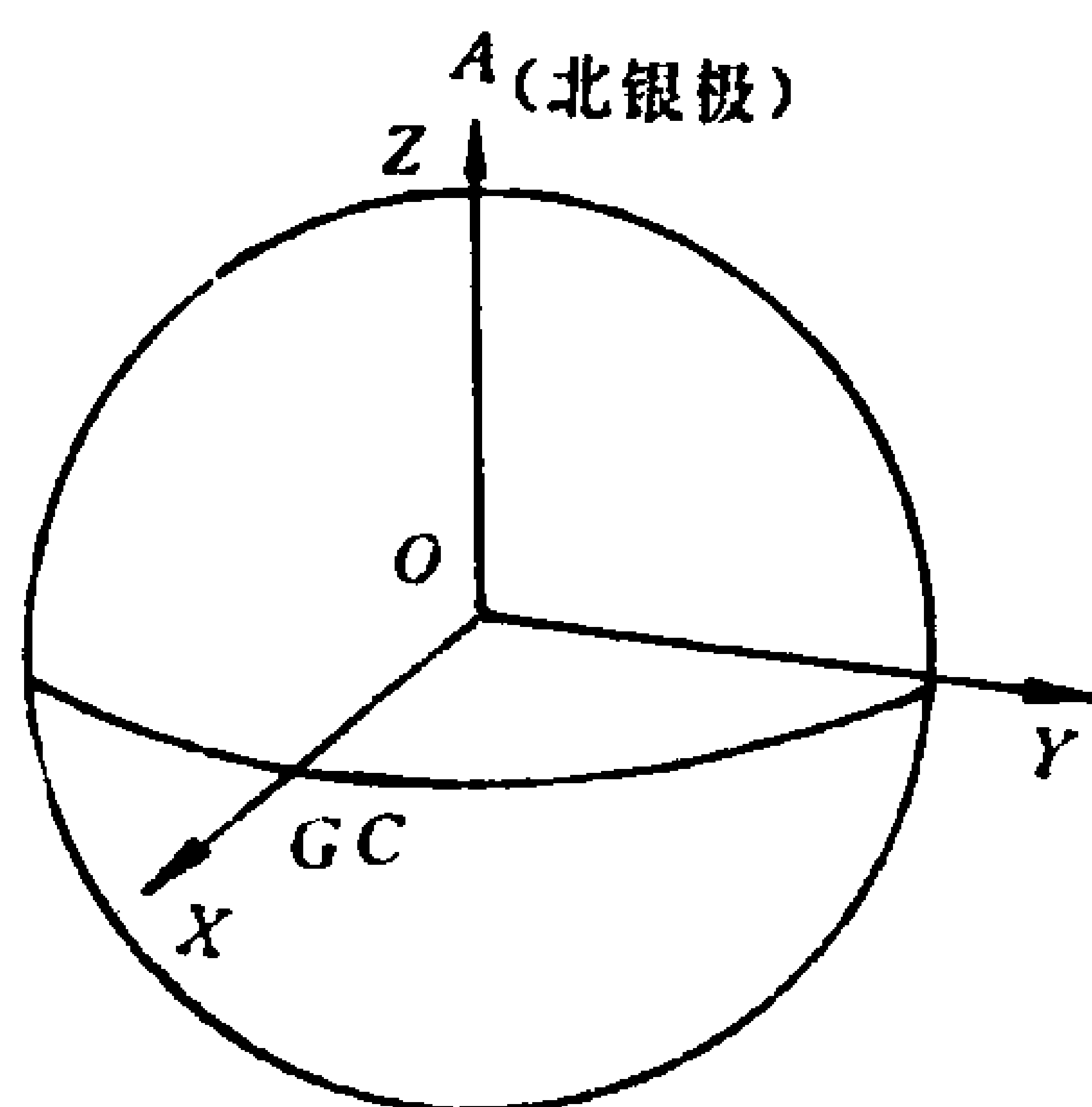


图 1-14

天体 σ 在银道直角坐标系中的位置用($x\ y\ z$)来确定,同一时刻,同一天体的银道直角坐标与球面银道坐标(L、b)的关系为

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{L,b} = \begin{pmatrix} \cos b\cos L \\ \cos b\sin L \\ \sin b \end{pmatrix}$$

若天体距坐标系原点 O 的距离 ρ 已知,则有:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{L,b} = \begin{pmatrix} \rho\cos b\cos L \\ \rho\cos b\sin L \\ \rho\sin b \end{pmatrix}$$

以上介绍的几种空间直角坐标系,是与天球球面坐标系对应的.天文实际工作中,空间直角坐标系的几何框架,坐标系原点 O 可根据具体情况选取.

天体 σ 的距离 ρ,有些天体(太阳系内天体)可通过雷达、三角视差方法得到.近距离恒星可用三角视差方法得到.更远距离天体(恒星、星系)可用分光视差、平均视差、造父视差及天体红移等方法得到.

§1.4 天球坐标系的转换

在天文实际工作中经常遇到的问题是已知天体 σ 在一种天球坐标系位置,需要知道它在另一种坐标系中位置如何?例如:观测天体可以得到天体的天顶距 z 和方位角 A;或者观测得到天体 σ 的时角 t 和赤纬 δ.讨论问题或编制星表则需要天体的赤道坐标(α、δ).因此,就要进行坐标的转换.坐标变换问题对于天球球面坐标系可以通过球面三角有关公式得到;对于空间直角坐标系可通过转换矩阵得到.本节介绍利用球面三角有关公式实现天球坐标系的转换.

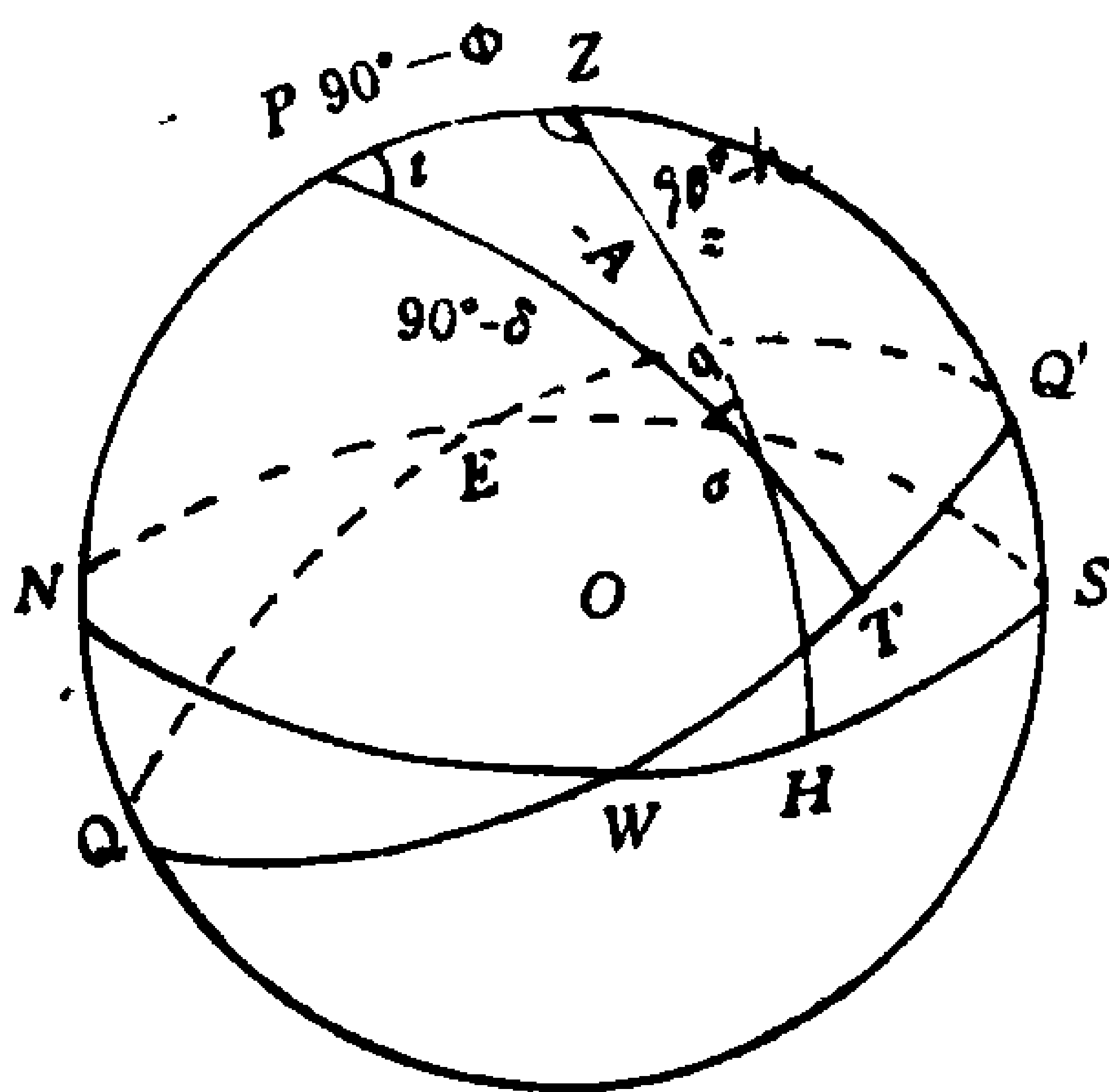


图 1-15

一、地平坐标和时角坐标间转换

图(1-15)设一个天体 σ,它的时角坐标是(t,δ)它的地平坐标是(A,h).它们之间的转换,利用天极 P,天顶 z 和天体 σ 所构成的球面三角形 $PZ\sigma$,根据有关球面三角公式就可以得到.

设:观测地点纬度为 φ,则在球面三角形 $PZ\sigma$ 中有:$\overset{\frown}{PZ}=90°-\varphi$,$\overset{\frown}{Z\sigma}=90°-h=z$,$\overset{\frown}{P\sigma}=90°-\delta$,$\angle PZ\sigma=360°-A$,$\angle ZP\sigma=t$,$\angle P\sigma Z=q$(称为星位角).

①已知:(A,h)

求:(t,δ)

解：对球面三角形 $pz\sigma$ 应用以下公式可得到(t,δ)

$\cos\delta\sin t=-\sin z\sin A$

$\sin\delta=\sin\varphi\cos z+\cos\varphi\sin z\cos A$

$\cos\delta\cos t=\cos z\cos z\cos\varphi-\sin z\sin\varphi\cos A$

只要观测地纬度 φ 是已知的，应用上面三个公式由$(A、h)$可唯一地求出(t,δ).

②已知：(t,δ)

求：(A,h)

解：仍然根据球面三角形 $PZ\sigma$，将已知量(t,δ)放到等号的右边即可.

$$\begin{cases}\sin z\sin A=-\cos\delta\sin t\\ \cos z=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t\\ \sin z\cos A=\cos\varphi\sin\delta-\sin\varphi\cos\varphi\cos t\end{cases}$$

在 φ 已知情况下，应用这三个公式可唯一由(t,δ)确定(A,h).

二、赤道坐标和黄道坐标间的转换

(图 1-16)设一天体 σ，它的赤道坐标是$(\alpha、\delta)$，黄道坐标是$(\lambda、\beta)$，讨论它们之间的转换，可通过北天极 P、北黄极 Π 和天体 σ 所构成的球面三角形 $P\Pi\sigma$.

在球面三角形 $P\Pi\sigma$ 中：$\overset{\frown}{P\sigma}=90-\delta$，$\overset{\frown}{\Pi\sigma}=90°-\beta$，$\overset{\frown}{\Pi P}=\varepsilon$(黄赤交角).

$\angle\Pi P\sigma=90°+\alpha$，$\angle P\Pi\sigma=90°-\lambda$

①、已知：(α,δ)，ε

求：(λ,β)

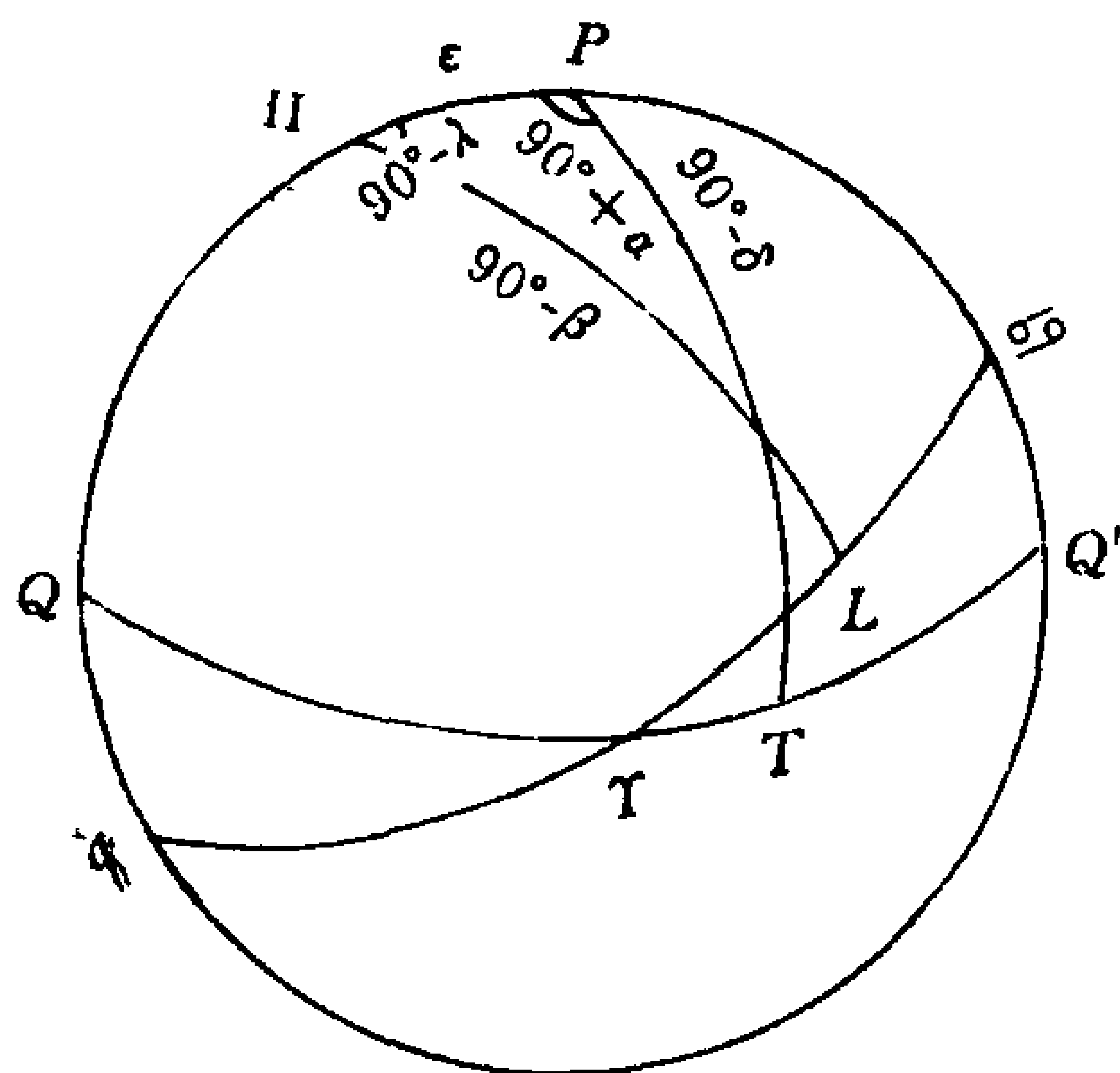


图 1-16

解：

$$\begin{cases}\sin\beta=\cos\varepsilon\ \sin\delta-\sin\varepsilon\ \cos\delta\ \sin\alpha\\ \cos\beta\cos\lambda=\cos\delta\cos\alpha\\ \cos\beta\ \sin\lambda=\sin\delta\ \sin\varepsilon+\cos\delta\ \cos\varepsilon\ \sin\alpha\end{cases}$$

②、已知：(λ,β)，ε

求：(α,δ)

解：

$$\begin{cases}\sin\delta=\cos\varepsilon\sin\beta+\sin\varepsilon\cos\beta\sin\lambda\\ \cos\delta\cos\alpha=\cos\beta\cos\lambda\\ \cos\delta\sin\alpha=\sin\beta\sin\varepsilon+\cos\beta\cos\varepsilon\sin\lambda\end{cases}$$

三、时角坐标和赤道坐标间转换

图(1-17)，设一天体 σ，它的赤道坐标是(α,δ)，时角坐标(t,δ). 由图可见天体 σ 的赤纬 δ 是共同的，无需转换. 时角 t 和赤经 α 之间的联系可靠春分点时角 t_Υ. 因 $t_\Upsilon=\alpha+t$，若已知春分点 t_Υ，则时角坐标(t,δ)与赤道坐标(α,δ)间的相互转换就解决了. 以小时表示的春分点时角 t_Υ 等于当地地方恒星时 S，只要观测瞬间恒星时 S 已知，转换就可解(关于恒星时概念参照第三章).

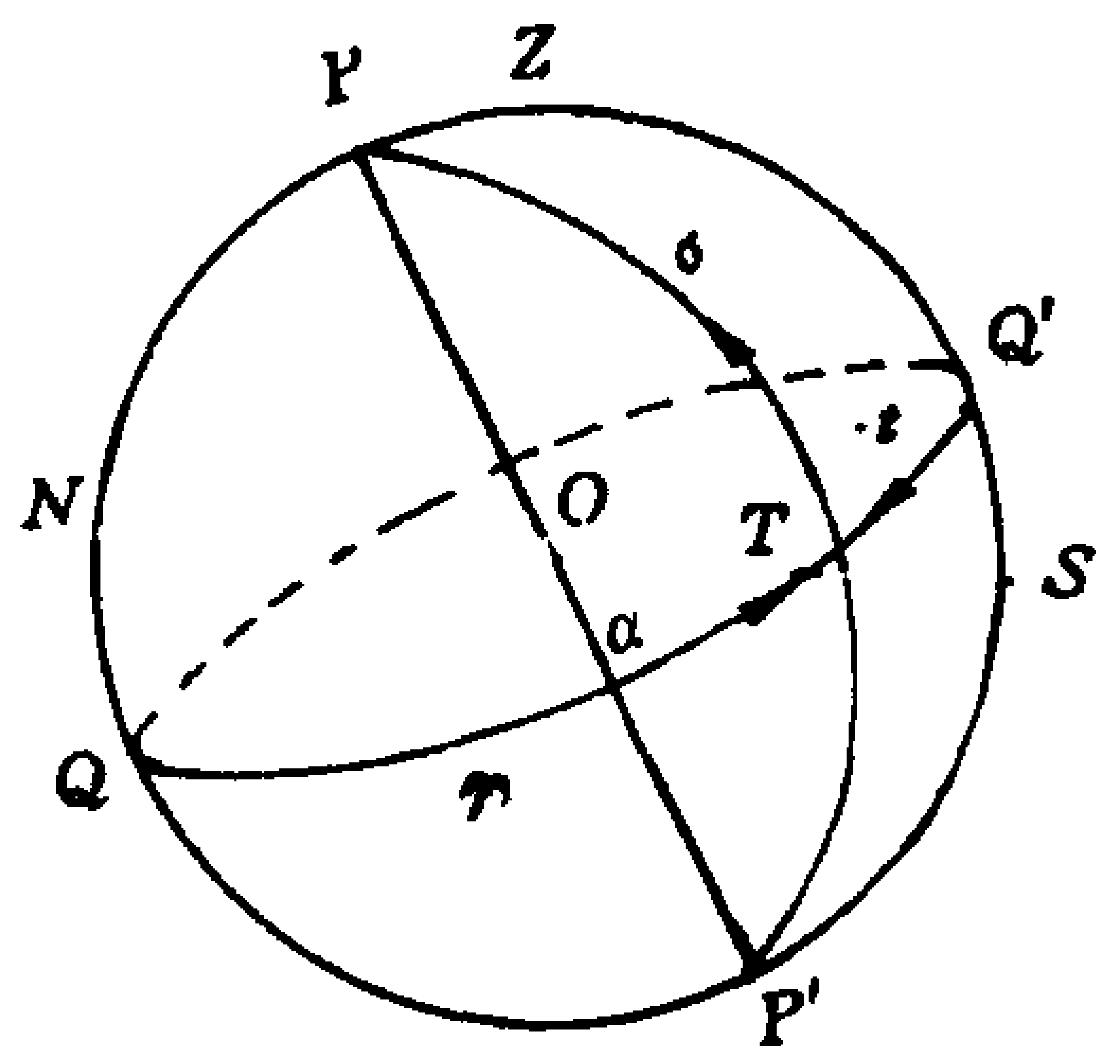


图 1-17

四、银道坐标和赤道坐标间转换

(1) 赤道坐标(α,δ)转为银道坐标(L,b)图 1-18，在天文三角形 $AP\sigma$ 中：$\overset{\frown}{P\sigma}=90^\circ-\delta$；$\overset{\frown}{A\sigma}=90^\circ-b$；$\overset{\frown}{AP}=90^\circ-D$；$\angle AP\sigma=\alpha-A$；$\angle PA\sigma=90^\circ-(L-L_\Omega)$根据球面三角公式，由赤道坐标转为银道坐标的一组转换公式为：

$$
\begin{cases}
\sin b=\sin\delta\,\sin D+\cos\delta\,\cos D\,\cos(\alpha-A)\\
\sin(L-L_{\Omega})\cos b=\sin\delta\,\cos D-\cos\delta\,\sin D\,\cos(\alpha-A)\\
\cos(L-L_{\Omega})\cos b=\cos\delta\,\sin(\alpha-A)
\end{cases}
$$

其中 $L_{\Omega}=33°20.7'$ 为升交点的新银经;$(A、D)$ 为银极 A 的赤道坐标值. 1958 年前采用 $A=190°, D=+28°$(相对定向历元为 1900.0 时天球平赤道坐标系);1958 年以后 $A=192°15', D=+27°24'$(相对定向历元为 1950.0 天球平赤道坐标系).

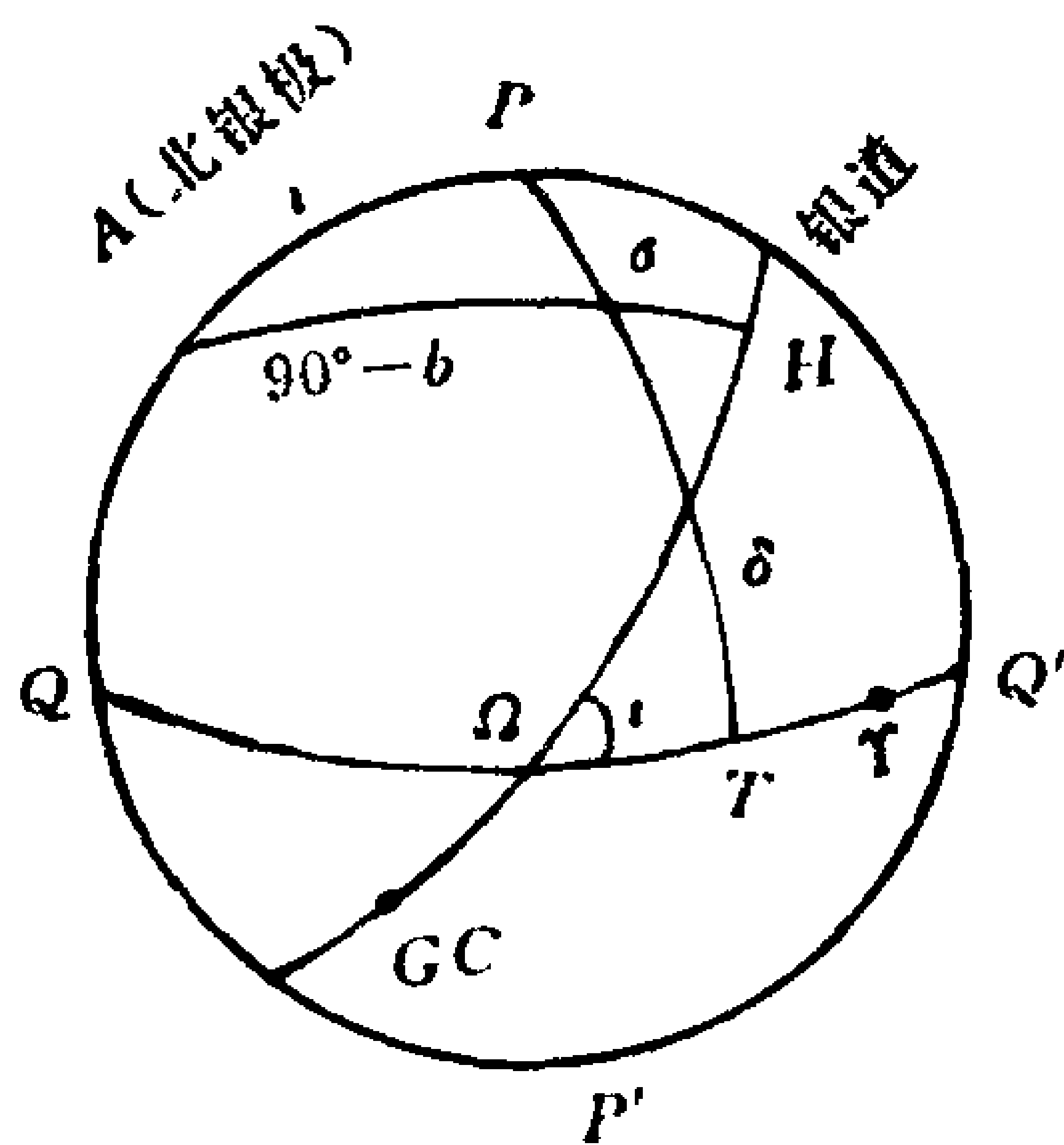


图 1-18

(2) 银道坐标 (L, b) 转为赤道坐标 (α, δ)(参看图 1-18),在球面三角形 $AP\sigma$ 中,已知 (L, b) 求 (α, δ) 的一组公式为:

$$
\begin{cases}
\sin\delta=\sin b\,\sin D+\cos b\,\cos D\,\sin(L-L_{\Omega})\\
\cos(\alpha-A)\cos\delta=\sin b\,\cos D-\cos b\,\sin D\,\sin(L-L_{\Omega})\\
\sin(\alpha-A)\cos\delta=\cos b\,\cos(L-L_{\Omega})
\end{cases}
$$

其中所用符号意义同上.

§1.5 空间直角坐标系间的转换

一、变换矩阵和反向矩阵

天体 σ 在空间直角坐标系的位置，由一个坐标系转换到另一个坐标系是通过坐标系的旋转得到的，而坐标系的旋转是用变换矩阵(或称旋转矩阵)表示.变换矩阵的形式如下：

图(1-19)，设空间中任意天体 σ 在 $O\text{-}XYZ$ 坐标系中的直角坐标为$(x\ y\ z)$若令轴 X 不动，$Z\ O\ Y$ 平面绕 X 轴右旋一个角度 θ，构成新的坐标系 $O\text{-}x'y'z'$. 天体 σ 在新的直角坐标系中的位置用$(x'y'z')$表示，

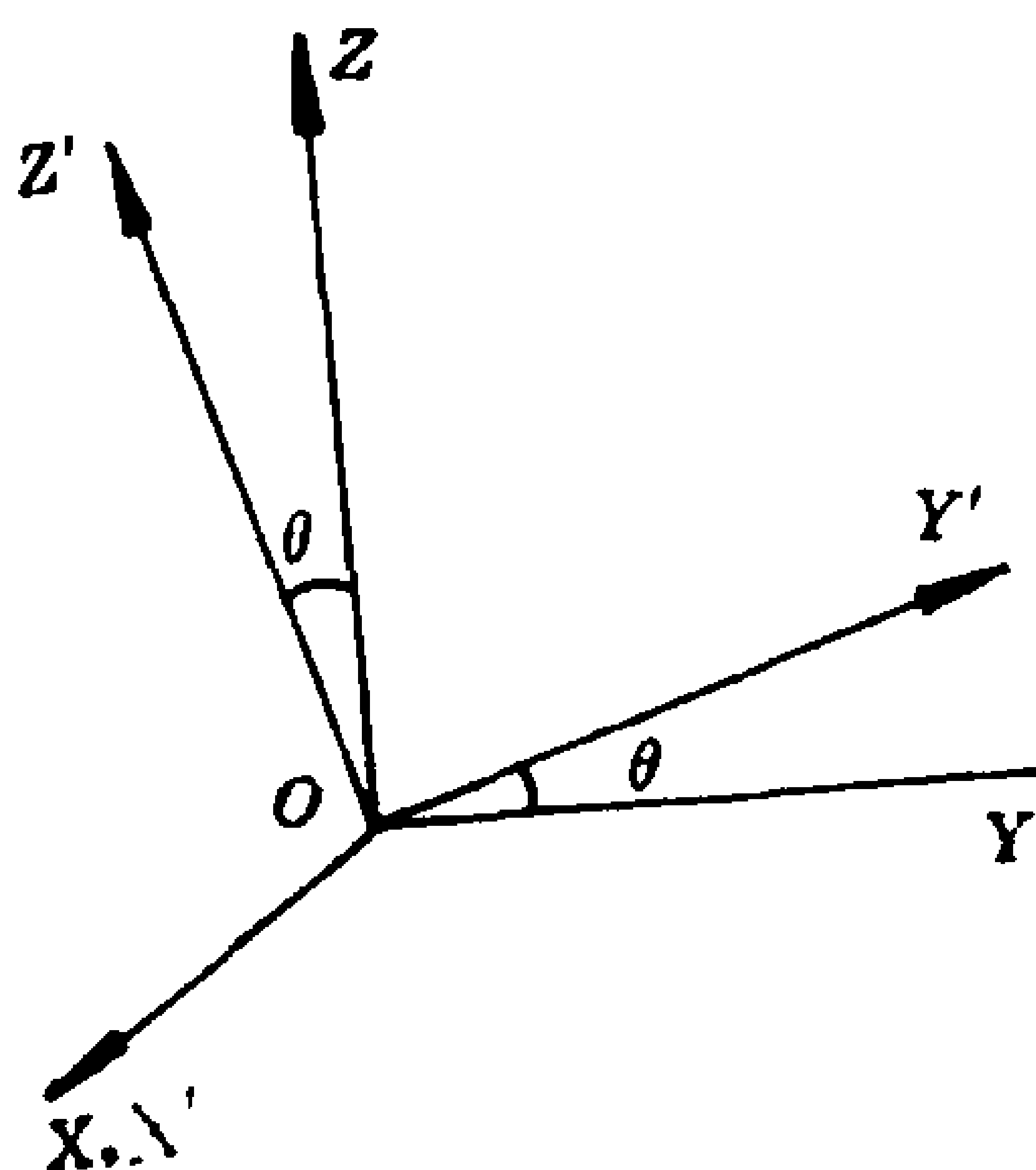


图 1-19

由解析几何的知识，可得(x,y,z)和(x',y',z')关系式如下：

$$\begin{cases} x'=x \\ y'=y\cos\theta+z\sin\theta \\ z'=-y\sin\theta+z\cos\theta \end{cases} \tag{1.1}$$

写成矩阵形式为：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

令：

$$k_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

则(3)式为(1)式的变换矩阵.

同理可得：XZ 平面绕 Y 轴逆时针旋转 θ 角的变换矩阵和 XY 平面绕 Z 轴逆时针旋转 θ 角的变换矩阵为：

$$k_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

$$k_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.5}$$

(3)、(4)、(5)式就是坐标系原点相同的两个直角坐标系间转换的变换矩阵.

几个变换矩阵之积如：$k_x(\alpha)k_y(\beta)k_z(\gamma)$它们间的顺序是不能变换的，其计算结果依次从右至左完成. $k_x(\alpha)k_y(\beta)k_z(\gamma)$的意义是：先对原系统 z 轴旋转 γ 角，然后对旋转了 γ 角的系统的 y 轴，绕其旋转 β 角，然后再对再次旋转后的系统 x 轴，再绕其旋转一个 α 角，经过这样过程才能得到变换后的系统.

反向矩阵是在坐标系转换过程中，解决两个坐标系，一个是左旋一个是右旋坐标系间转换所采用的变换矩阵. 不同旋转坐标系间只是某一个坐标轴正向与另一个坐标系同一坐标轴方向相反，通过反向矩阵就可实现二者的一致. 例如：两坐标系 y 轴正向相反，即一个左旋坐标系，一个右旋坐标系通过公式：

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{1.6}$$

就可将原右旋坐标系($x\ y\ z$)变换成左旋坐标系($x\ y\ z$)或者相反.

令

$$\boldsymbol{P}_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.7}$$

为对 y 的反向矩阵,同理对 x、z 的反向矩阵分别为:

$$\boldsymbol{P}_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

$$\boldsymbol{P}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1.9}$$

下面我们将借助变换矩阵 $\boldsymbol{k}_x(\theta)$,$\boldsymbol{k}_y(\theta)$,$\boldsymbol{k}_z(\theta)$反向矩阵 $\boldsymbol{P}_x$、$\boldsymbol{P}_y$、$\boldsymbol{P}_z$ 实现空间直角坐标系间的转换.

二、地平直角坐标与时角直角坐标间转换

天体 σ 在地平直角坐标系的坐标值$(x\ y\ z)_{A,h}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{A,h} = \begin{pmatrix} \cos h & \cos A \\ \cos h & \sin A \\ \sin h & \end{pmatrix}$$

时角直角坐标系的坐标值$(x\ y\ z)_{t,\delta}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta} = \begin{pmatrix} \cos\delta & \cos t \\ \cos\delta & \sin t \\ \sin\delta & \end{pmatrix}$$

若已知其中一个就可以利用转换矩阵实现二者间的转换(图 1-20)

(1) 已知 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{A,h}$

求 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta}$

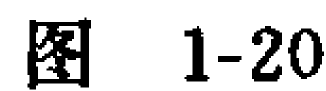


图 1-20

解：由图可见两直角坐标系间是由天文纬度 φ 相连系其转换关系式如下：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta} = \boldsymbol{k}_y(\varphi - 90°)\boldsymbol{k}_z(180°)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{A,h} \qquad (1.9)$$

其中 $\boldsymbol{k}_y(\varphi-90°)$ 和 $\boldsymbol{k}_z(180°)$ 是由(1.4)和(1.5)式决定的转换矩阵(其中角 θ 分别为 $\varphi-90°$ 与 $180°$)

注：这个转换关系式得出是遵循下述转换原则：

a. 首先考虑原坐标系的 Z 轴，如果能先绕 Z 轴旋转就先 Z 轴，否则 Y 轴，其顺序是 ZYX. 原因是 Z 轴对应天球坐标系中的基本极.

b. 旋转角 θ 正负号由原坐标系计量原则定，原左旋顺时针为正，右旋逆时针为正.

c. 先应用反向矩阵，坐标系计量原则遵从反向后的坐标系.

(2)由时角坐标 $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{t,\delta}$ 求 $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{A,h}$

实际就是上述转换的逆过程.

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{A,h}=\boldsymbol{k}_z(180°)\boldsymbol{k}_y(90°-\varphi)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{t,\delta} \quad (1.10)$$

三、时角直角坐标和赤道直角坐标间转换

图 1-21：两坐标系 Z 轴正向均指向北天极 P，但两坐标系一个是左旋，一个是右旋，X 轴指向不一样．两坐标系之间的联系是春分点时角 t_Υ，而春分点时角(以小时表示)等于当地地方恒星时 S，即 $S=t_\Upsilon=\alpha+t$.

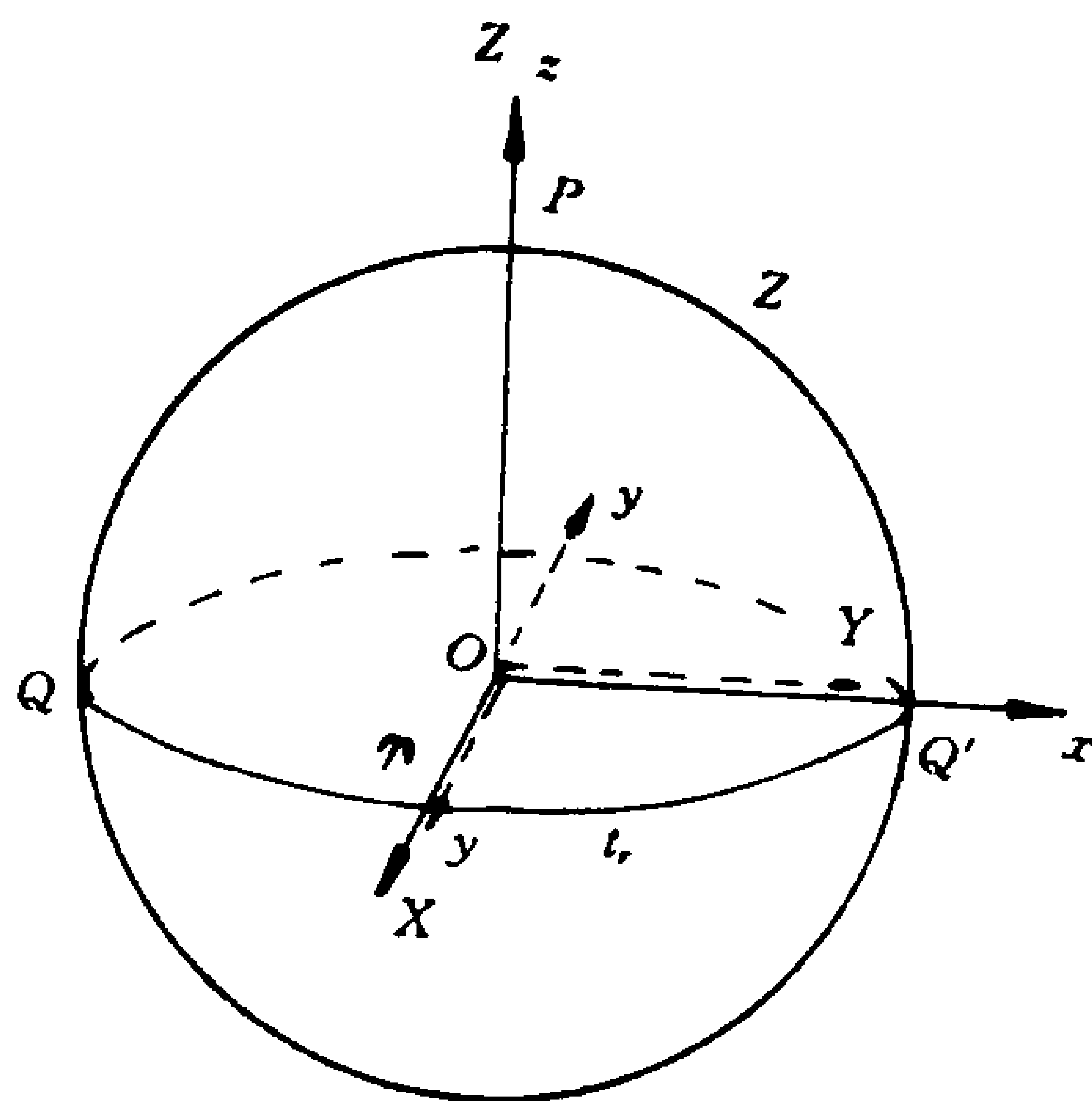


图 1-21

由时角直角坐标 $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{t,\delta}$

转换到赤道直角坐标 $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{\alpha,\delta}$ 其转换关系式如下：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\delta} = \boldsymbol{K}_z(-S)\boldsymbol{P}_y \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta} \tag{1.11}$$

其中 $\boldsymbol{P}_y$ 就是由公式(8)决定的反向矩阵.

由赤道坐标 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta}$ 求时角直角坐标 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta}$ 其转换公式就是公式(1.11)的逆过程:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{k}_z(S) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} \tag{1.12}$$

应用上述二式需要知道观测瞬间的地方恒星时 S(即天体位置所对应的恒星时时刻).

四、赤道直角坐标与黄道直角坐标间转换

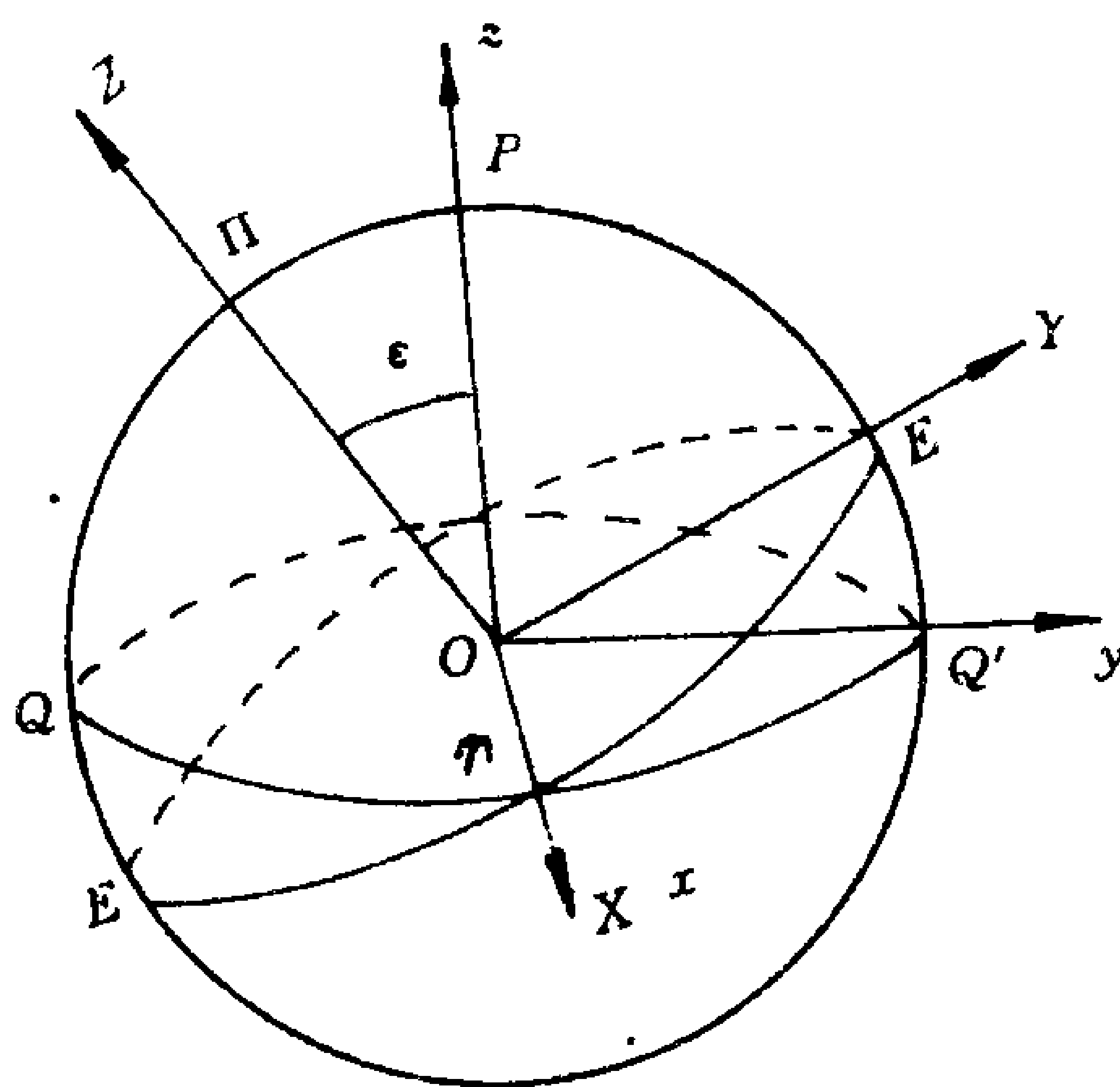


图 1 22

图 1-22,两个坐标系 X 轴正向均是春分点 Υ,并且均为右旋直角坐标系,所不同的是 Z 轴正向不同,它们之间联系是黄赤交角 ε.

已知天体的赤道直角坐标 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta}$，欲求它们的黄道直角坐标 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta}$，由下面转换公式决定：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta} = \boldsymbol{k}_x(\varepsilon)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} \tag{1.13}$$

其中 $\boldsymbol{k}_x(\varepsilon)$是由(1.3)式决定的转换矩阵(其中角 $\theta=\varepsilon$)

反过来已知天体的黄道直角坐标 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta}$ 欲求它的赤道坐标 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta}$ 就是上式的逆过程.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \boldsymbol{k}_x(-\varepsilon)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta} \tag{1.16}$$

其中 $\varepsilon=23°26'21''.488$. 对应定向历元 JD 2000. 0 年(从 1984. 0 年开始采用)

五、银道直角坐标和赤道直角坐标间转换

图 1-23，其中 P 为北天极，QQ' 为天赤道，♈ 为春分点，A 为北银极方向，GC 为银心方向，GC 所在的大圆为银道，Ω 为银道和赤道的升交点，银道和赤道的交角为 i，升交点 Ω 的赤经为 α_Ω，银经为 L_Ω.

(1) 已知：天体 σ 的赤道坐标为：$\alpha_{1950.0}$；$\delta_{1950.0}$

求：对应的银道坐标(L,b)

解：将球面坐标化成球面直角坐标形式.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \begin{pmatrix} \cos\delta & \cos\alpha \\ \cos\delta & \sin\alpha \\ \sin\delta & \end{pmatrix}$$

由图 1-23 可见，其中升交点 Ω 的赤经 α_Ω，银经 L_Ω 应为已知；升交点 Ω 的倾角 $\imath$ 应为已知. L_Ω、α_Ω、$\imath$ 是连结二坐标系的三个已知量，其转换关系式如下：

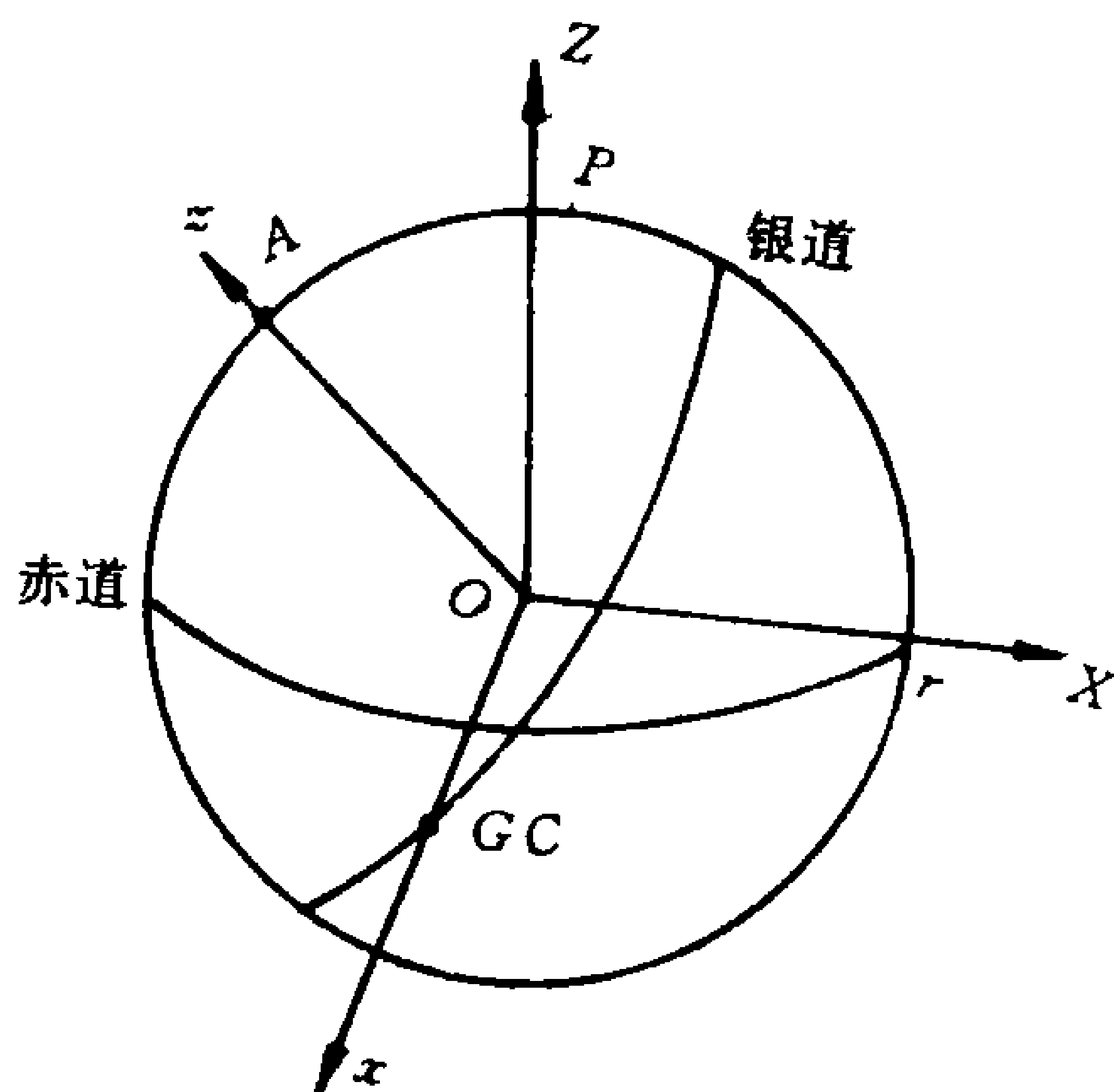


图 1-23 银道坐标的赤道坐标间转换

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{L,b} = \boldsymbol{R}_Z(-L_\Omega)\boldsymbol{R}_X(\imath)\boldsymbol{R}_Z(\alpha_\Omega)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta}$$

其中：

$$\begin{cases} L=\text{arc tg}(y/x) \\ b=\text{arc tg}(Z/(x^2+y^2)^{½} \end{cases}$$

(2)已知：天体的银道坐标(L、b)

求：对应的天体赤道坐标(α、δ)

解：参看图 1-23，实为上述转换的逆过程，其转换关系式为：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \boldsymbol{R}_z(-\alpha_\Omega)\boldsymbol{R}_x(-\imath)\boldsymbol{R}_z(L_\Omega)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{I,b}$$

其中：

$$\begin{cases} \alpha=\text{arc tg } y/x \\ \delta=\text{arc tg } Z/(X^2+Y^2)^{1/2} \end{cases}$$

上述五种坐标间转换关系可归纳成下表

表一:空间直角坐标系间转换

		原系统				
		银道	黄道	赤道	时角	地平
变换后系统	银道	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{L\,b}$		$\boldsymbol{R}_z(-L_\Omega)$ $\boldsymbol{R}_x(i)$ $\boldsymbol{R}_z(\alpha_\Omega)$		
	黄道		$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta}$	$\boldsymbol{R}_x(\varepsilon)$		
	赤道	$\boldsymbol{R}_z(-\alpha_\Omega)$ $\boldsymbol{R}_x(-i)$ $\boldsymbol{R}_z(L_\Omega)$	$\boldsymbol{R}_x(-\varepsilon)$	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\,\delta}$	$\boldsymbol{K}_z(-S)\boldsymbol{P}_y$	
	时角			$\boldsymbol{P}_y\boldsymbol{K}_z(S)$	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t\,\delta}$	$\boldsymbol{K}_y(\varphi-90°)$ $\boldsymbol{K}_z(180°)$
	地平				$\boldsymbol{K}_z(-180°)$ $\boldsymbol{K}_y(90°-\varphi)$	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{A\,h}$

备注:上面是以天体的空间直角坐标进行的坐标系间转换,其结果完全适用不同空间直角坐标系间转换.

§1.6 坐标转换实例

§3 和 §4 介绍了空间直角坐标系间和天球球面坐标系间的转换关系和计算方法,本附录将给出具体实例的计算步骤和方法.

例题:在北京师范大学天文系天文台观测恒星.观测对象为:*GC* 星表中的 23487 号恒星,赤道坐标值为($\alpha=17^h20^m36^s.622$;

$\delta = 40°00'08''.04$)，观测时的地方恒星时 $S = 18^h10^m16^s.550$，师大天文台地理纬度 $\varphi \doteq 40°00'00''.00$，观测期间黄赤交角 ε 取为：$\varepsilon = 23°26'43''.06$，要求：为不同的观测装置提供坐标数据，并由于研究工作的需要给出地平、时角、赤道、黄道坐标系的坐标值来.

具体解法将分成两大部分：其一是根据球面三角有关公式，解球面三角形；其二是根据直角坐标系转换关系求解，并请读者掌握这样两种方法.

一、基本数据

$\alpha = 17^h20^m36^s.622 = 260°09'09''.33$

$\delta = 40°00'08''.04$

$S = 18^h10^m16^s.550 = 272°34'08''.25$

$\varphi = 40°00'00''.00$

$\varepsilon = 23°26'43''.06$

	a	δ	s	φ	ε
sin	−0.98526672	0.64281747	−0.99899499	0.64278761	0.39787329
cos	−0.17102479	0.76601939	+0.04482176	0.76604444	0.91744037

二、由赤道坐标系转换到时角坐标系

1. 球面三角转换

由 $t = S - \alpha$ 求得 t

这里 $S = 18^h10^m16^s.55$，$\alpha = 17^h20^m36^s.622$

得 $t = 0^h49^m39^s.928 = 12°24'58''.92$

$\delta = 40°00'08''.04$

2、根据天球直角坐标计算

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \begin{pmatrix} \cos\delta & \cos\alpha \\ \cos\delta & \sin\alpha \\ \sin\delta & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.13100831 \\ -0.75473341 \\ 0.64281747 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}_Z(S)=\begin{pmatrix}\cos(S) & \sin(S) & 0\\ -\sin(S) & \cos(S) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}+0.04482176 & -0.99899499 & 0\\ +0.99899499 & +0.04482176 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}_{t,\delta}=$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\boldsymbol{K}_z(S)\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}_{\alpha,\delta}=\begin{pmatrix}+0.74810287\\ +0.16470512\\ +0.64281747\end{pmatrix}$$

$$t=\operatorname{arctg}\frac{y}{x}=\operatorname{arctg}0.22016373=12°24'58''.92$$

$$\delta=\arcsin z=\arcsin 0.64281747=40°00'08''.04$$

三、由时角坐标系转换到赤道坐标系

$t=0^h49^m39^s.928=12°24'58''.92$

$\delta=40°00'08''.04$

$\sin t=+0.21501430 \qquad \cos t=+0.97661090$

1、球面三角转换

$\alpha=s-t$　　这里 $S=18^h10^m16^s.550$

得 $\alpha=17^h20^m36^s.622$

$\delta=40°00'08''.04$

2、根据天球直角坐标系计算

$$\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}_{t,\delta}=\begin{pmatrix}\cos\delta & \cos t\\ \cos\delta & \sin t\\ \sin\delta & \end{pmatrix}=\begin{pmatrix}+0.74810289\\ +0.16470512\\ +0.64281747\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_z(-S)=\begin{pmatrix}\cos(S) & -\sin(S) & 0\\ \sin(S) & \cos(S) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}+0.04482176 & +0.99899499 & 0\\ -0.99899499 & +0.04482176 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}_{\alpha,\delta}=\boldsymbol{k}_z(-S)\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}_{t,\delta}=\begin{bmatrix}-0.13100830\\-0.75473341\\0.64281747\end{bmatrix}$$

$\alpha=\mathrm{arctg}\,\dfrac{y}{x}=\mathrm{arctg}5.76095873=80°09'09''.33$

$\because x,y$ 均为负值 α 属于第三象限

$\therefore \alpha=80°09'09''.33+180°=260°09'09''.33=17^h20^m36^s.622$

$\delta=\arcsin z=\arcsin(0.64281747)=40°00'08''.04$

四、由时角坐标系转换到地平坐标系

$t=0^h49^m39^s.928=12°24'58''.92$

$\delta=40°00'08''.04$

$\sin t=+0.215014307;\qquad \cos t=+0.97661090$

1. 球面三角转换

$$\begin{aligned}\cos z &=\sin\delta\sin\varphi+\cos\delta\cos\varphi\cos t\\ &=0.41319510+0.57308005\\ &=0.986275156\end{aligned}$$

$\therefore\quad z=9°30'13''.07$

$h=90°-z=80°29'46''.93$

$$\begin{aligned}\mathrm{tg}A &=\frac{-\cos\delta\sin t}{\sin\delta\cos\varphi-\cos t\sin\varphi}\\ &=\frac{-0.16470513}{0.49242675-0.48087127}\\ &=-14.25342089\end{aligned}$$

$\therefore A=-85°59'12''.41$

即 $A=274°00'47''.59$

2. 根据直角坐标计算

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta} = \begin{pmatrix} \cos\delta & \cos t \\ \cos\delta & \sin t \\ \sin\delta & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.74810289 \\ 0.16470512 \\ 0.64281747 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_y(90°-\varphi) = \begin{pmatrix} \sin\varphi & 0 & -\cos\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.64278761 & 0 & -0.76604444 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.76604444 & 0 & 0.64278761 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_z(-180°) = \begin{pmatrix} \cos(180°) & -\sin(180°) & 0 \\ \sin(180°) & \cos(180°) & 0 \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{A,h} = \boldsymbol{K}_z(180°)\boldsymbol{K}_y(90°-\varphi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t,\delta}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.01155548 \\ -0.16470513 \\ 0.98627516 \end{pmatrix}$$

$h = \arcsin z = 80°29'46''.93$

$A = \mathrm{arctg}\, y/x = -85°59'12''.41$

$A = 274°00'47''.59$

五、由地平坐标系转换到时角坐标系

$A = 274°00'47''.59$

$h = 80°29'46''.93$

$z = 90° - h = 9°30'13''.07$

	A	h	z
sin	−0.99754792	0.98627514	0.1651101
cos	0.06998663	0.1651101	0.98627514

1. 球面三角转换：

$$\mathrm{tg}t=\frac{-\sin z\sin A}{\cos z\cos\varphi-\sin z\sin\varphi\cos A}$$

$$=\frac{0.16470524}{0.75553059-0.00742773}$$

$$=0.22016389$$

$$\therefore t=12°24'58''.92$$

$$\sin\delta=\cos z\ \sin\varphi+\sin z\ \cos A\ \cos\varphi$$

$$=0.64281747$$

$$\therefore \delta=40°00'08''.04$$

2. 根据直角坐标计算：

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{t,\delta}=\boldsymbol{K}_y(\varphi-90°)\boldsymbol{K}_z(180°)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{A,h}$$

由：

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{A,h}=\begin{pmatrix}\cos h\quad\cos A\\\cos h\quad\sin A\\\sin h\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.01155550\\-0.16470524\\0.98627514\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_y(180°)=\begin{pmatrix}\cos(180°)&\sin(180°)&0\\-\sin(180°)&\cos(180°)&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_y(\varphi-90°)=\begin{pmatrix}\sin\varphi&0&\cos\varphi\\0&1&0\\-\cos\varphi&0&\sin\varphi\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 0.64278761 & 0 & 0.76604444 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.76604444 & 0 & 0.6427831 \end{pmatrix}$$

得：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{t\delta} = k_y(\varphi-90°)K_z(180°)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{A,h}$$

$$=\begin{pmatrix} 0.74810286 \\ 0.16470524 \\ 0.64281747 \end{pmatrix}$$

$\therefore t=\text{arctg}y/x=12°24'58''\cdot 92$

$\delta=\arcsin z=40°00'08''\cdot 04$

六、由赤道坐标转换到黄道坐标系

$\alpha=260°09'09''\cdot 33$ $\varepsilon=23°26'43''\cdot 06$

$\delta=40°00'08''\cdot 04$

	α	δ	ε
sin	−0.98526672	0.64281747	0.39787329
cos	−0.17102479	0.76601939	0.91744037

1. 球面三角转换：

$$\sin\beta=-\cos\delta\sin\alpha\sin\varepsilon+\sin\delta\cos\varepsilon$$

$$=0.89003496$$

$\therefore\beta=62°52'39''\cdot 51$

$$\text{tg}\lambda=\frac{\cos\delta\sin\alpha\cos\varepsilon+\sin\delta\sin\varepsilon}{\cos\delta\cos\alpha}$$

$$=\frac{-0.43666300}{-0.13100831}$$

$$=3.33309391$$

$\therefore\lambda=73°17'58''.64$

∵α为 260°09′09″.33

∴$\lambda=73°17'58''.64+180°=253°17'58''.64$

2. 根据直角坐标计算：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \begin{pmatrix} \cos\delta & \cos\alpha \\ \cos\delta & \sin\alpha \\ \sin\delta & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.13100831 \\ -0.75473341 \\ 0.64281747 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_x(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ 0 & -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.91744037 & 0.39787329 \\ 0 & -0.39787329 & 0.91744037 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta} = \boldsymbol{K}_x(\varepsilon) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \begin{pmatrix} -0.13100831 \\ -0.4366300 \\ 0.89003496 \end{pmatrix}$$

$\lambda=\mathrm{arctg}\, y/x=73°17'58''\cdot 64$

∵x, y均为负值，　∴λ为第三象限

∴$\lambda=253°17'58''\cdot 64$

$\beta=\arcsin z=62°52'39''\cdot 51$

七、由黄道坐标系转换到赤道坐标系

$\lambda=253°17'58''\cdot 64$

$\beta=62°52'39''\cdot 51$

$\cos\lambda=-0.28736683$　　$\cos\beta=0.45589226$

$\sin\lambda=-0.95782060$　　$\sin\beta=0.89003497$

1. 根据球面三角计算：

$\sin\delta=\cos\beta\sin\lambda\sin\varepsilon+\sin\beta\cos\varepsilon=0.64281747$

∴$\delta=40°00'08''.04$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{\cos\beta\sin\lambda\cos\varepsilon-\sin\beta\sin\varepsilon}{\cos\beta\cos\lambda}$$

$$=\frac{-0.75473340}{-0.13100831}=5.7609582$$

$\alpha=80°09'09''33$

$\because\lambda$为 $253°17'58''.64$

$\therefore\alpha=260°09'09''.33$

2. 根据直角坐标计算：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta}=\begin{pmatrix} \cos\beta & \cos\lambda \\ \cos\beta & \sin\lambda \\ \sin\beta & \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -0.13100831 \\ -0.43666300 \\ 0.89003497 \end{pmatrix}$$

$$\vec{K}_x(-\varepsilon)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & -\sin\varepsilon \\ 0 & \sin\varepsilon & -\cos\varepsilon \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.91744037 & -0.39787329 \\ 0 & 0.39787329 & 0.91744037 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta}=\boldsymbol{k}_x(-\varepsilon)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\lambda,\beta}=\begin{pmatrix} -0.13100831 \\ 0.75473340 \\ 0.64281743 \end{pmatrix}$$

$\alpha=\mathrm{arctg}\,y/x=80°09'09''.33$

$\because x,y$ 均为负值，即在第三象限

$\therefore\alpha=260°09'09''.33$

$\delta=\arcsin z=40°00'08''.04$

第二章　天体的周日视运动

由于地球的自转，使得位于地面上的观测者看来，整个天球绕着一条与地球自转轴平行的天轴在旋转，由于天球旋转使得天球上建立起来的基本点、圈也具有周日视运动，其运动轨迹是平行于天赤道的小圆（即周日平行圈）. 对于天体而言，随着天球周日旋转，也具有周日视运动现象. 但严格地讲，天体周日视运动现象与天球上所建立起来的固定点是不完全一样，例如：太阳、月亮、行星等离我们比较近的天体，它们的自行每日都很明显，又受地球周围大气折射影响及周日光行差、周日视差等因素的影响，它们周日视运动轨迹严格地讲并不是平行天赤道的小圈，对于恒星而言，也由于存在有自行因素，轨迹也较复杂，作为一般规律，我们仍然将天体周日视运动轨迹看成是平行于天赤道的小圆（不考虑复杂因素的影响）. 不同纬度 φ 处的观测者，由于天极 P 地平高度不一样，所见天体的周日视运动现象也是不同的。

§2.1　纬度 φ 处观测者所见天体周日视运动

根据第一章所推导出来的结论：天极 P 的地平高度 h_p 等于当地地理纬度 φ（即 $h_p=\varphi$），因此地球上不同纬度地区观测者所见北天极 P 的高度也不一样，所见天体在天球上的周日视运动现象也不会相同，现以三种特例来讨论：

一、在地球两极处观测者（$\varphi=90°$）

图（2-1a），天极 P 地平高度等于 90°，有天顶 Z 和天极 P 重合；天赤道 QQ' 和真地平 $NESW$ 重合；所有恒星的周日视运动轨迹都

和真地平平行.因此恒星处在同一高度上不升不落.地球北极上观测者看不到南半天球的星体.反之,地球上南极的观测者也看不到北半天球上星体.

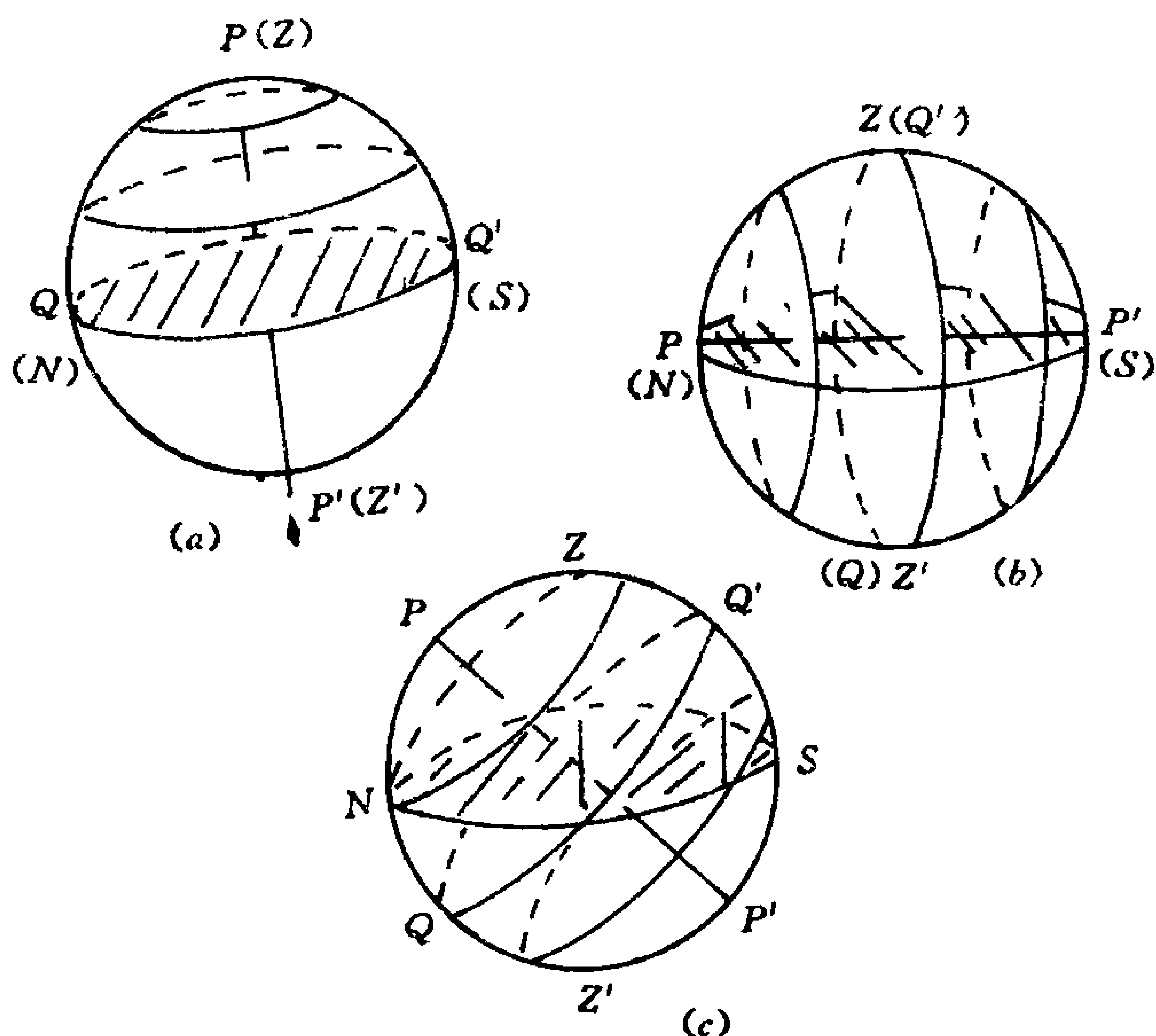


图 2-1

二、在地球赤道上观测者($\varphi=0°$)

图 2-1*b*,天极 P 地平高度等于 0,北天极 P 位于真地平北点 N. 南天极 P' 和南点 S 重合,天赤道 QQ' 垂直真地平且通过天顶 Z. 所有天体的周日平行圈都和真地平垂直,因此天体都在垂直于地平线方向上直升直落,观测者可以看到全天球的星体.

三、在两极和赤道之间($0°<\varphi<90°$)观测者

参看图 2-1*c*,天极 P 地平高度等于当地纬度 φ,因此天赤道 QQ' 和真地平 $NESW$ 之间成 $90°-\varphi$ 的夹角.天体的周日视运动轨迹也

和真地平成 $90°-\varphi$ 的倾角. 由图可见天体有升有落，地理纬度越低的地区看见南半天球上星体越多.

对于给定的纬度 φ 处观测者(地球北半球)所见到天球上恒星情况满足如下规律：

〔参看图 2-2〕. 当天体 $\delta \geq 90°-\varphi$ 天体总是在地平之上，称为永不下落天体，当天体处于南半天球上其赤纬 $|\delta|>90°-\varphi$，这些天体永不能升到地平面上来，称永不上升天体. 而当天体的赤纬 δ 满足：$-(90°-\varphi)<\delta<(90°-\varphi)$ 时这样的天体对纬度 φ 处观测者则为有升有落的天体. φ 越大永不升、永不落天体愈多.

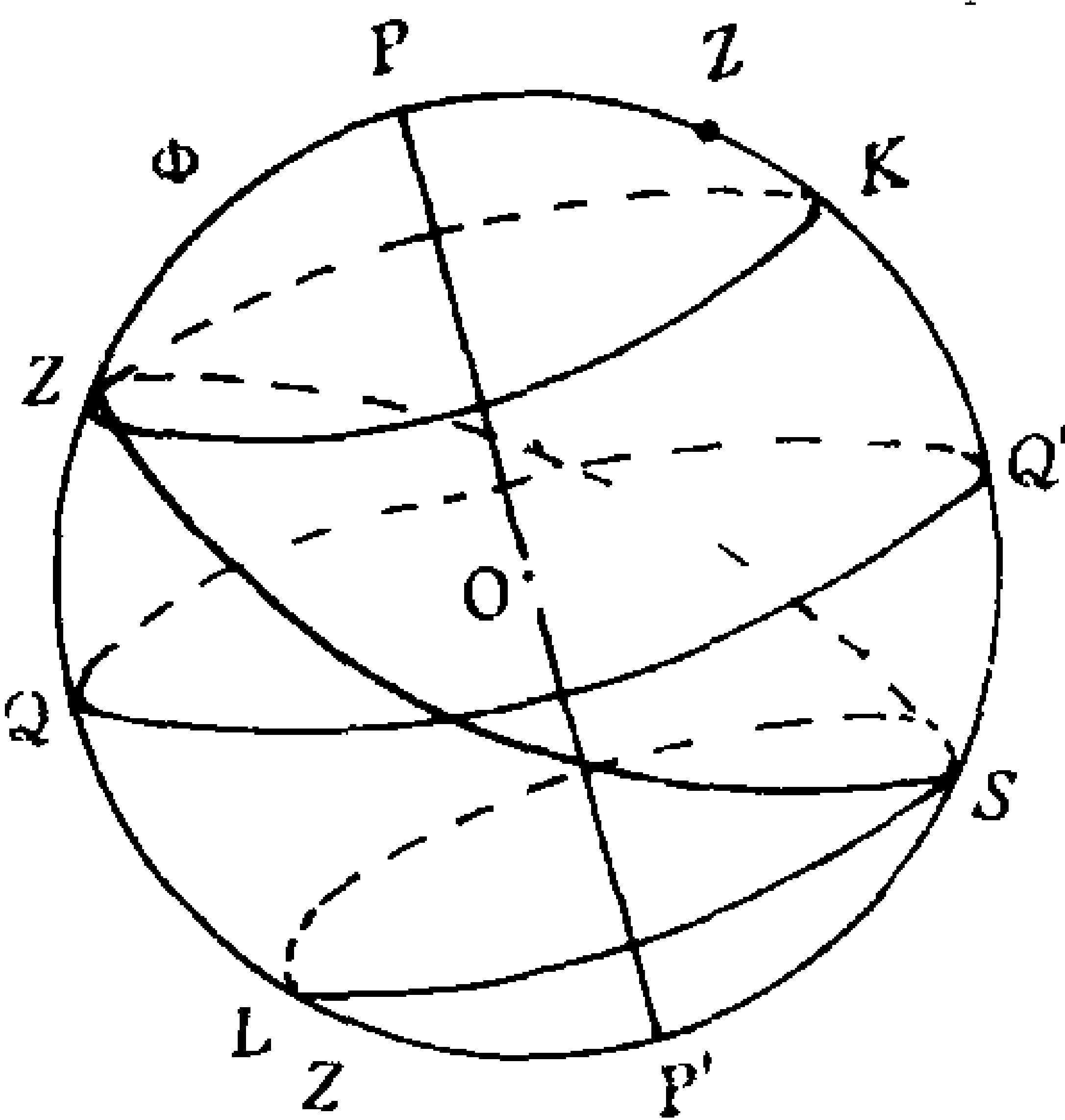


图 2-2

§2.2 天体出没的时刻和方位角

天体在周日视运动中，出没其地平的现象称为天体的出没. 天体出没时的天顶距 $z=90°$〔图 2-3〕. $\triangle PZ\sigma$ 是天体没时候的天文三角形. 其中 $\widehat{z\sigma}=90°$，$\widehat{pz}=90°-\varphi$. $\widehat{p\sigma}=90°-\delta$，$\angle ZP\sigma=t$

$\angle PZ\sigma=360°-A$.

根据球面三角边的余弦公式有：

$$\cos t=-\mathrm{tg}\varphi\,\mathrm{tg}\delta \tag{2.1}$$

由此式可解时角 t. 有二值 $-t$ 和 t，正值对应没时候时角，负值 t 对应升时候时角即：24^h-t. 由地方恒星时 $S=t_\Upsilon=\alpha+t$ 的关系式可得：

$$S_{出}=\alpha-t,\quad S_{没}=\alpha+t.$$

天体出没地平时的方位角：

$$\cos A = \sin\delta / \cos\varphi \tag{2.2}$$

由此式可得两个方位角 A，$-A$. 正 A 对应出时候方位角，$-A$ 对应没时候方位角. 即没时方位角为 $360° - A$.

上面讨论的天体出没的时刻和方位角是在忽略大气折射影响等因素下近似讨论，对于近距离的恒星，对于离我们较近的有视面天体 例如：太阳和月亮，不仅要考虑大气折射改正，而且要考虑视面的角半径和地平视差等因素的影响.

图 2-3

对于太阳可采用如下的计算出没时刻方位角的公式：对太阳需要考虑视面的角半径 r 和大气折射改正(关于大气折射有专门一章讨论). 由于大气折射的影响，我们看到的天体位置比它们的真实位置要高一些. 在地平上大气折射天体天顶距平均的影响为 $34'$. 即当太阳处在真地平时，太阳天顶距 z 实际上为 $90°34'$. 同时，定义太阳的出没是对太阳上、下边缘而言的. 对太阳中心而言，其天顶距 $z = 90° + r$. 太阳平均角半径 r 取为 $16'$，在考虑两种影响情况下，计算太阳出没时刻公式：

$$\cos t = \frac{\cos(90° + 16' + 34') - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta} \tag{2.3}$$

由此式可解出出没时候的太阳时角 $t = t_\odot$，其正值 $t_\odot$ 对应没时候的时角，负值 $t_\odot$ 对应升时候时角，即 $24^h - t_\odot$，进而求出出没时刻.

太阳出没时候的方位角 A 可由下式求得：

$$\sin A = \frac{-\cos\delta \sin t}{\sin(90° + 16' + 34')} \tag{2.4}$$

对于月亮出没时候的时刻及方位角 A 还需考虑地平视差的影响（专有一章讨论视差），这时可根据下式计算：

$$\cos t=\frac{\cos(90°+r_D+R-P_o)-\sin\varphi\sin\delta}{\cos\varphi\cos\delta} \tag{2.5}$$

$$\sin A=\frac{-\cos\delta\sin t}{\sin(90°+r_D+R+P_o)} \tag{2.6}$$

其中 r_D 是月亮的角半径，R 是地平时大气折射平均改正，P_o 是月亮地平视差（是地面和地心看同一天体的方向之差）.

§2.3 天体的中天和天体过卯酉圈

一、天体的中天

天体经过观测地天子午圈的瞬间称为天体的中天，地球每天旋转一周，天体随天球每一恒星日就有两次过当地子午圈（图 2-4）．一次过北天极 P，南点 S 和南天极 P' 所在的那部分子午圈，这时天体达到最高位置，叫做上中天．另一次经过北天极 P，北点 N 和南天极 P' 所在的部分子午圈，这时天体达到最低位置，叫做下中天．通常把在北天极 P 以南中天叫上中天，在北天极以北中天叫下中天.

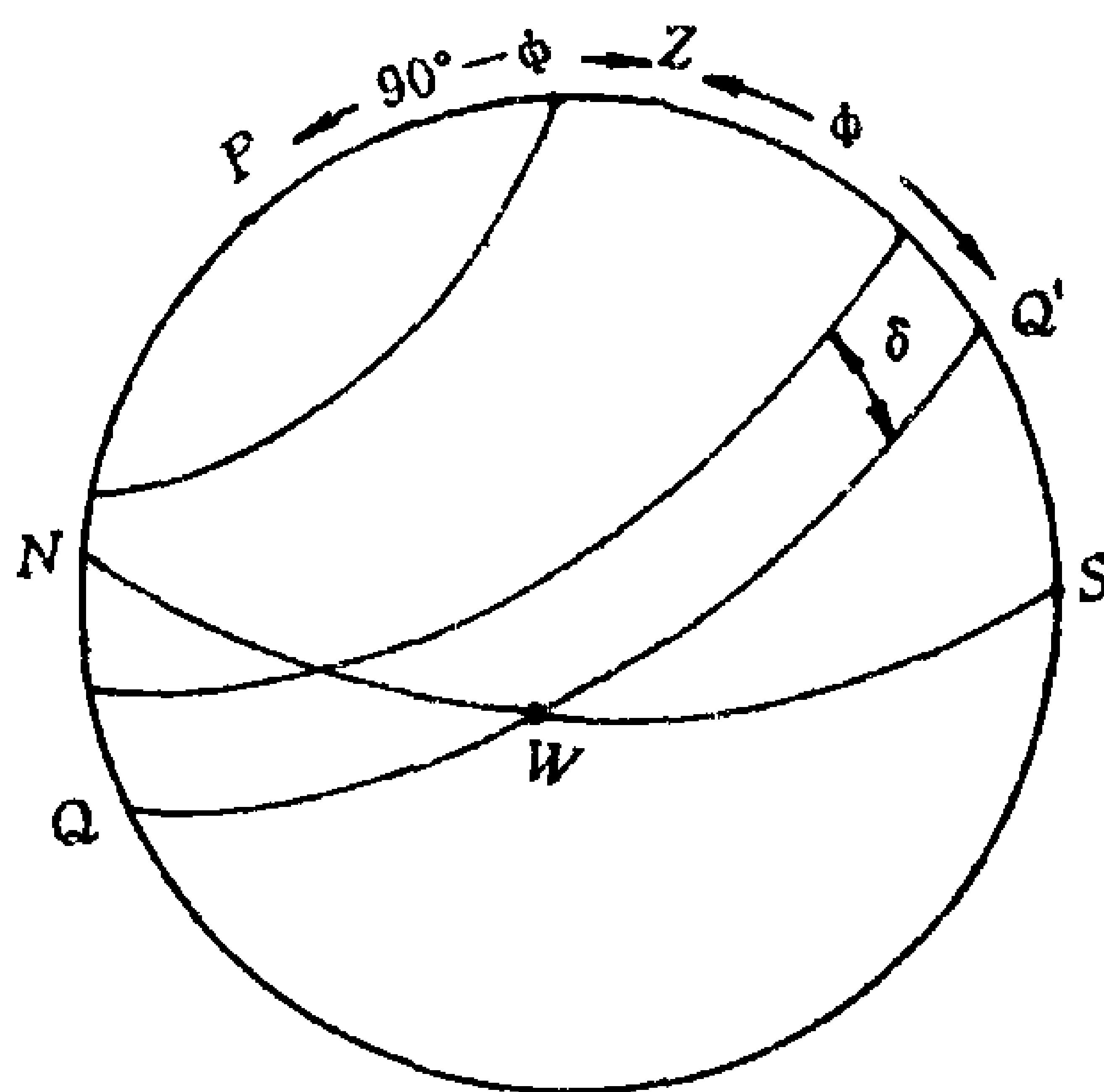


图 2-4

设 φ 为观测地点的纬度．δ 为天体的赤纬，由图不难得出：

天顶以南上中天的天体，中天时的天顶距 $z=\varphi-\delta$；中天时方位角 $A=180°$.

天顶以北上中天的天体，中天时的天顶距 $z=\delta-\varphi$；中天时方位角 $A=0°$.

天体上中天时候的地方恒星时 $S=\alpha$.

对于下中天的天体，天顶距 $z=180°-(\varphi+\delta)$，方位角 $A=0°$，中天时候地方恒星时 $S=\alpha+12^h$.

二、天体过卯酉圈

通过天顶 Z，东点 E 和西点 W 的大圆叫做卯酉圈，它是垂直于天子午圈的一个地平经圈(图 2-5)，对于赤纬 $\delta>\varphi$ 的天体，其周日平行圈在天顶以北，根本不经过卯酉圈，$0°<\delta<\varphi$ 的天体，每恒星日两次在地平以上经过卯酉圈. 一次是在东半天球，一次是在西半天球，天体在东半球过卯酉圈时，其地平经度 $A=90°$，在西半天球过卯酉圈时，地平经度 $A=270°$.

图 2-5

天体过卯酉圈时的时刻可由天文三角形 $PZ\sigma$ 中得到，其中：

$\overset{\frown}{PZ}=90°-\varphi$

$\overset{\frown}{Z\sigma}=z$

$\overset{\frown}{P\sigma}=90°-\delta$

$\angle PZ\sigma=90°$

$\angle ZP\sigma = t$

$$\cos t = \mathrm{tg}\delta / \mathrm{tg}\varphi \qquad (2.7)$$

由此可得 t 的两个值，正 t 为过酉圈时角，负 t 为过卯圈时角. 其地方恒星时分别为：$S_W = \alpha + t$，$S_E = \alpha - t$.

天体过卯酉圈时的天顶距 z 可由下式求出

$$\cos z = \sin\delta / \sin\varphi \qquad (2.8)$$

§2.4 天体大距

对于 $\delta > \Phi$ 的天体其周日平行圈不和卯酉圈相交，这样的天体其地平经度 A 在周日运动过程中，有一变化规律(图 2-6). 这是从北天极 P 观看的天球图. 图中 ZPN 代表子午圈，EZW 为卯酉圈，$KLK'L'$ 为以天极 P 为极的小圆，即天体的周日平行圈.

当天体上中天时，即在周日平行圈 K 点上，它的地平经度 $A = 0°$(天顶以北中天). 当天体沿其周日平行圈运动到 L 点时，天体的地平经圈与其周日平行圈相切. 亦即天体的星位角 $q = 90°$，天体这一位置叫做天体的西大距，天体过 L 点后到达 K' 点即下中天位置，地平经度 $A = 0$，在继续运动到 L' 点，这时天体的地平经圈再次与周日平行圈相切，天体这一位置叫做天体的东大距. 因此，天体大距的现象是指 $\delta > \varphi$ 的天体其周日平行圈与它的地平经圈相切的现

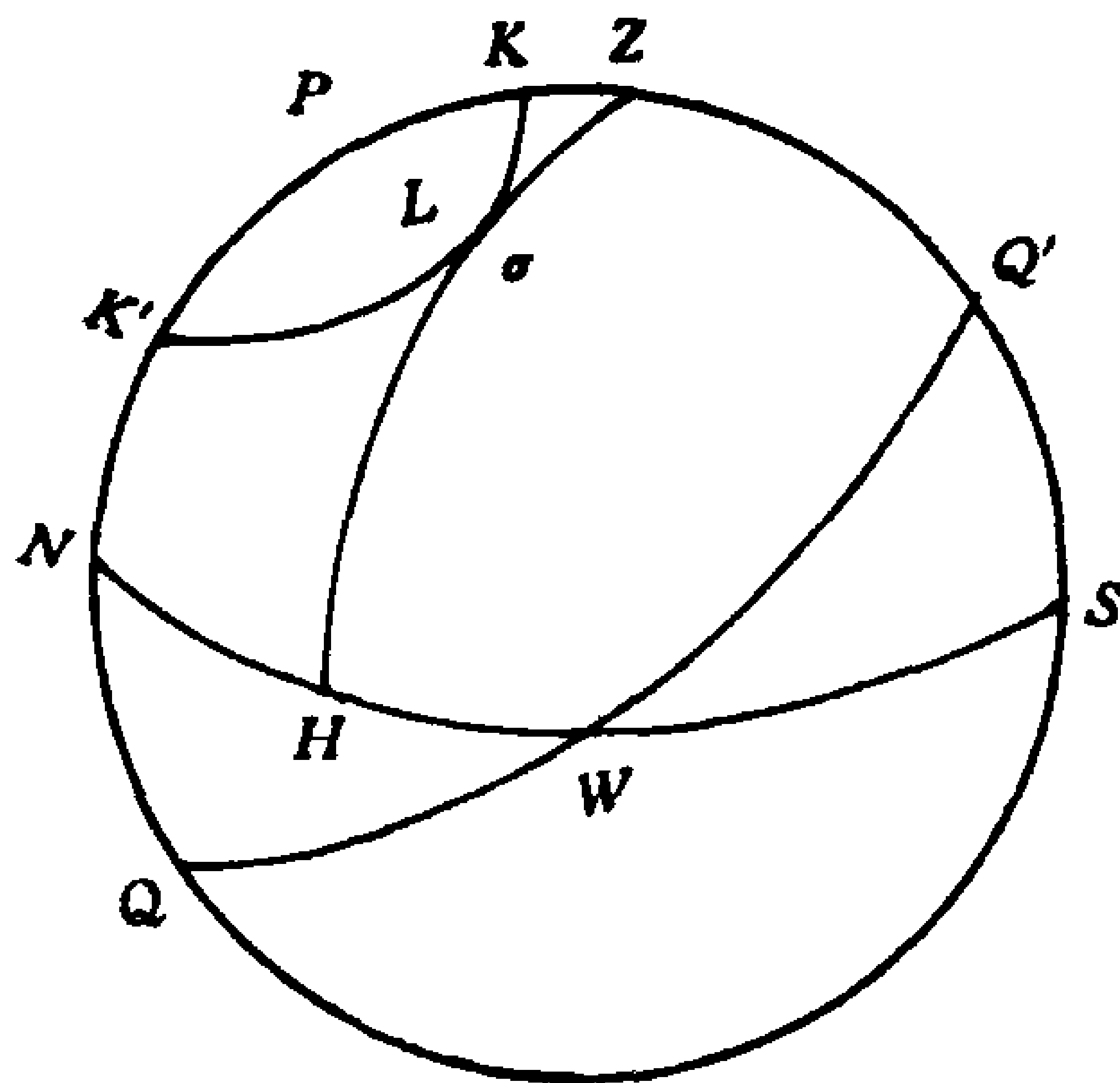


图 2-6

象，在东半天球相切就称东大距，在西半天球相切就称西大距.

天体大距时天文三角形 $PZ\sigma$ 是直角球面三角形，即 $q=90°$ 大距时的地方恒星时 S，方位角 A 及天顶距 z：(参看图 2-7)

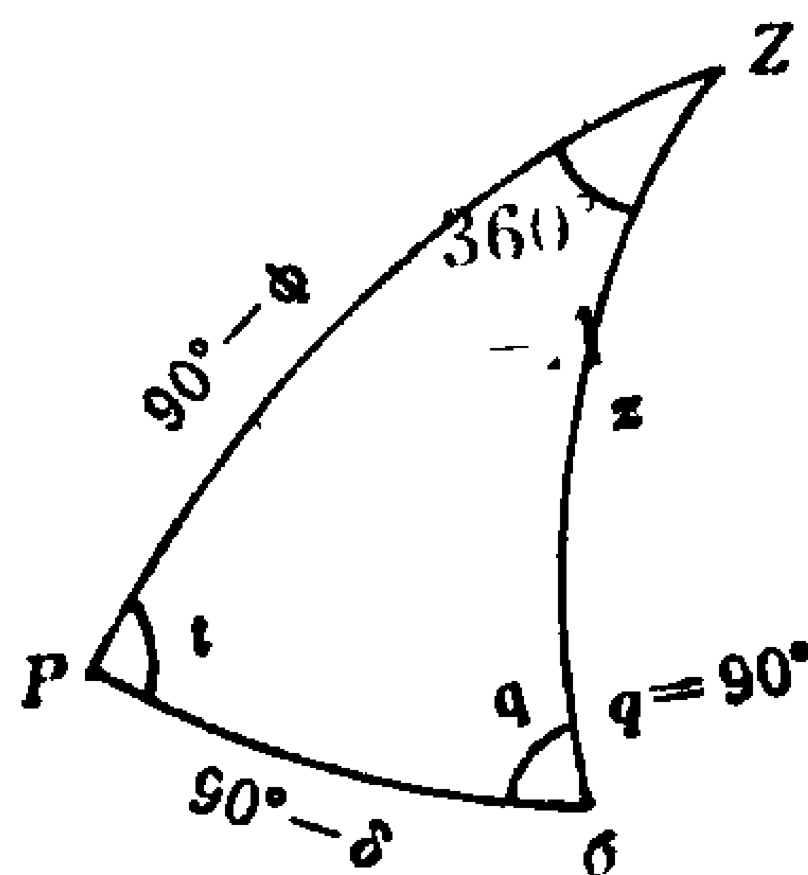


图 2-7

$$\cos t=\mathrm{tg}\varphi/\mathrm{tg}\delta \quad (2.9)$$

$$\sin A=\cos\delta/\cos\varphi \quad (2.10)$$

$$\cos z=\sin\varphi/\sin\delta \quad (2.11)$$

由上式可得东西大距时地方恒星时 $S_W=\alpha+t$，$S_E=\alpha-t$（α 天体赤经）

大距时方位角 $A_W=360°-A$，$A_E=A$

§2.5 天体的天顶距和方位角随时间的变化

天体的天顶距 z 和方位角 A 随着天体的周日视运动不断地变化着，即天顶距 z 和方位角 A 都是时间的函数. 为了推导 z、A 随时间变化率需要引用下述公式：(参看图 2-8)在球面三角形 $PZ\sigma$ 中：
$\overset{\frown}{P\sigma}=90°-\delta$，$\overset{\frown}{Z\sigma}=z$，$\overset{\frown}{ZP}=90°-\varphi$，$\angle ZP\sigma=t=S-\alpha$，
$\angle PZ\sigma=360°-A$，$\angle P\sigma Z=q$ 应用球面三角学基本公式有：

$$\begin{cases}\cos z=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t & (2.12)\\ \cos\delta\sin t=-\sin z\sin A & (2.13)\\ \sin z\cos A=\sin\delta\cos\varphi-\cos\delta\sin\varphi\cos t & (2.14)\\ \cos\delta\cos q=\sin\varphi\sin z-\cos\varphi\cos z\cos A & (2.15)\\ t=s-\alpha & \end{cases}$$

恒星的(α,δ)在一天内的变化极小，短时间内，α、δ、φ 为常数，t 和 Z 为变数，微分(2.12)式得：

$$-\sin z\,\mathrm{d}z=-\cos\varphi\cos\delta\sin t\mathrm{d}t$$

以(2.13)式代入得：

$$dz/dt=-\cos\varphi\sin A \tag{2.16}$$

因为 α 是常数(一天内)，Z 对 t 的导数，等价对恒星时 S 的导数，也就是说根据时角 t 的变化和根据恒星时 S 变化来研究天顶距的变化是没有区别的，对于方位角 A 变化也是如此.

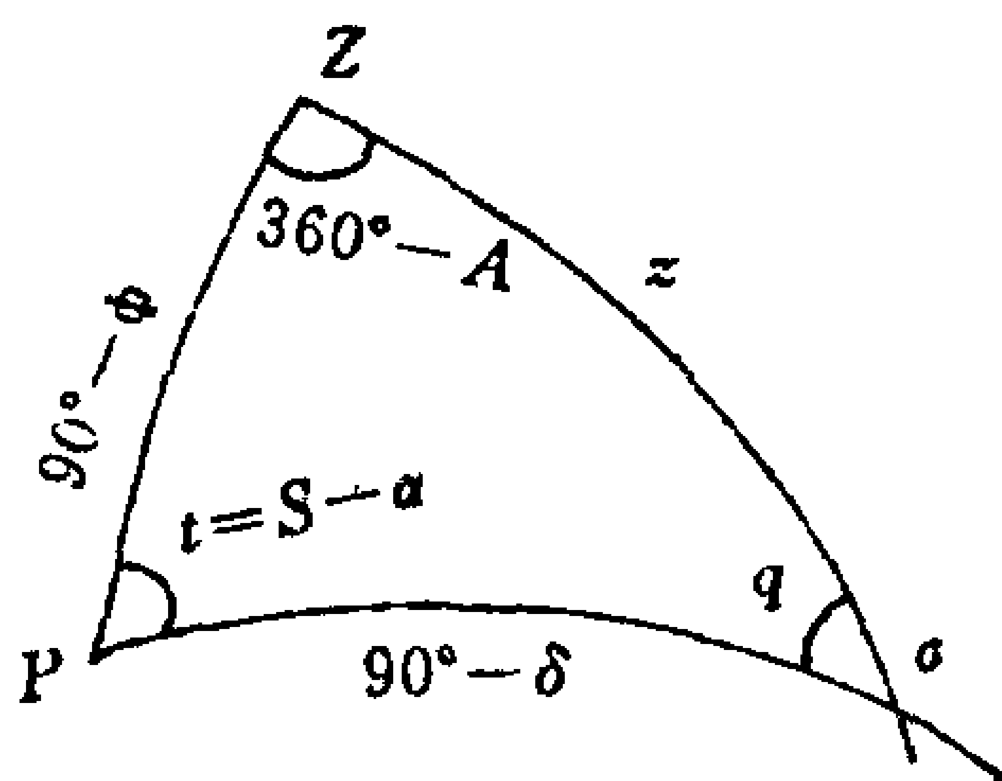


图 2—8

根据(2.16)式可得：

(1) 在观测地纬度 φ 一定情况下，天体天顶距 z 变化的速度只与方位角 A 有关. 因此，某一瞬间位于同一地平经圈上的天体，不论其天顶距大小，其天顶距 z 变化速度是相同的.

(2) 当天体中天时即 $A=0°$或 $A=180°$时，$dz/dt=0$，说明中天时天顶距 z 变化速度为 0，天体中天前后几乎是平行于真地平移动.

(3) 当天体过卯酉圈时，即 $A=90°$或 $270°$，$dz/dt=\pm\cos\varphi$，天顶距 z 变化速度绝对值最大，只与观测地纬度 φ 有关与天顶距 z 无关. 由此可见在卯酉圈上天体不论其天顶距 z 如何，都以最大而且相等速度变化着，其速度值取决于纬度 φ 的大小.

下面讨论地平方位角 A 随时间的变化：

微分(2.14)式：

$$\sin z\sin A dA=\cos z\cos A dz-\cos\delta\sin\varphi\sin t dt \tag{2.17}$$

将(2.13)式和(2.16)式代入上式并整理得：

$$dA/dt=\cos\delta\cos q/\sin z \tag{2.18}$$

$$dA/dt=\sin\varphi-\cos A/\mathrm{tg}z \tag{2.19}$$

由(2.18)式知：对于 $\delta>\varphi$ 天体，当大距时即 $q=90°$，方位角变化速度等于零，大距前后，天体的地平经度 A 变化很慢. 当天体上中天

时 $q=0°$. 方位角变化要比下中天的变化快一些(因 z 值大).

由(2.19)式知:对于 $\delta<\varphi$ 的天体(即不产生大距现象的天体)(1)当天体中天时(天顶以南上中天):$A=180°$,方位角 A 变化速度最大.(2)下中天时:($A=0°$)方位角变化最小.(3)当天体过卯酉圈时(即 $A=90;270°$)$\cos A=0$ 则有 $dA/dt=\sin\varphi$ 天体方位角变化只与测站纬度有关,所有过卯酉圈的天体,不论其天顶距大小如何,其方位角变化速度都相同.

第三章　时间的计量系统

§3.1　引言

在人们的日常生活中是不可能没有时间的，工农业生产、国民经济和国防建设等许多部门和时间息息相关．例如：基础科学中的基本理论研究，大规模的科学实验、宇宙航行、天文导航、大地测量等都离不开精确的时间．那么时间又是什么呢？辩证唯物主义认为，时间、空间和运动是物质存在的基本形式．任何物质的运动、变化和发展都是在时间和空间中发生的．时间和空间不能与物质相分离，时间只有在物质运动中，才显示其作为客观存在的本质．而物质运动是绝对的，永不停顿，因此时间是无限的，既无开端，又无终止．

时间既然是物质存在的基本形式，而且只有在物质运动中才显示其作为客观存在的本质，那么时间的计量只能以物质运动为依据．时间计量包含着既有联系又有区别的两个方面，一个是计量时间间隔，即物质运动的过程中某种状态经历了多长的时间；一个是确定时刻，即物质运动的某种状态发生在那一瞬间．

时间计量所包含的两个方面只有通过满足下述三点要求的物质运动才能体现出来：

(1)物质的运动规律应当是已知的，并且它的运动状态是可观测的．

(2)物质运动中的某一过程(即某一段运动)，可以作为时间计量基本单位．

(3)物质运动的某一状态可作为计量时间的起算点．

适当选取满足这三条基本要求的某种物质的运动，就可以建立起时间的计量系统. 这样的时间计量系统，就可以来计量时间间隔和时刻. 计量时间间隔就是找出物质运动的某一过程，这一过程所经历的时间间隔内包含着多少个时间单位. 而某一瞬间的时刻就是要求给出从起算点到该瞬间之间包含着多少个时间单位. 由此可见选择具备上述要求的某种物质的运动是计量时间的基础.

历史上，建立时间的计量系统所依据的物质运动是不同的，相继产生了几种计量时间的系统. 概括起来说有三大类，一类是以地球自转运动为依据所建立起来的计时系统：称为世界时；一类是以地球公转运动为依据建立起来的计时系统，称为历书时；现代的计时系统是以原子内部电子能级跃迁时，辐射电磁波的振荡频率为依据建立起来的计时系统，称为原子时.

这三类计时系统的出现是和科学技术发展水平相联系. 1960 年以前时间计量的基准是世界时(UT). 这是以地球自转运动为依据建立起来的计时系统，也是人类历史上首先采用统一的时间计量系统. 处在地球上观测者是通过天体或者天球上某一特殊点的周日视运动，来求得地球自转周期，进而确定世界时(UT). 根据刚体地球自转理论和当时天文观测精度表明地球自转周期是稳定的.

1955 年前都是由直接观测恒星来确定世界时. 但随着观测精度提高，发现地球自转运动是不均匀的，具有长期变化、季节性变化和不规则变化. 因此世界时就不是一个均匀的计时系统，为了使世界时稳定、均匀满足一些部门对高精度时间的要求，1955 年以后曾引进两次修正：其一是地极移动引起的地方经度变化$\triangle\lambda$，改正后对任何地方观测所得世界时在理论上能保持一致. 其二是地球自转速率季节性变化改正$\triangle Ts$，由此，世界时(UT)系统就出现了 UT_0(直接观测确定的世界时)；UT_1：在 UT_0 基础上加了地极移动引起的经度变化后的世界时；UT_2：世界时 UT_1 在改正地球自转速率的季节性变化$\triangle T_s$ 后的世界时. UT_2 已比 UT_0 要均匀得多了，但还不是均匀计

时系统，因为它没有改正全部影响地球自转不均匀的因素. 为了寻求更均匀的计量时间系统，以满足科学技术发展的需要产生了历书时.

历书时是以地球公转运动为依据建立起来的计时系统. 它在1960年—1967年期间作为时间计量基准代替了世界时，在现代的天文观测精度下，人们还没有发现地球公转运动不均匀性，因此以公转为依据建立起来的计时系统应该是均匀的. 但由于难于高精度得到历书时，即观测误差太大，所以应用几年以后于1967年被原子时所取代，从1967年起把原子时作为时间计量的基准.

原子时是以原子内部电子跃迁所辐射电磁波振荡频率为依据建立起来的计时系统. 原子时稳定精度比世界时和历书时提高了几个量级，是目前均匀的时间计量系统，原子时已冲破了时间是由天文学提供的范畴，它是以物理学中微观物理规律为基础建立起来的. 因此，时间的计量已转到物理学的范畴.

下面将分述三类计时系统.

§3.2 世界时系统(UT)

一、真太阳时、平太阳时、恒星时

世界时(UT)是以地球自转运动为依据建立起来的计量时间系统，地球上观测者只能借助天球的周日旋转，选择一些特定点来得到地球的自转运动. 由于所选择特定点不同，又引出了几种计时系统.

(一)真太阳时

早期天文学是以太阳的周日视运动来确定时间的(即选择太阳为观测对象，测定地球自转周期).

太阳视圆面中心称为真太阳. 真太阳连续两次上中天的时间间隔叫做一个真太阳日，并以真太阳上中天的时刻为起算点，这一时刻称为真中午. 1真太阳日分成24个真太阳时，每一真太阳小时又分成60真太阳分，每一真太阳分等于60真太阳秒. 这样所建立起来的

计时系统称为真太阳时，也称为视太阳时，分别简称真时和视时.

真太阳时是以真太阳时角 $t_{\odot}$ 来计量的，因此真太阳时 $m_{\odot}=t_{\odot}$. 定义真太阳日起算点为真中午是一天的开始，这和人们日常生活习惯以子夜（下中天瞬间）为一天开始相矛盾. 为统一起见，将真太阳时定义改为：真太阳时等于真太阳时角加上 12^{h}. 用公式表示：

$$m_{\odot}=t_{\odot}+12^{h} \qquad (3.1)$$

当 $t_{\odot}>12^{h}$ 时，则从(3.1)式减去 24^{h}.

根据上面的规定，真太阳时显然是具有地方性，因此，真太阳时是地方时.

真太阳时是以太阳周日视运动为依据建立起来的计时系统，但太阳的视运动跟其它恒星不一样，还有周年视运动，这是地球绕太阳公转的反映. 因此，太阳周日运动速度是不均匀的. 真太阳时也是不均匀的. 原因有二：一是地球绕太阳公转运动轨道是椭圆，太阳位于一焦点上，当地球在近日点时比远日点时运动速度快，造成地球的公转速度是不均匀的，因此太阳视运动速度也不均匀，形成太阳日长短不等. 其二是太阳在黄道上运行，而计量时间是真太阳时角 $t_{\odot}$，真太阳时角是在赤道上计量的，既使太阳在黄道运行是均匀的，由于黄道与赤道夹角 23.5°. 也会使太阳周日视运动不均匀，因此真太阳时 $m_{\odot}$是不均匀的，最长与最短的真太阳日相差达 51^{s}.

真太阳时是以太阳视圆面中心来定义真太阳，真太阳难于高精度观测因此世界时(UT)并不是由观测真太阳得到的.

（二）平太阳时

为了弥补真太阳时的缺陷，得到均匀的时间计量系统. 人们选择了一个假想的平太阳，根据平太阳的周日视运动来建立计时系统，称为平太阳时.

那么平太阳是如何定义的？平太阳在天球上运动是否是均匀的，直接关系到平太阳时精度. 我们首先设想在黄道上有一个做等速运动的假想点，其运行速度等于太阳周年视运动的平均速度，因此这个

假想点在黄道上运动速度是均匀的．并且它与太阳同时经过近地点和远地点．再引入一个在赤道上做等速运动的第二个假想点，它的运行速度和黄道上的假想点速度相同，并且应同时通过春分点 Υ．这在赤道上的第二假想点就称为平太阳，平太阳在天赤道上周日视运动是均匀的．

规定平太阳在观测地连续两次上中天的时间间隔为一平太阳日．平太阳上中天的时刻为平中午，并作为一平太日的开始．下中天时刻为平子夜，1 平太阳日分为 24 平太阳时，一平太阳时又分 60 平太阳分，一平太阳分又分为 60 平太阳秒．这样建立起来的计时系统为平太阳时系统．

平太阳时 m 是以平太阳时角 t_m 来计量的，为了和日常生活习惯一致，取下中天（即平子夜）为一天开始，因此平太阳时 m 等于平太阳时角 t_m 加上 12^h，写成公式：

$$m = t_m + 12^h \tag{3.2}$$

若 $t_m > 12^h$ 则应从上式中减去 24^h．

这样定义的平太阳时 m 就是我们日常生活中所使用的时间系统，即民用时．但由于各地的天子午圈不同，因此平太阳时仍然是地方时．平太阳时 m 简称为平时．

平太阳时 m 虽然是均匀时，但平太阳是天球上一个假想点，无法观测到，因此我们不能直接得到平太阳时 m，平太阳时 m 是靠它与下面介绍的恒星时关系，由恒星时间接得到的．

（三）恒星时 S

根据春分点 Υ 的周日视运动而确立的时间计量系统，称为恒星时．

取春分点 Υ 连续两次通过某地天子午圈（指子午圈同一侧）的时间间隔为一恒星日，并以春分点 Υ 在该地上中天的瞬间作为一恒星日的开始，1 恒星日又分为 24 恒星小时；一恒星小时又分 60 恒星分；一恒星分等于 60 恒星秒．所有这些构成了恒星时系统的时间单

位. 这样建立起来的时间计量系统为恒星时.

根据恒星时的规定：春分点 Υ 上中天作为一恒星日起算点，因此这样规定的时间计量系统也具有地方性，不同地点的天子午圈不一样，因而恒星时也不等.

春分点 Υ 是天球上赤道和黄道交点，在天球上没有明显标志，也是无法观测，同时春分点 Υ 由于岁差和章动的影响(这些内容有专门一章介绍)在天球上位置随时间 t 在变化，一恒星日并不严格等于地球自转周期.

但由于春分点 Υ 的时角和恒星时关系，使得恒星时系统在世界时测定中显得特别重要，因此一直保留着这一时间计量系统.

根据天体周日视运动知识，我们知道天体的时角 t 是随着天球周日视运动而均匀增加，就是说时角的变化是和时间成比例. 在一个恒星日内，春分点的时角由 0^h 增加到 24^h，基于这一原理，对恒星时做下述的定义：对于地面上任意一点来说，以小时为单位表示的春分点的时角 t_Υ，在任一时刻的数值都等于这一时刻的地方恒星时 S，简单地说：恒星时 S 就等于春分点时角 $t_\Upsilon^h(S=t_\Upsilon^h)$.

而春分点时角 t_Υ^h 等于任意天体 σ 的赤经 α 和时角 t 之和. 写成公式 $S=t_\Upsilon^h=\alpha+t$. 若已知某一恒星的赤经 α，则只要测定它在某一瞬间的时角 t，就可以从 $t_\Upsilon^h=\alpha+t$ 关系式中得到 t_Υ^h，也就得地方恒星时 S. 当这个天体 σ 上中天时 $t=0$，则地方恒星时 $S=t_\Upsilon^h=\alpha$，也就是说：任意瞬间的地方恒星时时刻在数值上等于该瞬间上中天的恒星的赤经 α.

天文学就是根据地方恒星时 S 与任意天体赤经 α 和时角 t 关系，通过观测天体而得到地方恒星时 S. 因此，恒星时 S 是天文工作中常用的时间计量系统，它通过观测恒星的周日运动而得到. 而且由于恒星离我们遥远，在天球上是一点，容易观测，且能保证很高的精度.

观测恒星得到地方恒星时，日常生活中科学实验活动中使用的

是平时，即世界时(UT). 世界时 UT 就是格林尼治地方平时. 为此，需要解决以下两个方面问题才能由地方恒星时 S 化到世界时(UT)：

(1) 已知地方恒星时 S，如何才能求出地方平时 m.

(2) 已知地方平时 m，如何求出世界时 UT.

这两个方面问题涉及的内容较多，下面分几节详细介绍.

二、地方时，世界时和区时

(一)地方时

真太阳时 $m_{\odot}$、平太阳时 m、恒星时 S 都是以天体过天子午圈时刻作为计量时间的起算点，各地天子午圈不同，因此这些计时系统都具有地方性，即对同一天体过两地的子午圈不在同一瞬间. 各地所得的时间也不一样，形成了各自的计时系统. 我们称这些系统为地方时系统，所得时间为地方时，上面所介绍的可分别称为：地方真太阳时、地方平时、地方恒星时.

那么两地地方时之间有什么关系呢？

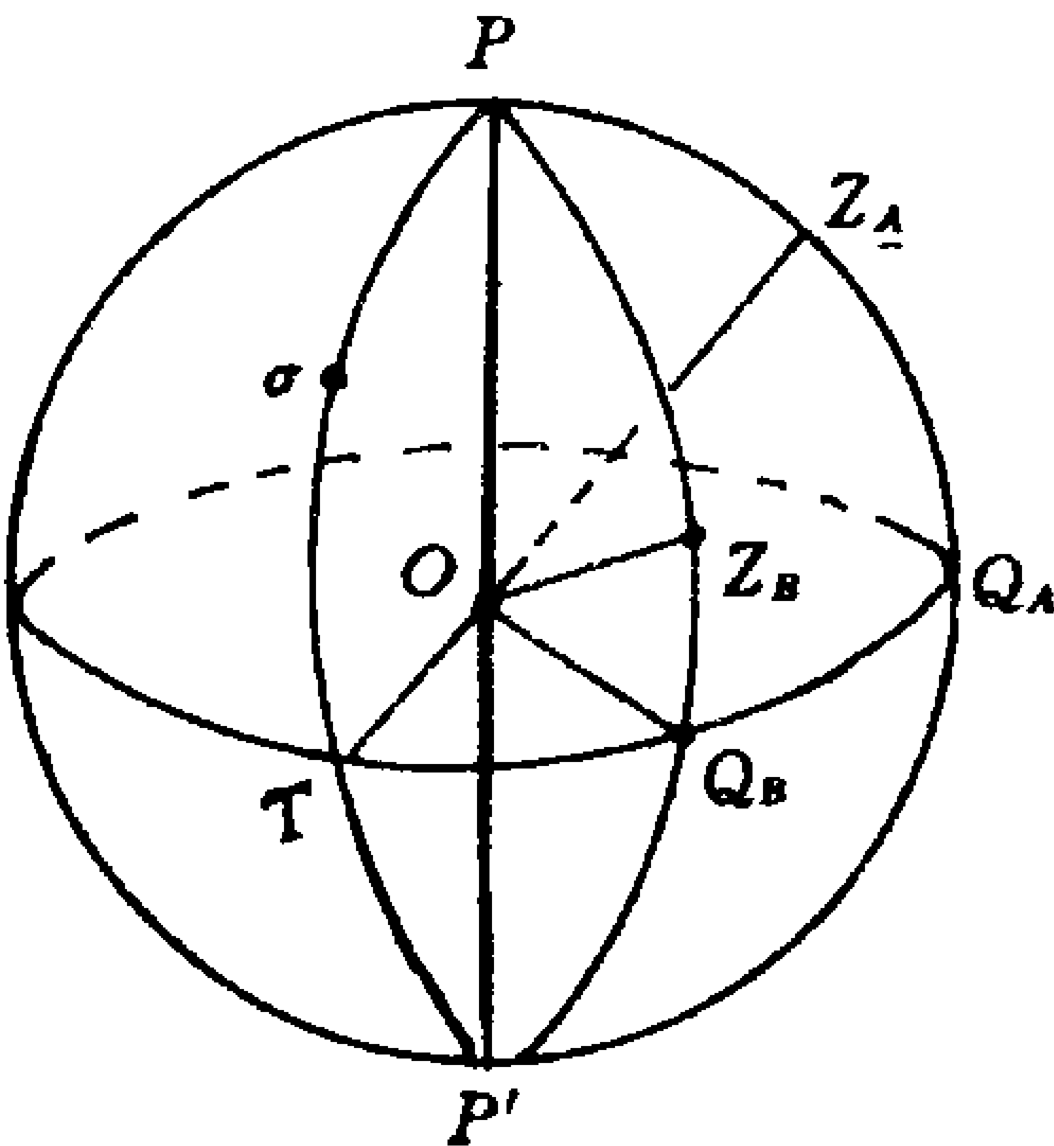


图 3-1

参看图 3-1：这是一个地心天球，Z_A 为地面上 A 地的天顶；Z_B 为地面 B 地的天顶；PP' 为天轴. 即地轴延长线；Q_AQ_BT 为天赤道，即地球赤道面在天球上截出的大圆：半圆周$\overparen{PZ_AQ_AP'}$为 A 地的天子午圈，半圆周$\overparen{PZ_BQ_BP'}$为 B 地的天子午圈，它们分别是 A 地和 B 地的地理子午面扩展后和天球相交而截成的. 因此，$\overparen{Q_AQ_B}$为 A、B 两地的地理经度差$\triangle\lambda$. 设在同一时刻，由 A、B 两地同时观测一天体 σ，以 t_A、t_B 分别表示天体由 A、

B 两地测得的时角 t_A、t_B. 则 $t_A=\overset{\frown}{Q_AT}$，$t_B=\overset{\frown}{Q_BT}$，$\lambda_A$、$\lambda_B$ 分别代表 A 地、B 地的地理经度. 则有：（其中 λ 由格林尼治子午圈向东为正）

$$t_A-t_B=\lambda_A-\lambda_B=\triangle\lambda \tag{3.3}$$

如果观测对象为真太阳、平太阳、春分点，则上式仍然成立，从而导出非常重要的关系. 即：在同一时间计量系统中，同一瞬间两地的地方时之差在数值上就等于两地地理经度之差. 用公式表示为

$$S_A-S_B=\lambda_A-\lambda_B \quad \text{（恒星时单位）} \tag{3.4}$$

$$m_A-m_B=\lambda_A-\lambda_B \quad \text{（平时单位）}$$

（二）世界时

如果 A、B 两地中有一地处在 0 经度线（$\lambda=0°$）上，假定是 B 地，则（3.4）式就变成：

$$\begin{cases} S_A-S_B=\lambda_A \\ m_A-m_B=\lambda_A \end{cases} \tag{3.5}$$

由（3.5）式可知：若 B 地地方时已知，那么已知经度为 λ_A 地方，同一瞬间的地方时 m_A 也就知道了. 这样就可以连结地球上任意经度 λ 处的地方时了.

历史上，人们规定地球上经度起算点，是以格林尼治天文台的子午线，为本初子午线，它所对应的经度 $\lambda=0$. 并规定格林尼治地方平时 m 叫做世界时，用大写字母 M 表示. 格林尼治地方恒星时也用大写字母 S 表示. 格林尼治的地方时在天文工作中具有特殊的作用，天文历书所戴天体位置所对应瞬间都是以世界时 0^h 为准的.

根据国际上规定，经度 λ 处的地方时与格林尼治的地方时关系式可写成：

$$\begin{cases} s-S=\lambda \\ m-M=\lambda \end{cases} \tag{3.6}$$

λ：东经取正，西经取负.

（三）区时

区时是根据实际需要人为划定的，因为全世界不可能都采用格

林尼治的时间.

区时划分原则是每15°为一时区;每一个时区都采用中央子午线的时间.具体划分是格林尼治两旁各7.5°经度范围为零时区,即都采用格林尼治时间.然后向东、西各15°为一个时区,并采用这15°区间的中央子午线的时间,为该时区的时间.

由此可知世界时 M 和区时 T_N 关系:

$$T_N = M \pm N^{h}\,{}^{\text{东经}+}_{\text{西经}-} \qquad N^{h}\text{:时区数.} \qquad (3.7)$$

我国采用北京时间是东八区时,是东经120°处的地方平时.

三、恒星时 s 与平时 m 之间的换算

恒星时与平时是两个不同的时间计量系统.说它们不同,首先是这两个计时系统的时间单位不同,一个是恒星日,一个是平太阳日,二者是不相等的.恒星时系统与平时系统另一个区别是时间的起算点不同.因此,同一瞬间两个系统时刻也不一样.要解决恒星时系统与平时系统之间转换,需要找出它们不同之处的联系.

(一) 恒星时和平时单位间的换算

单位之间的转换:即一恒星日和一平太阳日之间的转换关系.

假如平太阳是赤道上的一个固定点,那么它和春分点一样只有周日视运动,这样平太阳日就和恒星日是等长的.但是,平太阳在赤道上还有与周日运动(自东向西)相反的方向上的周年视运动,造成平太阳日长于恒星日(约等于 4^{m}).

平太阳沿赤道做周年视运动,它连续两次过春分点 Υ 的时间间隔为一回归年,根据大量天文观测表明:一回归年长度等于365.2422平太阳日(这个数值每百年约减小0^{s}.5),在这段时间内平太阳沿赤道运动360°.每一平太阳日运行360°/365.2422≈59′.2;也就是说,每一平太阳日内平太阳以和周日运动相反的方向上移动了59′.2,所以它过子午圈时间就要逐渐拉长,造成平太阳日比恒星日长.

参看图3-2,假定在某一瞬间,平太阳和春分点同时在某地上中天,当天球旋转一周后,春分点再次上中天时,平太阳并不能上中天.

因为它在一天中同时又向东移了 360°/365.2422 距离，因此，当平太阳上中天时，春分点 Υ 已过上中天而到达 A 点. 这样平太阳一天比一天落后春分点 Υ 上中天，等它们下次再同时在某地上中天时，春分点刚好比平太阳多跑了一圈，而平太阳两次过春分点 Υ 的时间间隔刚好是一回归年. 因此一回归年内包含有 366.2422 恒星日.

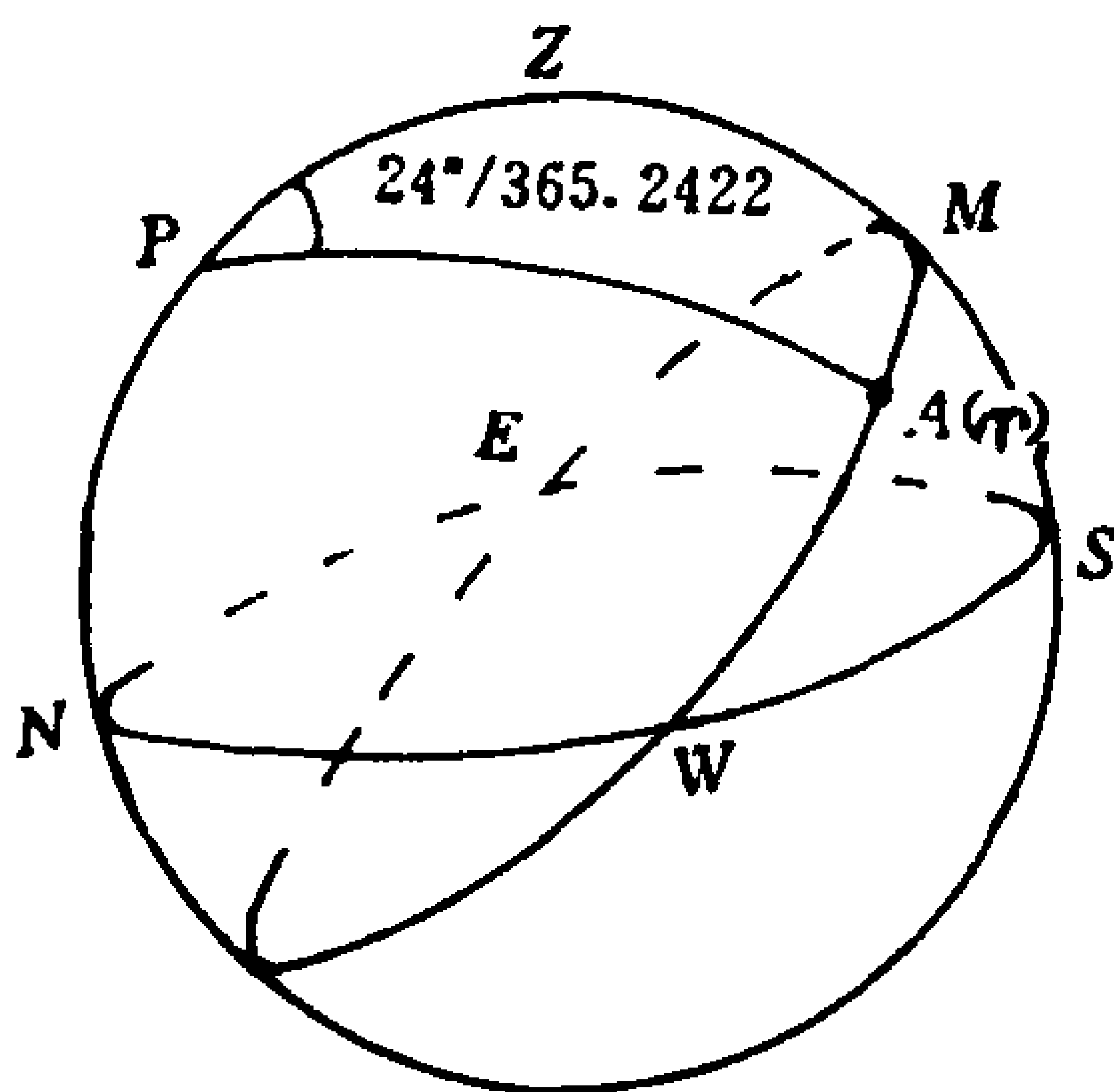


图 3-2

即：365.2422 平太阳日 = 366.2422 恒星日 (3.8)

这就是平时单位与恒星时单位之间的关系式.

根据(3.8)式可得：

$$1 平太阳日 = \frac{366.2422}{365.2422} 恒星日$$

$$= \left(1 + \frac{1}{365.2422}\right) 恒星日$$

$$= (1+\mu) 恒星日$$

$$其中\ \mu = \frac{1}{365.2422}$$

$$= 0.0027379093$$

$$m\ 个平时单位 = m(1+\mu)\ 恒星时单位 \quad (3.9)$$

反过来有：

$$一恒星日 = \frac{365.2422}{366.2422} 平太阳日$$

$$= (1 - 1/366.2422) 平太阳日$$

$$= (1-\nu) 平太阳日$$

$$其中\ \nu=\frac{1}{366.2422}=0.0027304336$$

$$m\ 个恒星时单位=m(1-\nu)平太阳时单位 \qquad (3.10)$$

由(3.10)和(3.9)式就可以进行恒星时单位与平时单位之间转换.例如：

如有 m 个平时单位的时间间隔，用恒星时单位表示出来应为：$s=m(1+\mu)$.

如果 s 个恒星时单位的时间间隔，用平时单位表示应为：$m=s(1-\nu)$.

其中 $m\mu$、$s\nu$ 已编制成表，可直接在《中国天文历》有关表中查取.

（二）平时系统与恒星时系统起算点间对应关系

由于恒星日和平太阳日长短不一样，恒星日和真太阳日的起算点也不同. 因此两系统的起算点：即 0^h 时刻不会出现在同一瞬间. 只有知道它们之间的对应关系才能进行两个时刻的换算.

根据(3.6)式 $s-S=\lambda$；$m-M=\lambda$ 可知，如果格林尼治地方平时与地方恒星时起算点关系知道了，平时和恒星时零点对应关系也就知道了.

1984.0 年以前国际上采用的世界时 0^h 所对应的恒星时是多少的基本关系式，是根据 Newcomb 的假平太阳定义而得到的，它的具体表达式是这样的：

$$S_0=6^h38^m45^s.836+864084^s\cdot 542T+0.^s0929T^2 \qquad (3.11)$$

S_0 代表世界时 0^h 时的格林尼治平恒星时(平恒星时对应平春分点，真恒星时对应真春分点，二者的区别在于真恒星时等于平恒星时加上赤经章动$\triangle\psi$)(详见章动一章).

$T=d/36525$，而 d 为从 JD(儒略日)2415020.0UT$_1$12^h(1900 年 1 月 0 日格林尼治正午)起算点的儒略日数. S_0 表达式中的系数直接取自 Newcomb 给出的假平太阳表达式. 根据 Newcomb 的定义："平

太阳是在天球赤道上具有均匀恒星运动的一点，它的赤经尽可能接近于太阳的平黄经"，并以此作为平太阳时的基础.

Nwecomb 给出的平太阳赤经表达式为：

$$R_{\odot}=\tau_0+\mu T+46060''.36T+1''.394T^2 \tag{3.12}$$

Newcomb 求得的太阳平黄经表达式为：

$$L_{\odot}=279°41'27''.54+129602768''.13T+1'.089T^2 \tag{3.13}$$

据此 Newcomb 最后取平太阳赤经为：

$$R_{\odot}=18^h38^m45^s.836+8640184^s.542T+0^s.0929T^2 \tag{3.14}$$

其中 T 是从 1900 年 1 月 0 日格林尼治平正午起算的儒略世纪数. 取定 $R_{\odot}$ 以后，就可根据地方平时与平太阳赤经 $R_{\odot}$ 关系，推得 S_0. 因为世界时 M 即格林尼治的地方平时，它是由平太阳的时角 t_m+12^h. $M=0^h$ 推得 $t_m=-12^h$.

世界时 0^h 时的恒星时用 S 表示，0^h 时平太阳时角 $t_m=-12^h$. 根据地方恒星时 $s=t_r^h$（春分点时角），而 $t_r^h=\alpha+t$（同一瞬间任意天体的赤经和时角之和）. 对平太阳也满足关系式：

$$S_0=R_{\odot}+t_m=R_{\odot}-12^h \tag{3.15}$$

由(3.14)和(3.15)式得：

$$S_0=6^h38^m45^s.836+8640814^s.542T+0^s.0929T^2 \tag{3.16}$$

公式(3.16)就是 1984.0 年以前国际上采用的计算世界时 0^h 时所对应的恒星时多少的具体表达式. 其中 T 是从 1900 年 1 月 0 日格林尼治平正午起算的儒略世纪数.《中国天文年历》1984 年以前都是根据上式计算世界时 0^h 所对应的恒星时 S_0.

从 1984.0 年由于国际采用了新的天文常数系统和新的天文参考系：FK5. 根据 1982 年国际天文学会(IAU)的决议：必须修改世界时 0^h 的格林尼治平恒星时的表达式，以保证由观测而得到的世界时 UT_1 在采用了 FK5 春分点以后，在数值上和速率上保持连续性. 新的世界时 0^h 的格林尼治平恒星时的表达式为：

$GMST_0 = 6^h41^m50^s.54841 + 8640184^s.812866Tu + 0^s.0931044Tu^2 - 6^s.2\times10^{-6}Tu^3$

式中：$Tu=du/36525$，而 du 为从 2000 年 1 月 1 日 $12^h UT_1$（JD＝2451545.0）算起的日数，取值为：±0.5；±1.5；±2.5……．我国天文年历从 1984 年开始采用世界时 0^h 所对应的格林尼治平恒时的新的表达式．

由上面的叙述，知道了世界时 0^h 所对应的格林尼治平恒星是多少，反过来也可求出格林尼治地方平恒星时 0^h 时所对应的世界时 M_o 是多少．平时系统和恒星时系统的起算点间和时间单位间的换算关系解决了，平时时刻与恒星时刻就可以相互转换了．

（三）平时时刻与恒星时时刻的换算

两个时间计量系统的时刻换算，其含义是假设已知某一恒星时时刻，求它对应的平时系统中平时时刻是多少？它包含着两个方面的换算，一个是时间单位的换算，一个是时间起算点的对应关系换算，根据本节前二个问题的叙述，两个系统时刻的换算就能解决了．

（1）格林尼治的时刻的换算：

a、已知格林尼治 D 日世界时 M（地方平时）求相应的格林尼治恒星时 S．

计算公式为：

$$S=S_0+M(1+\mu) \tag{3.17}$$

式中 S_0 是 D 日世界时 0^h 时所对应的恒星时；$M(1+\mu)$ 表示世界时 M 个平时单位用恒星时单位表示是多少．S_0、$M\mu$ 均可由《中国天文年历》中查到（“世界时和恒星时”表），当求得的 $S>24^h$ 时，需要从结果中减去 24^h．

例 1　求 1994 年 7 月 19 日世界时 $M=1^h23^m57^s.84$ 的格林尼治平恒星时？

解：根据 1994 年《中国天文年历》所载的“世界时和恒星时”表，查得 7 月 19 日世界时 0^h 对应的格林尼治平恒星时 $S_o=19^h46^m13^s$．

9781，由表三“化平太阳时为恒星时”查得 $M\mu$ 为：$13^s.793$.

由此可计算 S：

$S_0=$	19^h	46^m	$13^s.9781$
$M=$	1	23	57.84
$+)M\mu=$			13.793
$S=$	21^h	10^m	$25^s.6111$

计算结果 S 和 S_0 是在恒星时 0^h 的同一侧.

例 2　求同一天世界时 $M=8^h50^m20^s.13$ 所对应的格林尼治平恒星时?

解：由题和查表三可计算 S

$S_0=$	19^h	46^m	$13^s.9781$
$M=$	8	50	20.13
$+)M\mu=$		1	27.121
$S=$	28^h	38^m	$01^s.2291$

S 应为 $28^h\ 38^m\ 01^s.2291-24^h=4^h38^m01^s.2291$

这种情况应是 S 和 S_0 在恒星时 0^h 的两侧，即 S 和 S_0 起算点不同. S_0 对应的恒星时 0^h 是前一天的（即 18 日），从 S_0 到当天（19 日）$S=0^h$ 经历了 24^h-S_0 恒星时单位；从 $S=0^h$ 到 S 又经历了 S 个恒星时单位. 已知从 S_0 到 S 总共经历了：$M(1+\mu)$ 恒星时单位. 由此可以写出下列等式：

$S+(24^h-S_0)=M(1+\mu)$

由此推出：$S=S_0+M(1+\mu)-24^h$

当计算结果 $S>24^h$ 时，其结果减去 24^h，就为当天 S 恒星单位表示的世界时 M.

b、已知 D 日格林尼治恒星时 S，求相应世界时 M.

计算公式为：$M=M_0+S(1-\nu)$　　　　(3.18)

式中 M_0 为 D 日格林尼治恒星时 0^h 的世界时. $S\nu$ 为由恒星时单

位化成平时单位表示的改正，M_0 和 $S\nu$ 可由天文年历有关表查取. 若 $M>24^h$ 需减去 24^h.

若 $M_0+S(1-\nu)<24^h$　M_0 应取 D 日当天的值.

若 $M_0+S(1-\nu)>24^h$　M_0 应取 D 日前一天的 M_0 值. 这是由于 D 日的恒星时 S 的起算点(0^h)是在前一天，它所对应的 M_0. 应为 $M_0^{D-1(日)}$. M_0^{D-1} 与 M 之间的时间间隔应是 $S(1-\nu)$ 平时单位. 而由 M_0^{D-1} 到 D 日 $M=0^h$ 经历的时间应为 $24^h-M_0^{D-1}$.

由公式：$M+(24^h-M_0^{D-1})=S(1-\nu)$

推出：$M=M_0^{D-1}+S(1-\nu)-24^h$.

而 $M_0^{D-1}+S(1-\nu)$ 必然大于 24^h，这就是取前一天 M_0 的理由.

例 3　求 1994 年 12 月 19 日格林尼治恒星时 $S=2^h35^m48^s.73$ 的世界时 M.

解：从天文年历的“世界时和恒星时”表查得 1994 年 12 月 19 日格林尼治平恒星时 0^h 之世界时 $M_0=18^h07^m34^s.390$ 由天文年历表二“化恒星时为平太阳时”查取：$S\nu=25^s.526$.

由上述各值可计算 M.

$M_0=$	18^h	07^m	$34^s.390$
$+)S=$	2	35	48.73
	20^h	43^m	$23^s.120$
$-)S\nu=$			25.526
$M=$	20^h	42^m	$57^s.594$

由 $M=M_0+S-S\nu<24^h$，取当天 M_0 计算 M 是正确的，如果 $M_0+S-S\nu$ 值大于 24^h 则应取前一天的 M_0 值. 因为 $S\nu$ 是小量实际工作中可用 M_0+S 值来判断即可.

例 4　求 1994 年 12 月 19 日格林尼治平恒星时 $S=10^h28^m30^s.21$ 的世界时 M.

解：由天文年历“世界时和恒星时”表查得：12 月 19 日格林尼治平恒星时 0^h 对应的世界时 M_0 为：$M_0=18^h\ 07^m\ 34^s.390$

$\because M_0+S=28^h\ 36^m\ 04^s.600>24^h$ $\therefore$ 本题情况应取 12 月 18 日平恒星时 0^h 对应的 M_0 由天文历查得 12 月 18 日格林尼治平恒星时 0^h 对应的 M_0 为：$M_0=18^h11^m30^s.299$；由表二查取 $S\nu=1^m\ 42^s.966$，由上述各值可计算 M.

$M_0=$	18^h	11^m	$30^s.299$
$+)S=$	10	28	30.21
	28^h	40^m	$00^s.509$
$-)S\nu=$		1	42.966
$M=$	28^h	38^m	$17^s.543$

M 的最后结果应为 $M=28^h38^m17^s.543-24^h$

即 $M=4^h38^m17^s.543$

(2) 经度为 λ 地方的时刻换算

格林尼治地方的时刻换算解决了，λ 处地方的时刻换算就简单了，可按下述步骤实现.

a. 已知地方平时 m，求相应地方恒星时 s 这类换算的步骤：

第一步：求出与经度 λ 处的地方平时 m 相应的世界时 M 是多少？所用公式为

$$M=m-\lambda \qquad (\text{东经}\ \lambda\ \text{取}+)$$

第二步：将得到的世界时 M 化成格林尼治地方恒星时 S，所用公式为：

$$\begin{aligned} S &=S_0+M(1+\mu)=S_0+(m-\lambda)(1+\mu) \\ &=S_0+m+(m-\lambda)\mu-\lambda \end{aligned}$$

第三步：再将得到的格林尼治恒星时 S 化成相应的地方恒星时 s，所用公式为：

$$s=S+\lambda=S_0+m+(m-\lambda)\mu \tag{3.19}$$

根据(3.19)式就将地方平时 m 化成相应的地方恒星时 s.

b. 已知地方恒星时 s，求相应的地方平时 m 换算步骤：

第一步：求出与经度为 λ 处的地方恒星时 s 相应的格林尼治恒星时 S，所用公式为：

$$S=s-\lambda$$

第二步：将得到的格林尼治恒星时 S 化成世界时 M，所用公式为：

$$\begin{aligned} M &= M_0+S(1-\nu)=M_o+(s-\lambda)(1-\nu) \\ &=M_0+s-(s-\lambda)\nu-\lambda \end{aligned}$$

第三步：再将所得世界时 M 化成相应的地方平时 m，所用公式为：

$$m=M+\lambda=M_0+s-(s-\lambda)\nu \tag{3.20}$$

根据(3.20)式就可以将地方恒星时 s 化成相应地方平时 m. 但这里 M_0 也需要判断是取当天还是前一天问题.

当 $M_0+s-(s-\lambda)\nu<24^h$　　M_0 取当天的值

$M_0+s-(s-\lambda)\nu>24^h$　　M_0 取前一天的值

例 5　求 1994 年 5 月 1 日北京($\lambda=7^h45^m25^s.67$)地方平时 $5^h39^m58^s.34$ 的地方恒星时 s.

解：

依据公式(3.19)：$s=S_0+m+(m-\lambda)\mu$

由中国天文年历"世界时和恒星时"一表查得 5 月 1 日世界时 0^h 时 $S_0=14^h34^m46^s.1041$，由表 3 查得 $m\mu=55^s.849$；$\mu\lambda=1^m16^s.458$. 据此可得 s：

$S_0=$	14^h	34^m	$46^s.1041$
$M=$	5	39	58.34
$\mu M=$			55.849

+)$\mu\lambda$=	−	01	16.458
s=	20^h	14^m	$23^s.8351$

北京 5 月 1 日地方平时 $5^h39^m58^s.34$ 对应的地方平恒星时为 $20^h14^m23^s.8351$.

例 6 求 1994 年 5 月 1 日北京地方恒星时 $22^h15^m16^s.437$ 时地方平时 m 是多少?

解:依据公式(3.20) $m=M_o+s-(s-\lambda)\nu$ 查 5 月 1 日恒星时 0^h 时 $M_0=9^h23^m41^s.296$

4 月 30 日恒星时 0^h 时 $M_o=9^h27^m37^s.206$

由表二查得$S\nu=3^m38^s.753$;

$\nu\lambda=1^m16^s.249$ (其中 λ 取值为:$\lambda=7^h45^m25^s.67$)

由于 $M_0+s-(s-\lambda)\nu>24^h$,本题计算时应取 4 月 30 日 M_0 值. $M_0=9^h27^m37^s.206$ 依据 $m=M_o+S+\nu\lambda-\nu s$ 可得具体结果:

M_0=	9^h	27^m	$37^s.206$
s=	22	15	16.437
+)$\nu\lambda$=		1	16.249
	31^h	44^m	$09^s.892$
−)νs=		3	38.753
m=	31^h	40^m	$31^s.139$

此题最后结果应是:5 月 1 日地方平时 $7^h40^m31^s.139$.

(3) 北京时间与地方恒星时 s 的换算

北京时间是东八区的区时,由区时换算成地方恒星时 s 也需要下列三步:

第一步:将北京时间化成世界时 M:

依据公式：$M=$北京时-8^{h}

第二步：将得到的世界时化成恒星时 S，依据公式为

$$S=S_0+M(1+\mu)$$
$$=S_0+北京时-8^{h}+(北京时-8^{h})\mu$$

第三步：将 S 化成地方平时 s，依据公式：

$$s=S+\lambda$$
$$=S_0+北京时-8^{h}+(北京时-8^{h})\mu+\lambda \qquad (3.21)$$

反过来由地方恒星时 s 求相应地北京时间也需下列三步：

第一步：由地方恒星时 s 求格林尼治恒星时 S，依据公式：

$$S=s-\lambda$$

第二步：将 S 化成世界时 M，依据公式：

$$M=M_0+(s-\lambda)(1-\nu)$$

第三步：由 M 求北京时间

$$北京时间=世界时+8^{h}$$
$$=M_0+(s-\lambda)(1-\nu)+8^{h} \qquad (3.22)$$

应用(3.22)式求北京时间时需要判断 M_0 所对应的日期.(3.21)和(3.22)式中 λ 都是观测者所在地的经度.

世界时(UT)是根据地球自转运动建立起来的计时系统，它是通过观测恒星得到恒星时，由平时和恒星时的转换关系得到世界时 UT_0. 在 UT_0 的基础上修正了地极移动引起的观测站经度变化 $\triangle\lambda$ 后的世界时用 UT_1 表示，它比 UT_0 系统要均匀. 在 UT_1 基础上改正了地球自转速率季节性变化的影响后的世界时称为 UT_2，UT_2 系统是比较均匀的计时系统，但它还不是均匀时系统，因为地球自转除季节性变化外，还有长期变化和不规则变化. 因此从 1960 年起时间计量的基准不再采用世界时系统，代之是历书时和原子时. 但由于世界时系统在天文学、大地测量学、地球物理学科有广泛的应用. 特别是利用天文测时资料研究地球自转运动，它使天文学、大地测量学、地球物理学、地质学等学科产生了联系，形成了一门新兴的学科——天文地球动力学. 当前凡是研究与地球空间位置和运动有关的课题，仍然需要高精度的世界时，所以全世界一些天文台站

仍然在观测技术和方法上,以及数据处理等方面进行探讨研究,以期得到高精度的世界时系统.

§3.3 历书时系统(ET)

由于地球自转运动的不均匀性,以地球自转运动为依据建立起来的时间计量系统——世界时(UT).随着对时间精度要求提高已不能满足,因此必然被新的时间计量系统所替代.历书时就是这样背景下产生的时间计量系统,历书时是 1960 年～1966 年间时间计量的基准.

历书时是 1960 年开始采用的,它只用于编制天体位置的星历表工作,天文年历中有关天体位置的时间引数也都采用历书时.

历书时是以地球公转运动为依据建立起来的时间计量系统.它是一种由力学定律确定的均匀的时间.实际上历书时 Newcomb 太阳历表中的时间引数,19 世纪末,天文学家 Newcomb 根据牛顿力学和多年的天文观测资料,编制了预报太阳在不同瞬间位置的星历表.星历表的时间间隔是均匀的,比如每隔一日给出一个位置,其"日"必须是等长的,后来发现 Newcomb 根据力学规律预报太阳位置和观测位置(包括他所编的其它一系列历表:月亮和行星历表)总是存在差异,这种差异用观测误差和理论近似都不能解答.可是,当假定太阳系内天体运动方程的时间自变量有某种误差,改正这些误差两个位置差异就消除了.因此,Newcomb 太阳历表在目前精度要求下是完全准确的.人们正是根据 Newcomb 的太阳历表反过来测定时间.目前精度还没有发现地球公转运动的不均匀性,历书时是均匀时系统.原则上,根据任何一个天体的(月亮、行星等)位置的星历表,都可以用来确定历书时.

国际上于 1958 年对历书时的起算点和单位做了如下的规定:在公历 1900 年初附近,太阳几何平黄经(即消除光行差影响后的太阳

平黄经)等于 279°41′48″.04 的瞬间,作为历书时 1900 年 1 月 0 日(即 1899 年 12 月 31 日)12^h 整,这一瞬间正好是 1990 年 1 月 0 日世界时 12^h. 历书时秒长规定为 1900 年 1 月 0 日历书时 12^h 这一瞬间的回归年长度的 31556925.9749 分之一为一个历书时秒. 86400 历书秒为一个历书日. 历书时时间单位是一回归年长度.

一回归年长度等于太阳平黄经相对于移动的春分点 Υ 增加 360°所需的时间. 上面所说的 1900 年 1 月 0.5 日回归年长度的 31556925.9747 分之一定义为一历书秒,这里的回归年长度是这样求出来的. Newcomb 根据 250 年间对太阳的观测资料分析和地球运动的理论,推导出计算太阳平黄经 L 的基本公式:

$$L = L_0 + L_1 T + L_2 T^2 = 279°41'48''.04 + $$
$$+ 129602768''.13T + 1''.089T^2$$

其中 $L_0 = 279°41'48''.04$ 是 1900 年 1 月 0 日格林尼治平午的太阳几何平黄经,T 为从 1900 年 1 月 0 日格林尼治平午起算的儒略世纪数(一儒略世纪等于 36525 平太阳日).

对 L 取时间导数有:$\frac{dL}{dT} = 129602768''.13 + 2''.178T$

dL/dT 表示每儒略世纪中太阳平黄经 L 的变化量. 而太阳平黄经 L 每增加 360°为一回归年,根据 dL/dT 表达式可以计算出回归年的长度为:

$$t^d = \frac{360° \times 36525}{129602768''.13 + 2''.178T}$$
$$= 365^d 24219879 - 6^d.14 \times 10^{-6} T$$
$$= 31556925^s.9747 - 0^s.5303T$$

对于 1900 年 1 月 0 日格林尼治平午,则 $T=0$,所以 1900 年 1 月 0 日格林尼治平午的回归年长度就等于 31556925^s · 9747 平太阳秒,历书时秒长就定义成它的倒数,这样做便于历书时和世界时的衔接.

某一时刻的历书时,可以根据当时对太阳位置的测定结果同太

阳历表中给出的数值相比较而得到. 例如：在世界时某一瞬间 T，由观测得到太阳坐标值（如赤经 α），然后根据观测值到太阳历表中，找到对应的坐标值，该坐标值所对应的时刻 T_E，就是世界时 T 瞬间所对应的历书时 T_E. 它们之差用 $\triangle T^s$ 表示，可写成

$$\triangle T^s = T_E - T = (\mathrm{ET}) - (\mathrm{UT})$$

一次观测可以得一个 $\triangle T^s$，大量观测的平均值可以得到一个较准确的 $\triangle T^s$ 值来，那么任意瞬间的历书时可由下式得到

历书时(ET)＝世界时(UT)＋$\triangle T^s$

实际上 $\triangle T^s$ 并不是由观测太阳而得到的，因为太阳在天球上周年视运动很慢，在黄道上每天运行约 1°（每时秒约 0.″04），太阳只能白天观测，观测误差是很难避免的. 若太阳位置观测有 0″.1 的误差，算出来的 $\triangle T^s$ 将会有 $2^s.5$ 的误差. 根据太阳确定的 $\triangle T^s$ 其精度是不高的，目前确定 $\triangle T^s$ 值是根据月亮的观测而得到的.

在太阳系内，月亮运动是最快的，比太阳快 13.37 倍. 月亮在天球上每时秒运动约 0″.55，而且又能晚间观测. 其观测误差比太阳对 $\triangle T^s$ 影响小得多. 根据月球星历表，求得的 $\triangle T^s_D$ 还不是历书时和世界时之差，还需要找出 $\triangle T^s$ 和 $\triangle T^s_D$ 转换关系，才能得到 $\triangle T^s$.

现在主要是根据月亮定位和月掩星观测来确定 $\triangle T^s$. 根据对太阳、月亮和行星长期观测结果的分析研究，$\triangle T^s$ 可表成下式：

$$\triangle T^s = +24^s.349 + 72^s.318\mathrm{T} + 29^s.950T^2 + \\ +1.82144B$$

其中 T 是自 1900 年 1 月 0 日格林尼治平午起算的儒略世纪数. B 是月亮黄经变化，它反映了地球自转的不规则变化，需要由观测来求得. 而且必须经过长期观测才能定出较准确的 $\triangle T^s$，所以 $\triangle T^s$ 值一般都是后些年才给出准确值，当年只给出暂取值. 延后测定是历书时最严重的缺点，这也是它被取消作为计量时间基准的原因. 代之是原子时系统. 自从建立原子时系统以后，可以由国际原子时与世界时的比对求得历书时与世界时之差 $\triangle T^s$ 的近似值.

$$\triangle T^s(A) = 32^s.18 + \text{TAI} - \text{UT}_1$$

其中 TAI 是国际原子时;UT_1 是世界时;$32^s.18$ 是国际原子时与历书时之差,是个常量.

历书时与地球自转没有关系,因而不适于用来研究与地球自转有关的问题. 为了实际计算的方便,引入辅助性子午圈“历书子午圈”. 历书子午圈按历书时旋转,每旋转一周为 $23^h56^m04^s.098904$ 历书时. 它与地球自转毫无关系. 假如地球自转运动是均匀的,那么格林尼治子午圈所在位置就是历书子午圈. 但是,地球自转运动是不均匀的,而且逐渐变慢,这样格林尼治子午圈就愈来愈落在历书子午圈的西面. 历书子午圈在格林尼治子午圈以东 $1.0027379\triangle T^s$ 处(系数 1.0027379 为平时化恒星时的乘子).

引入历书子午圈以后,则与地球自转有关的时间就可以用历书时来计算,春分点 Υ 对于历书子午圈的时角称为历书恒星时. 天体对于历书子午圈的时角称为历书时角,并满足关系式:历书时角=历书恒星时—天体赤经. 当天体赤经等于历书恒星时的时候,称为该天体历书中天. 历书子午圈起算的经度称为历书经度 λ^*,它与地理经度关系为

$$\lambda^* = \lambda + 1.0027379\triangle T^s$$

历书时只适用于编制天体运行位置的星历表,天文年历等历书工作. 当我们需要知道世界时某一瞬间太阳、月亮、行星位置时,如何到天文年历查取呢? 这只需将世界时加上$\triangle T^s$ 化成历书时时刻,就可从表列值得到了.

从 1984 年起引用新的天文常数系统和天文参考系 FK5,天文年历中有关太阳、月亮、行星位置表将改用新的时间系统——质心力学时作为时间引数(关于质心力学时在原子时系统介绍). 历书时将不再使用了.

§3.4 原子时系统(TAI)

世界时(UT)和历书时(ET)都是以地球运动为依据建立起来的时间计量系统.测定时间观测对象是天体的视运动.原子时系统则和上述时间计量系统不同,它是以原子振荡频率为基准建立起来的时间计量系统.测定时间观测对象是物质微观运动.正如历书时是根据牛顿运动定律推导出来一样,原子时则是建筑在量子力学理论基础之上.

随着科学技术的进步,人们发现原子内部的运动比地球自转稳定性好得多.实验表明:物质的量子跃迁所辐射或吸收的电磁波频率具有很高的稳定性和复现性.对于一种元素的原子、电子在某两条确定的轨道之间跃迁释放出的电磁波其频率是一定的,而且是极为稳定.原子时正是利用原子(或分子)中电子跃迁振荡频率为计量时间的基准,所建立起来的均匀的时间系统.

原子时系统时间的基本单位是原子时秒.原子时秒长定义为:位于海平面上的铯原子 Cs^{133} 基态两个超精细能级间在零磁场中跃迁辐射振荡 9192631770 周所经历的时间作为一秒的长度,称为国际单位秒(SI),由这种时间单位确定的时间系统称为国际原子时(TAI).原子时秒长的定义是 1967 年 10 月第 13 届国际度量衡大会通过的.原子时秒长是用历书时秒量度铯原子钟频率的结果.因此可以认为它和历书时秒长相等.

国际原子时系统的起算点取为:1958 年 1 月 1 日 0^hUT,此时原子时与世界时极为接近,原子时与世界时相差 $-0^s.0039$,这个差值一直被沿续下去.但由于世界时系统包含有不均匀变化,世界时秒长(等于一平太阳日的 86400 分之一)不是固定不变的.近二十年来,世界时(UT)比原子时每年约慢 1^s,这样原子时和世界时之间差距将随时间愈来愈大.而原子时与历书时之间差值却是一个常数.即历书时

$=TAI+32^s.18$，式中 $32^s.18$ 是原子时 1958 年 1 月 1 日 0^h UT 时与该瞬间历书时之差.

由于世界时有长期变慢的趋势，世界时的时刻将日益落后原子时，为了避免发播的原子时和世界时产生过大偏离，1958 年到 1972 年间采取改变原子时秒长办法来解决，即将原子时的秒长每年改变一次，使它的长度接近当年平时的秒长，并且保持一年不变. 调整原子时的时刻与世界时时刻保持在 $0^s.1$ 以内. 调整后的原子时系统仍然是均匀时. 但问题是秒长不固定仍然是一个严重的缺点，自 1972 年起国际上发播时号多用协调时(UTc).

所谓协调时(UTc)，它的时间单位为原子时秒长，并且是固定不变值(秒长定义值). 其时刻与世界时 UT 的偏离保持 $0^s.9$ 之内. 其方法是每年进行一次或两次调整，每次调整或加上 1^s(叫正跳秒)或减去 1^s(称为负跳秒). 调整时刻是在年底 12 月 31 日的最后 1 秒或者年中 6 月 30 日最后一秒进行，每次调整 1 秒. 是正跳秒还是负跳秒，由国际时间局(BIH)根据天文观测资料作出决定.

原子时系统是当今的时间计量基准，它有很高的精度和稳定性. 通过用原子振荡频率控制原子钟，其时间系统即能维持又能随时直接求得. 因此，原子时系统比历书时优越得多. 从 1967 年起便代替历书时作为时间计量的基准.

§3.5 质心力学时(TDB)
和地球力学时(TDT)

原子时系统被采用以来，计时精度可达 10^{-13} 量级以上，观测技术和观测方法的更新，使观测精度大幅度的提高，计时精度和观测精度的提高都必须考虑相对论效应对它的影响. 随着计时精度和观测精度的提高，仅有时间或仅有空间都不能完整地描述一个事件，需要

采用相对论原理给出的那样：时间和空间是密切不可分割地统一体，任何空间变换都离不开时间. 根据相对论原理任何的坐标系都有它自己的时间系统，称为那个坐标系的坐标时. 坐标时与其它的几何框架(空间坐标轴)密切不可分，而且是这个坐标系中的一个重要分量，特别是描述事件力学运动的一个重要参量. 每个坐标系所具有的坐标时称为力学时. 不同的坐标系，具有不同的坐标时，因而力学时也不同.

在天文工作中，常用日心坐标和地心坐标系. 日心坐标系具有日心坐标时，地心坐标系应具有地心坐标时. 地心坐标系所具有的坐标时，我们称它为地球力学时，用 TDT 表示. 由于到目前为止，天文大量观测仍然是在地面上进行的，因此经常用到地心坐标系，因此地球力学时 TDT 在坐标变换中是一个非常重要参量；对于日心坐标系，习惯上把太阳系质心取做日心坐标系的原点，这样对应于太阳系质心的日心坐标系所具有的坐标时，我们称作为质心力学时，用 TDB 表示. 在研究太阳、月亮、行星运动时所选择的坐标系是以太阳系质心为原点的日心坐标系，运动方程中的时间引数就是质心力学时(TDB).

假定地球绕太阳运动是正圆，那么质心力学时(TDB)和地球力学时(TDT)之间就是常数速率差. 但是，地球绕太阳运动是一个椭圆，太阳位于椭圆的一个焦点上，地球相对于太阳的运动速度和受太阳引力的大小，随时都在变化着，两个坐标系所具有的坐标时就不是常数速率差. 研究两个坐标系的变化，可以找到两个坐标时对应关系. 目前，国际天文学协会(IAU)给出的质心力学时和地球力学时之间关系式为：

$$\mathrm{TDBJD}=\mathrm{TDTJD}+\triangle T/86400$$

其中 TDBJD、TDTJD 分别代表以儒略日为单位的质心力学时和地球力学时.

$$\triangle T=0^{s}\cdot 001658\sin(M+0.01671\sin M)+$$

$+0^s.00002073\sin L$

$M = 6.248291 + 628.3019415T$　　M 为太阳平近点角

$L = 5.652593 + 575.3380832T$　　L 为太阳与木星平黄经差

$T = (\text{TDTJD} - 2433282.5)/36525$

2433282.5 对应历元为 1950.0 年的儒略日数.

由 TDB 和 TDT 的关系式,如果我们知道其中任意一个就能得到另一个.

实际上质心力学时(TDB)是根据地球力学时(TDT)通过换算而得到的,地球力学(TDT)是根据原子时(TAI)得到和维持的.

地球力学时(TDT)和原子时(TAI)的关系是这样得到的,选取固定在赤道海平面上的原子钟作为原子时(TAI)的计量标准,那么这时的原子时(TAI)和地球力学时(TDT)之间只有常数速率差.同时,为了使地球力学时与原来采用的历书时在某种程度上的接近,不致于采用地球力学时(TDT)后,引起历书时太大的跳动,目前国际天文学协会(IAU)选取原子时(TAI)与地球力学时(TDT)关系式为:

$$\text{TDT(地球力学时)} = \text{TAI(原子时)} + 32^s.184$$

这里的 TAI(原子时)是由设在海平面上的原子钟所提供的.

上面所引进的质心力学时(TDB)和地球力学时(TDT),从 1984.0 年开始采用,过去天文历书工作中使用历书时的地方将换成力学时作为时间引数,历书时(ET)在天文历书工作中将不再使用了.

第四章 大气折射

§4.1 基本概念

由于地球周围存在着浓厚的大气层，从天体发出来的光线(电磁波)，穿经地球大气层到达地面观测者，其传播路径产生弯曲形成曲线的现象，称为大气折射. 由于大气折射，观测者看到的天体方向和没有大气情况下不同，两个方向之差通常称为大气折射或蒙气差. 观测天体确定天体在天球上的位置，需要考虑大气折射的影响. 穿经地球大气层的天体光线，由于大气内物质的散射和吸收，光线的强度也会减弱，这种现象称为大气消光. 大气消光影响天体的光度测量值，从事天体物理研究需要考虑大气消光的影响，本章主要讲叙大气折射及其改正方法.

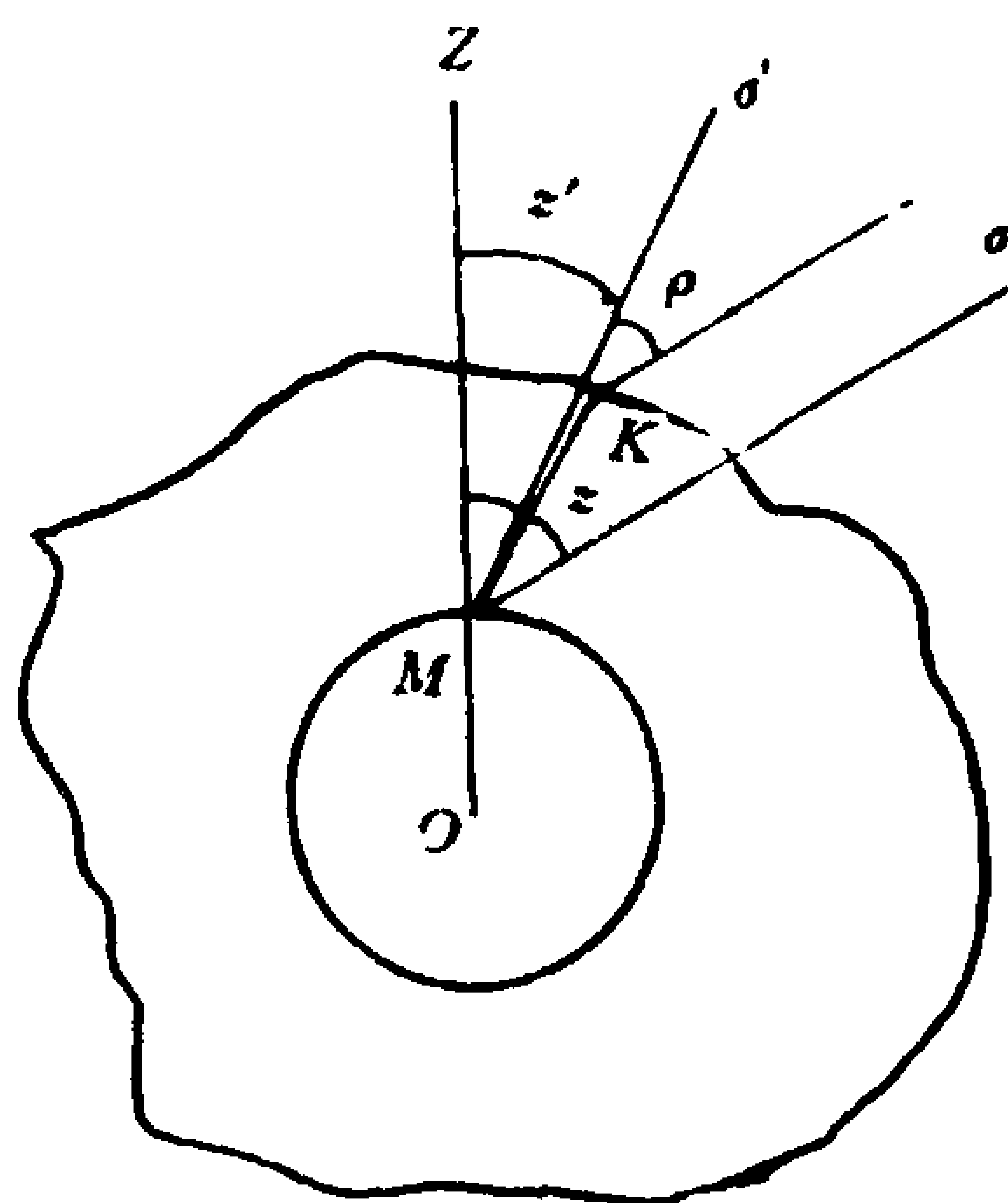


图 4-1

参看图 4-1. 地球上 M 地的观测者，观测天体 σ，MZ 为观测者天顶方向. 处在大气层外的天体 σ，在进入大气层以前，天体光线是沿着直线方向 σK 传

播. 光线由 K 点进入大气层以后，由于大气折射效应，天体光线改变方向，在大气层内光的路线是一条曲线，而观测者将在此曲线的最后部分看到天体，即沿着曲线 MK 的切线方向 $M\sigma'$ 方向看到天体.

假如不存在大气的影响，观测者将在 $M\sigma$ 方向上看到天体. 有大气和没有大气所见同一天体 σ 的方向：$M\sigma'$ 与 $M\sigma$ 之差就是大气折射，用字母 ρ 表示，由图可见 $\rho=\angle\sigma' M\sigma$.

根据物理中光学基本理论不难解释大气折射产生的原因及大气折射 ρ 的实际意义. 光线可以在真空和某些物质中传播，光线能够在其传播的物质称为媒质. 如果这种媒质的内部性质是均匀的，则光线沿着直线方向传播；如果媒质内部性质是不均匀的，则光线就要改变方向，这种现象称为光的折射现象. 地球周围的大气层，其分布是不均匀的，而且大气密度随气温、气压和距地面距离是变化的，变化是瞬息万千. 因此，地球大气层是内部性质不均匀的媒质，天体光线通过它必然产生折射现象，这就是天文上所说的大气折射.

大气折射角$\angle\sigma' M\sigma=\rho$ 的意义，由下面的叙述中可知：MZ 方向为观测地天顶方向，在无大气情况下，所见天体 σ 方向与天顶之间夹角为$\angle ZM\sigma=z$，z 为天体 σ 的真天顶距；在有大气存在的情况下，由于大气折射效应，所见天体方向为 $M\sigma'$. 天体 σ' 和天顶的夹角为$\angle ZM\sigma'=z'$，z' 称为天体 σ 的视天顶距. 根据光的折射定律：入射线与折射线以及在入射点对折射面所做的法线均在同一平面内的道理，可知 ZM，$\sigma' M$，σM 都位于通过 $MZ\sigma$ 的平面内. 由此可得：天体 σ 的真天顶距 z 和视天顶距 z' 之差就是大气折射 ρ，用公式表示为

$$z=z'+\rho \tag{4.1}$$

此式说明：大气折射效应使天体的视天顶距 z' 总是小于它的真天距 z，其小的数值等于 ρ.

又由于大气折射现象发生在同一垂直平面内（即通过 $MZ\sigma$ 的平面内）. 大气折射对天体的地平经度（方位角）A 没有影响 $A'=A$.

大气折射对天体的时角坐标和赤道坐标均有影响，参看图 4-2：

σ 为不受大气折射影响的天体真位置，σ' 为受大气折射影响的天体视位置，二者天顶距分别为 z 和 z'，因为大气折射只影响天体的天顶距，对方位角无影响所以有 $A=A'$，$z=z'+\rho=z'+a\mathrm{tg}z'$（见 § 4.2）.

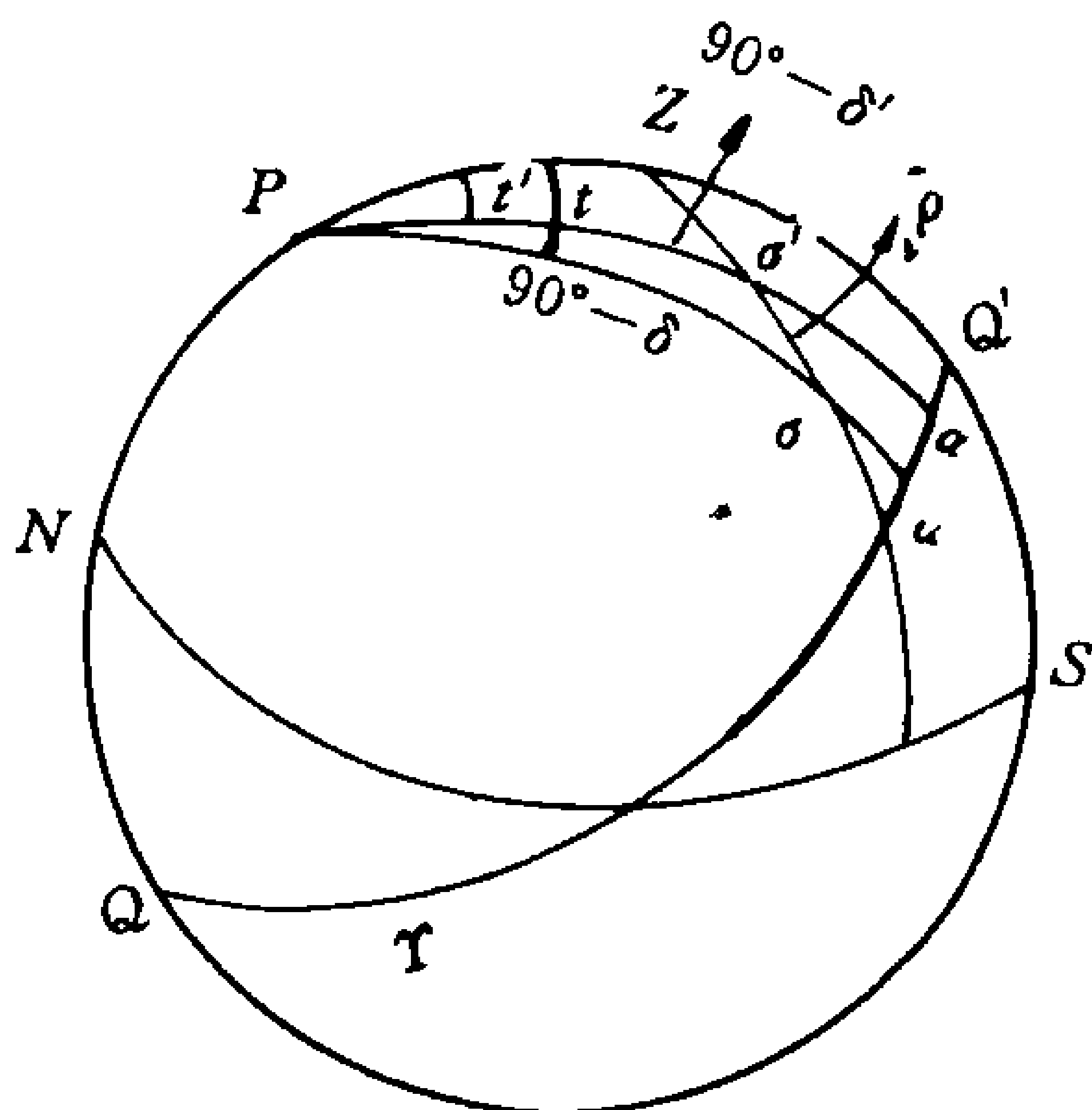


图 4-2

$\overset{\frown}{P\sigma'}$ 为受大气折射影响的极距，其值为$(90°-\delta')$；$\overset{\frown}{P\sigma}$ 为不受大气折射影响的天体极距其值为：$(90°-\delta)$；$\angle\sigma' P\sigma=t-t'$.

因为大气折射 ρ 值在近地面最大不过 $35'$，所以 $\overset{\frown}{\sigma\sigma'}$ 仍是小量. $\triangle P\sigma\sigma'$ 是窄球面三角形，可应用窄球面三角形有关公式得：

$$\triangle t=\rho\sin q\sec\delta$$

$$\triangle\delta=\rho\cos q$$

进而推得：

$$t-t'=a\frac{\cos\varphi\sin t\sec\delta}{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t}$$

$$\delta-\delta'=a\frac{\sin\varphi\cos\delta-\cos\varphi\sin\delta\cos t}{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t}$$

其中 a 为大气折射改正系数.

显然由地方恒星时 s 与天体赤经 α 和时角 t 的关系 $s=\alpha+t$，已知观测瞬间地方恒星时 s，则可由时角坐标$(t\delta)$得知天体赤道坐标$(\alpha\delta)$受大气折射影响的表达式. 问题是大气折射改正值 ρ 值必须是已知的，才能推导出上面的表达式.

§4.2 大气折射 ρ 值的计算

既然大气折射效应使天体 σ 的视天顶 z' 比其真天顶距 z 减小了 ρ. 因而计算大气折射 ρ 的大小是由天体视天顶距 z' 求天体真天顶距 z 的关键. 然而精确计算 ρ 值是一个相当复杂，至今还没有完全解决的问题，本节将根据对地球大气两种假设分布状态，讨论 ρ 值的计算方法.

参看图 4-3，假定地球大气层的结构是由 n 个密度不同的等密度层组成的，考虑到大气层的厚度主要集中在距地面 10～20 公里以内远比地球半径小得多. 近似地认为在观测地点上空各等密度的大气层都是平面层，而且是彼此平行的平面. 令各等密度层密度分别为 D_1、D_2、……D_n 相应折射率分别为 μ_1、μ_2、……μ_n；大气层外的折射率为 μ_{n+1}.

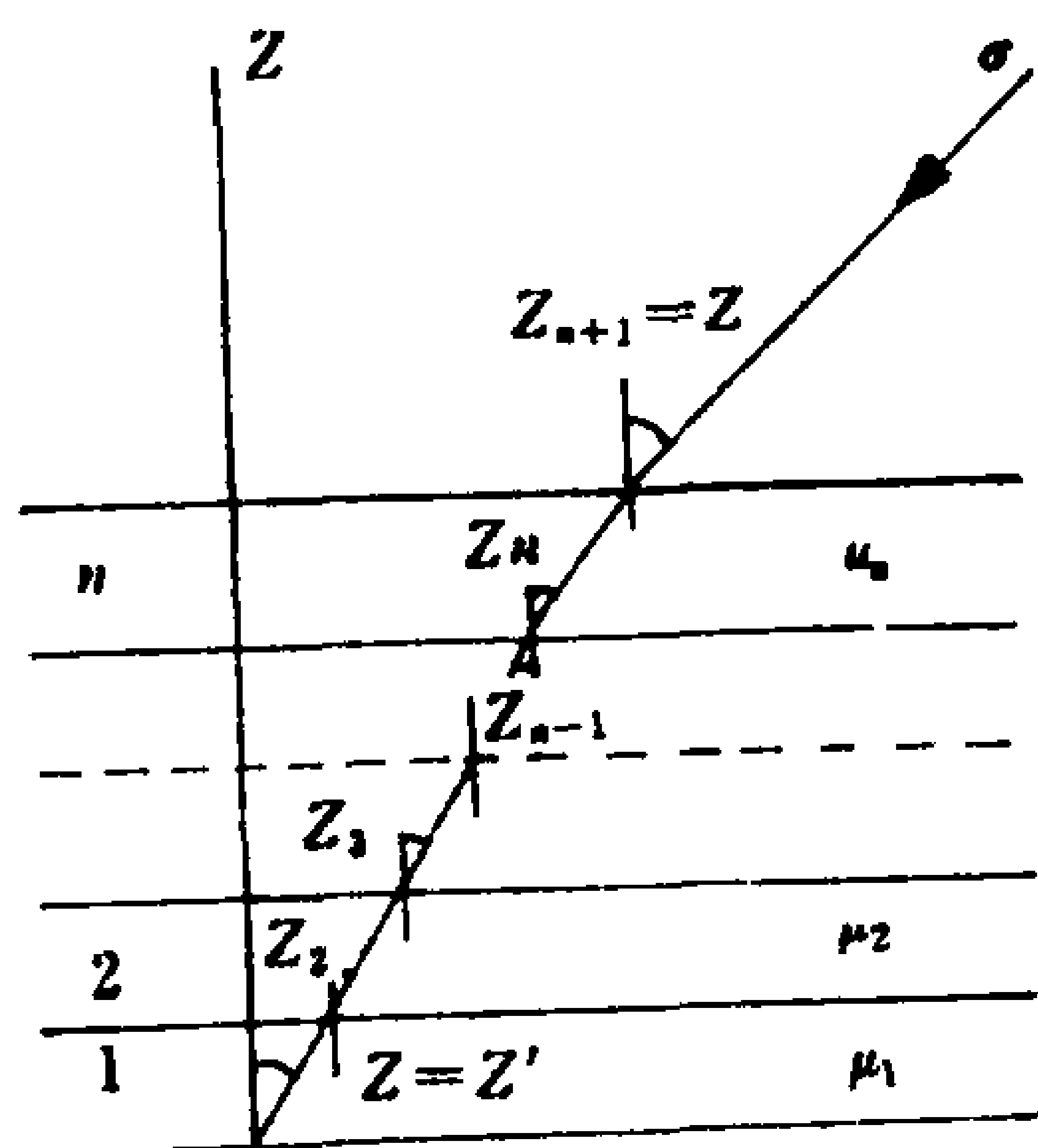


图 4-3

由于各等密度的平行平面层密度不同，折射率 μ 也不同，因此大气折射率在地球大气中变化也是不连续的. 由天体 σ 来的光线各层间的入射角分别为 z_1、z_2、……z_n、z_{n+1}；最外一层的入射角 z_{n+1} 是天体 σ 的真天顶距 z，而天体 σ 的光线在 M 点对地面的入射角 z_1 就是天体视天顶距 z'.

根据折射定律有：

$$\mu_{n+1}\sin z=\mu_n\sin z_n$$

$$\mu_n \sin z_n = \mu_{n-1} \sin z_{n-1}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\mu_2 \sin z_2 = \mu_1 \sin z_1$$

整理后得 $\mu_{n+1} \sin z = \mu_1 \sin z_1 (\because \mu_{n+1} = 1, z_1 = z')$

$$\sin z = \mu_1 \sin z'$$

又 $\because \quad z = z' + \rho$

$\therefore \quad \sin(z' + \rho) = \mu_1 \sin z'$

理论研究表明：ρ 的最大值约为 $35'$. ρ 值可近似为小量. 从而可得：

$$\rho = 206265''(\mu_1 - 1)\mathrm{tg}z'$$

当空气温度为 0℃，气压为 760mm 水银柱时，地面大气的折射率 $\mu_1 = 1.000292$，将此值代入上式可得：

$$\rho \approx 60''.2\mathrm{tg}z' \tag{4.2}$$

应用(4.2)式计算 ρ，对于天顶距小于 30°的天体，其误差约为 0″.1.

公式(4.2)是理想情况下，导出的计算大气折射 ρ 的近似公式，它是目前计算 ρ 值的最基本公式，修正大气折射对观测天体影响就是以它为基础的.

但是上面推导，假设的前提是与地球大气真实分布不符合的. 其中一点是地球是椭球体，围绕真实地球的大气层不可能是平面的，应当考虑地球椭率的影响.

参看图 4-4，假如地球大气层是由无穷多个密度不等的同心球层组成的，其球的中心是地球中心. 为便于讨论起见，在图中只画出三层，显然分层越多，折线 KM 就越趋近于曲线——就越接近天体光线穿经大气层真实路经. 自 M 点作折线 KM 的各小段的平行线，这些平行线把 ρ 角分成许多小角 $\triangle\rho_1, \triangle\rho_2, \triangle\rho_3$，其中每个 $\triangle\rho$ 就是光线在各层边界上所发生的偏折，由此可知：

$$\rho=\triangle\rho_1+\triangle\rho_2+\triangle\rho_3$$

若将地球大气层分成 n 层，则有：

$$\rho=\triangle\rho_1+\triangle\rho_2+\cdots\cdots\triangle\rho_n=\sum_{i=1}^{n}\triangle\rho_i$$

当 $n\to\infty$ 时，可用下面定积分来表示 ρ

$$\rho=\int_K^M \mathrm{d}\rho \tag{4.3}$$

下面将根据地球大气以地心为中心的 n 个密度不等的同心球层结构的假定，找出(4.3)式的最后解.

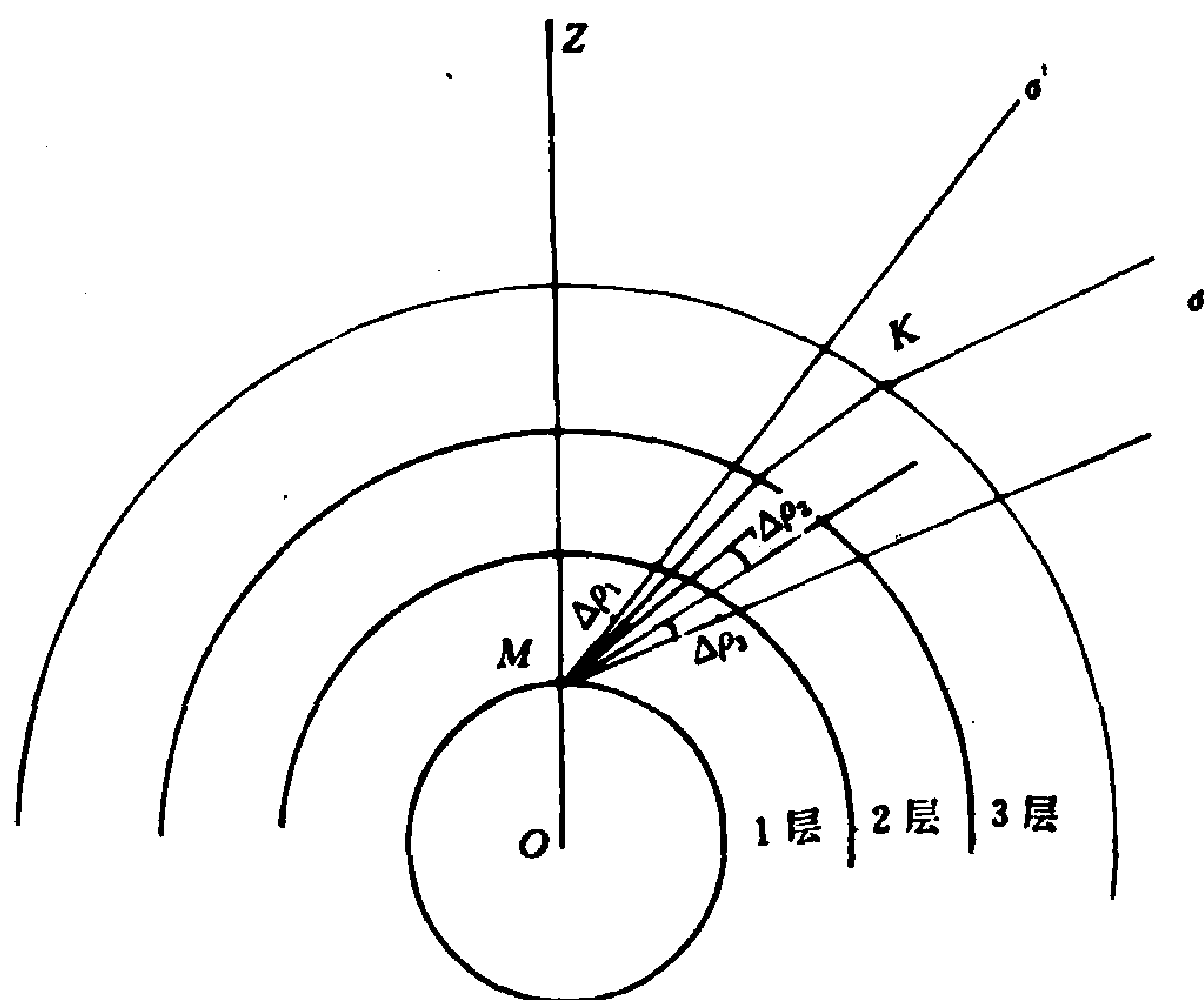


图 4-4

设地球大气第 i 个同心球层的密度为 D_i，该层的折射率为 μ_i，n 个同心球层的大气折射率 μ 也是不连续的.

首先分析光线在两相邻球层中的路经．参看图 4-5，图中圆弧 GBG′表示两相邻空气层的球面边界，边界面两侧折射率不等，光线 AB，在 B 点产生折射后沿 BE 方向前进．NN'是折射面法线方向，i、f 分别为入射角和折射角．由图 4-5 可见．

$f=i-\mathrm{d}\rho$

设 μ,μ_1 分别为入射球层和折射球层的折射率，

且 $\mu_1=\mu+\mathrm{d}\mu$，依据光的折射定律有：

$\mu\sin i=\mu_1\sin f$

$\mu\sin i=(\mu+\mathrm{d}\mu)\sin(i-\mathrm{d}\rho)$

∵ $\mathrm{d}\rho$ 为小量，$\mathrm{d}\mu$ 也是小量，略去二阶小量后，上式可导出下列形式（近似式）

$$\mathrm{d}\rho=\frac{\mathrm{d}\mu}{\mu}\mathrm{tg}i \qquad (4.4)$$

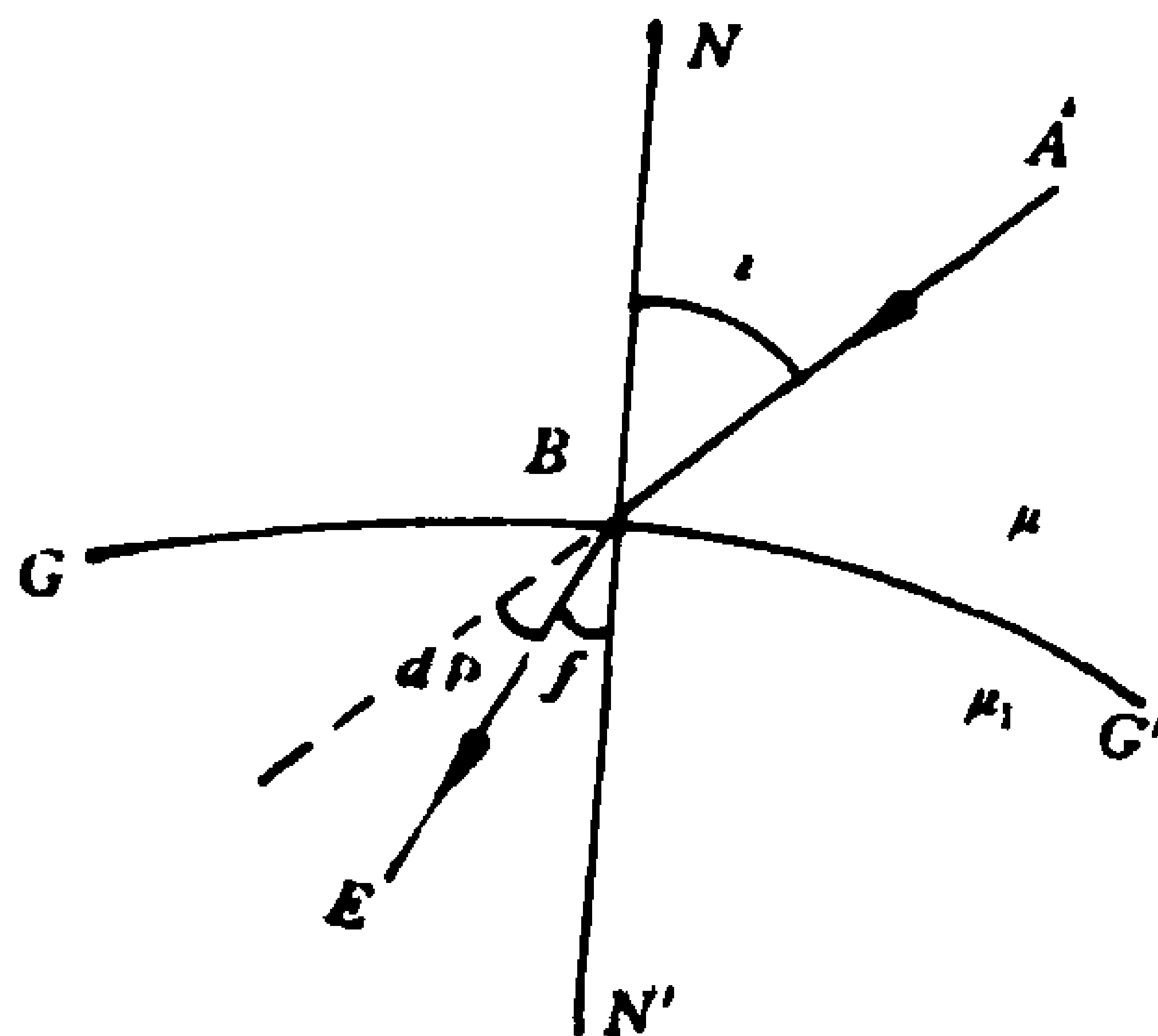


图 4-5

将(4.4)式 $d\rho$ 表达式代入(4.3)式有：

$$\rho=\int_{\mu_{n+1}}^{\mu_1}\frac{\mathrm{d}\mu}{\mu}\mathrm{tg}i \qquad (4.5)$$

式中 $d\mu$ 是折射率 μ 的变化率，下面找出 $\mathrm{tg}i$ 与折射率 μ 的关系式，为此我们进一步分析三个相邻球层的光线传播情况．

参看图 4-6，这是三个相邻的同心球层，r_n 是 n 和 $n-1$ 层的球面边界的半径，根据折射定律可知：(i_n 入射角；f_n 折射角)$\mu_n\sin i_n=\mu_{n-1}\sin f_n$

而在△BOD 中

$$\frac{\sin f_n}{r_{n-1}}=\frac{\sin i_{n-1}}{r_n}\Rightarrow\sin f_n\cdot r_n$$

$=r_{n-1}\sin i_{n-1}$

将上二式相乘得：

$$\mu_n r_n \sin i_n = \mu_{n-1} r_{n-1}\sin i_{n-1} \qquad (4.6)$$

同样方法可得：$\mu_{n-1} r_{n-1}\sin i_{n-1}=\mu_{n-2}\sin i_{n-2} r_{n-2}$

因此这一关系式可以表达为：在等密度同心球层的大气层中，折射率 μ，球面边界半径 r 与入射角 i 的正弦的乘积是常数. 用公式表示为：

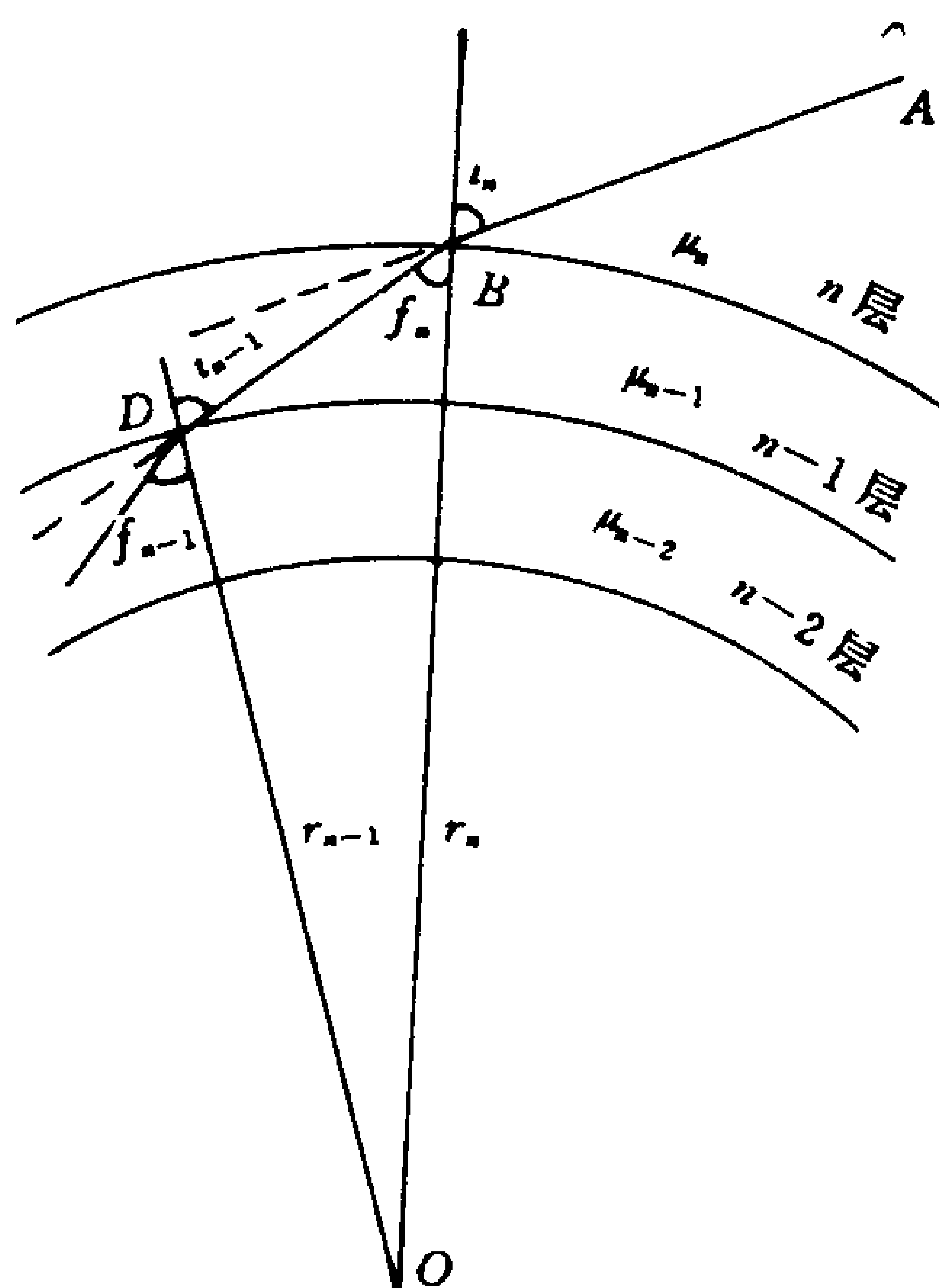


图 4-6

$$\mu r\sin i=C$$

如果取近地面大气层的折射率为 μ_0，近地面大气层的半径为地球半径 R_0. 入射角 i 为天体的视天顶 z'，则有：

$$\sin i=\frac{\mu_0 R_0}{\mu r}\sin z'$$

由此可得：$\mathrm{tg}i=\dfrac{\frac{\mu_0 R_0}{\mu r}\sin z'}{\sqrt{1-(\frac{\mu_0 R_0}{\mu r}\sin z')^2}}$

于是，根据(4.5)式可得大气折射积分为：

$$\rho=\int_1^{\mu_0}\frac{\frac{\mu_0 R_0}{\mu r}\sin z'}{\sqrt{1-(\frac{\mu_0 R_0}{\mu r}\sin z')^2}}\frac{\mathrm{d}\mu}{\mu} \qquad (4.7)$$

公式(4.7)中有两个变数 μ 和 r,r 是同心球层距地心距离,μ 是每球层的折射率,它们之间的确切关系目前还不能得到,只知道 μ 随 r 的增大而减小,因此(4.7)式积分还不能得到最终结果.

工作中常采用一些与实际情况尽可能相符合的假设以求出大气折射的展开式,但不管采取那种假设,大气折射展开式均可用下列形式给出:

$$\rho = a\mathrm{tg}z' + b\mathrm{tg}^3 z' + c\mathrm{tg}^5 z' + \cdots\cdots \tag{4.8}$$

其中 a、b、c 是由地球大气分布的各种假设给出的系数,不同假设其系数不同.这些系数是通过观测确定的.

历史上,不同的研究者假定了大气性质随高度变化的各种不同的关系,从而提出了各种大气折射理论.这些理论在天顶距不大时($z<30°$)彼此符合很好,跟实际误差不大,但当天顶距增大了,彼此相差很多.这说明这些理论都只解决了大气折射效应在天顶附近比较小数范围内有效.比较著名的有:吉尔顿(H. Gylden)在 19 世纪 60 年代提出的理论;苏联普尔科沃大气折射表就是根据他的理论编制的,普尔科沃大气折射表在国际上享有声誉.哈茨(P. Harzer)在 20 世纪初根据气象观测得到的大气资料而提出的大气折射理论,和吉尔顿的大气折射值 ρ 符合的相当好,只有天顶距 $z>80°$时,两者才有明显的差异,尽管二者符合的好,也不能说大气折射问题得到解决,ρ 值的计算只能给出近似地表达式.因为这些理论都是在理想状态下,密度层决不是以地心为中心的等密度同心层结构或平行平面层结构,大气随气温、气压是瞬息万变的,因此大气折射效应是地方性效应,目前还难于得到它与气温、气压等因素的准确关系.因此大气折射还是急待解决的问题,它严重影响地面天文观测精度的提高.

§4.3 大气折射实际用表

上一节介绍了大气折射 ρ 值的计算问题,目前它仍属于待解决

的问题，但天文观测工作中还必须考虑大气折射改正，因此开展大气折射理论研究仍然是天文工作者急待解决的课题. 国外的天文工作者在探讨大气折射规律方面做了大量工作；国际上也曾组织专门学术会议，推动大气折射理论的研究. 为了消除和减小大气折射对天文观测的影响，需要在观测技术和方法上改进，这方面我国天文工作者走在了前面. 我国自行设计和制造的光电等高仪Ⅱ型采取真空镜筒办法抵消大气折射影响，观测实践表明，效果是好的. 采用真空镜筒抵消大气折射影响方法，在我国其它天测仪器上也得到了应用：如真空照相天顶筒. 但真空镜筒方法还有一定的局限，如真空度还不能达到理想状态，真空镜筒还不能消除反常大气折射等. 目前大部分的天文观测仪器还不能做到消除大气折射影响，实际工作中大量资料处理需要进行大气折射改正. 目前采用办法如下：

首先选取纬度为45°海平面上，气温为0℃，气压为760mm水银柱高，在这样标准状况下，计算出不同天顶距 z 的大气折射 ρ 值. 采用的公式为 $\rho = a\operatorname{tg}z'$（即等密度平行平面层结构导出的 ρ 值计算公式）这样计算出来的大气折射为平均大气折射 ρ_0 并编制成表，以天顶距 z 为引数，可以得到标准状况下的大气折射 ρ_0 值.

计算大气折射的实际改正时，还需考虑观测时气温、气压的影响，分别称为气温、气压改正.

(1) 气温改正系数用字母 A 表示：

$$A = \frac{-0.00383T}{1+0.00367T}$$ 其中 T 是观测时空气的摄氏温度

(2) 气压改正系数用字母 B 表示：

$$B = \frac{H}{760} - 1$$ 其中 H 是以毫米计的实气压

实气压 $H = H'[1-0.00264\cos 2\varphi - 0.000163(T'-T)]$

H' 是读得的气压数值（观测时），φ 是观测地纬度

T' 是气压表内水银的温度.

当天体的天顶距 $z<45°$时，大气折射改正公式为：

$$\rho=\rho_0(1+A+B) \tag{4.9}$$

ρ_0 以 z 为引数从平均大气折射表可查，A 是以气温为引数查气温订正表；B 是以气压为引数查气压订正表.

对于天顶距 $z>45°$的天体，大气折射改正公式采用下式：

$$\rho=\rho_0(1+\alpha A+B) \tag{4.10}$$

α 是由于近地平时大气折射因气温变化较大而加的气温订正系数，它以 z 为引数可查气温订正表.

我国天文年历刊载大气折射实际计算所有用表.

§4.4 大气折射较差

由于大气折射 ρ 随天体的天顶距 z 增加而增大，使得天体在天空中的相对位置以及有视面的天体（如：太阳、月亮）表面上各点的相对位置都会发生变化. 对于彼此很靠近的天体，这种大气折射的影响叫做大气折射较差. 在双星等的定位观测中，应当考虑大气折射较差的影响. 下面分两种情况加以讨论：

（一）设：z_1、z_2 是位于同一地平经圈上的两个比较靠近的天体的真天顶距；z_1'和 z_2'是它们的视天顶距.

根据大气折射效应真天顶距与视天顶距的关系有：

$$\begin{cases} z_1=z_1'+a\text{tg}z_1' \\ z_2=z_2'+a\text{tg}z_2' \end{cases}$$

由此可得：

$$\begin{aligned} z_1-z_2 &=z_1'-z_2'+a(\text{tg}z_1'-\text{tg}z_2') \\ &=(z_1'-z_2')+a(z_1'-z_2')+a(z_1'-z_2')\text{tg}^2z' \end{aligned} \tag{4.11}$$

其中 z'或为 z_1'，或为 z_2'.

由此可见，大气折射使处于同一地平经圈上两个比较靠近的天

体，在垂直方向上距离缩短了.

同样大气折射也使天顶距相同的两个比较靠近的天体的水平距离发生变化.

（二）设：σ_1 和 σ_2 是处在同一个地平纬圈上（天顶距相同）两个比较靠近的天体. 其天顶距 $z_1=z_2=z$，σ_1' 和 σ_2'是受大气折射影响后的位置，其视天顶距 $z_1'=z_2'=z'$（∵是很靠近的两个天体）

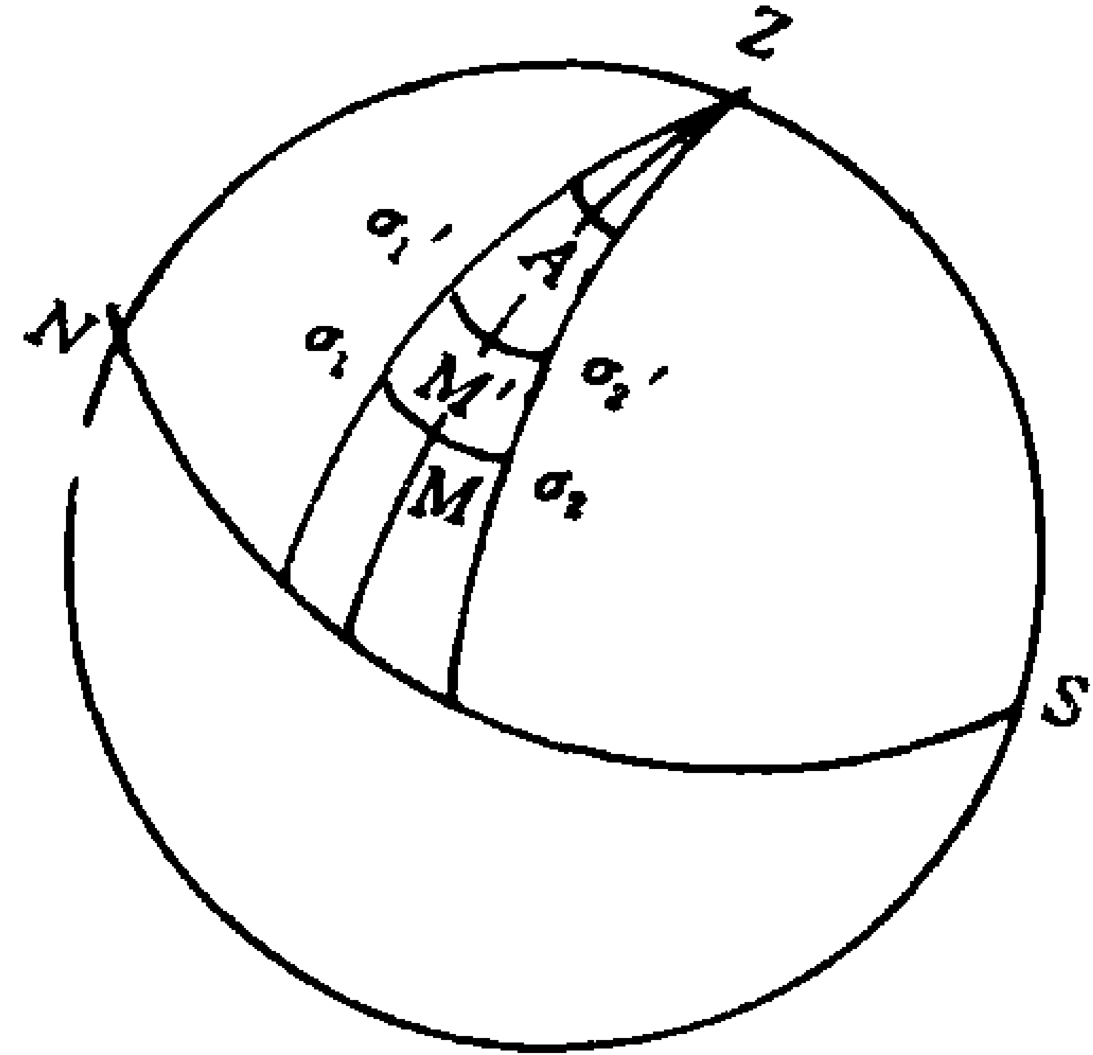


图 4-7

因此有 $\overset{\frown}{\sigma_1\sigma_1'}=\overset{\frown}{\sigma_2\sigma_2'}=z-z'=a\text{tg}z'$

参看图 4-7，设 M 和 M'分别是地平纬圈$\overset{\frown}{\sigma_1\sigma_2}$和$\overset{\frown}{\sigma_1'\sigma_2'}$的中心，显然 M 和 M'是位于同一地平经圈上，在 M' 和 M 处的角都是直角.

令$\angle\sigma_1ZM$ 和$\angle\sigma_2ZM$ 为 A 则有：

$$\begin{cases}\sin\overset{\frown}{M'\sigma_1'}=\sin\overset{\frown}{M'\sigma_2'}=\sin z'\sin A\\ \sin\overset{\frown}{M\sigma_1}=\sin\overset{\frown}{M\sigma_2}=\sin z\sin A\end{cases}$$

因为$\overset{\frown}{M'\sigma_1}$和$\overset{\frown}{M'\sigma_2}$以及$\overset{\frown}{M\sigma_1}$和$\overset{\frown}{M\sigma_2}$均为小量，所以有：

$$\overset{\frown}{\sigma_1\sigma_2}=2\,\overset{\frown}{M\sigma_1}=2\sin z\sin A$$

$$\overset{\frown}{\sigma_1'\sigma_2'}=2\,\overset{\frown}{M'\sigma_1'}=2\sin z'\sin A$$

从而推得：

$$\frac{\overset{\frown}{\sigma_1\sigma_2}-\overset{\frown}{\sigma_1'\sigma_2'}}{\overset{\frown}{\sigma_1'\sigma_2'}}=\frac{\sin z-\sin z'}{\sin z'}$$

$$=\frac{(z-z')\cos z'}{\sin z'}$$

$$=\frac{a\mathrm{tg}z' \cdot \cos z'}{\sin z'}$$

$$=a$$

因此有：

$$\widehat{\sigma_1\sigma_2}=\widehat{\sigma_1'\sigma_2'}+a\,\widehat{\sigma_1'\sigma_2'} \tag{4.12}$$

观测到的两个处于同一纬圈上很靠近天体的水平距离较之真正的水平距离要小.这是大气折射较差造成的.

上面两种情况的讨论结果，也可用来讨论任何有视面的天体，如：太阳、月球、大行星等的大气折射较差现象.

§4.5 大气扰动与反常折射

以上所讨论的大气折射现象基本上都是指理想状态下：即大气按等密度的平行平面层分布或者等密度的同心球层分布.但实际的地球大气并非是平面的，也不是同心球层分布.由于太阳辐射的影响，气象现象瞬时万变，使得高空大气不仅随空气的温度、压力而变化，而且与气象的某些因素如：风向、风速、空气中的水汽含量等有关.大气不可能处在稳定的状态中.大气的扰动，使光线穿过地球大气时，就会产生一些反常的偏折.这些反常的偏折也是天文定位观测中不可忽视的影响，下面介绍几种主要的偏折现象.

一、星象抖动

当用望远镜描准一颗星，我们在望远镜视场中观察星像移动时，便会发现星像移动的轨迹并非是匀速直线运动，而是上、下有微小的抖动.抖动的原因是大气扰动的结果.大气扰动最厉害时，可使抖动振幅达到几角秒，这个量还是很可观的，它使星像模糊，形状不断地变化.星像抖动，将给星像定位工作带来偏差.这种偏差随大气扰动程度而变化.避免大气抖动通常是通过选择大气宁静度比较好的地方，作为观测台址.在大气宁静程度比较好的夜晚，尽可能在天顶附

近观测,以避免大气抖动的影响.

星像抖动是地方区域性效应,长期观测能够得出该地区近似改正值,可以提高天体定位的观测精度.

二、星象闪烁

当星光进入大气以后,由于大气扰动的结果,星光的波面并非是平面的,也不可能都同时到达地面观测者.这样就可能造成星光在望远镜中会聚程度随时间发生变化,有时会聚的强些,星体就亮些;有时会聚差一点,星像就暗些.这种会聚的变化是瞬变的,使得我们观察者感到星象光度在变化,形成所谓星像闪烁.

减少和避免星像闪烁对天体定位工作影响,需要使用大口径的望远镜.

三、大气色散

由于不同天体的辐射光包含的波段不同,因此不同天体颜色也不一样.而不同波长的光通过大气后的折射效应因波长而异,因此天体的辐射光线通过大气后其星像出现一种色散现象.这种色散现象在大气宁静度比较好的夜晚,可以觉察到星像被分成一条垂直的小光谱,其紫端靠近天顶方向.这种色散效应随天体的天顶距增大而增强.一般认为当天体的天顶距在 60°时,星像谱带的红端与紫端的天顶距差可达 3″,这对精确定位工作是不可忽视的量,需要加以订正.

著名的普尔柯沃天文台的大气折射表不但给出了正常折射(即平均大气折射)、气温、气压的改正.而且也给出了光谱型改正,但使用时应根据本身仪器的光学性能加以选用.

四、反常折射

反常折射通常是指发生在观测室周围,由观测环境所造成的光线偏折.观测室的通风设备不好,造成内外温差很大;或者观测室的周围配置不合理造成温度梯度.国内有过这方面的实验,认为形成的温度梯度对大气折射造成的影响是不可忽略的.

另一种情况是发生在观测地上空大气密度的倾斜分布,使得大

气折射发生变化.例如:当日落后,空气团的变冷逐步地由东向西进行,使得等密度大气层不在地平方向上.国内也有过这方面的分析文章,说明大气密度倾斜分布对观测影响也是需要加以考虑的.

反常折射是一种地方区域性效应,因此需要长期观测,找出规律性加以改正.尤其是在选台址阶段需要天文观测加以鉴别.

五、大气消光

是指天体发出来的光线(电磁波)通过大气后,大气中的各种分子和原子对天体的辐射有选择性吸收,使辐射能转变成其它形式的能量,造成光线的强度减弱或颜色发生变化.同时大气中的气体分子和尘埃、水滴等物质点对天体来的光线有不止一个方向的偏折作用,形成所谓的散射现象.正是由于大气具有选择性吸收和散射作用,使天体的辐射强度和颜色发生了变化,地面上观测者无论开展天体的光度测量还是分光工作都要考虑大气消光的影响.大气消光通常可表成下式:

$$m_{z\lambda}-m_{0\lambda}=k_\lambda \sec z \qquad (z\leqslant 60^\circ)$$

$$m_{z\lambda}-m_{0\lambda}=k_\lambda M_z \qquad (z\geqslant 60^\circ)$$

其中 $m_{z\lambda}$: 波长为 λ 天顶距 z 处天体的星等值.

$m_{0\lambda}$: 波长为 λ 的天体处于天顶时星等值(大气外星等值).

z: 观测瞬间天体的天顶距.

M_z: 天顶距等于 z 时大气质量.

K_λ: 大气消光因子(波长为 λ) $K_\lambda=-2.5\mathrm{eg}P_\lambda$.

P_λ: 为大气透射系数(由实验测得).

§4.6 大气内的天体大气折射效应

前面几节所讨论的天体大气折射问题,都是指处在大气以外的天体(恒星)受大气折射影响改正问题.对于处在大气内的天体:如人造地球卫星,以及距离地球比较近的月亮等天体,它们受大气折射影

响和大气外天体(恒星)是不一样的,需要采取下面方法处理.

参看图 4-8,图中 σ 为处于大气中的天体. M 为地面上观测地,O 代表地球中心,$R_\oplus$ 代表地球半径,h 代表天体距地面的距离.则天体距地心的距离为 $r=R_\oplus+h$. 用 d 代表天体 σ 距测站距离. MZ 为测站的天顶方向,$M\sigma$ 为天体的真方向,它与天顶方向的夹角 $\angle ZM\sigma=z$ 为天体 σ 的真天顶距.

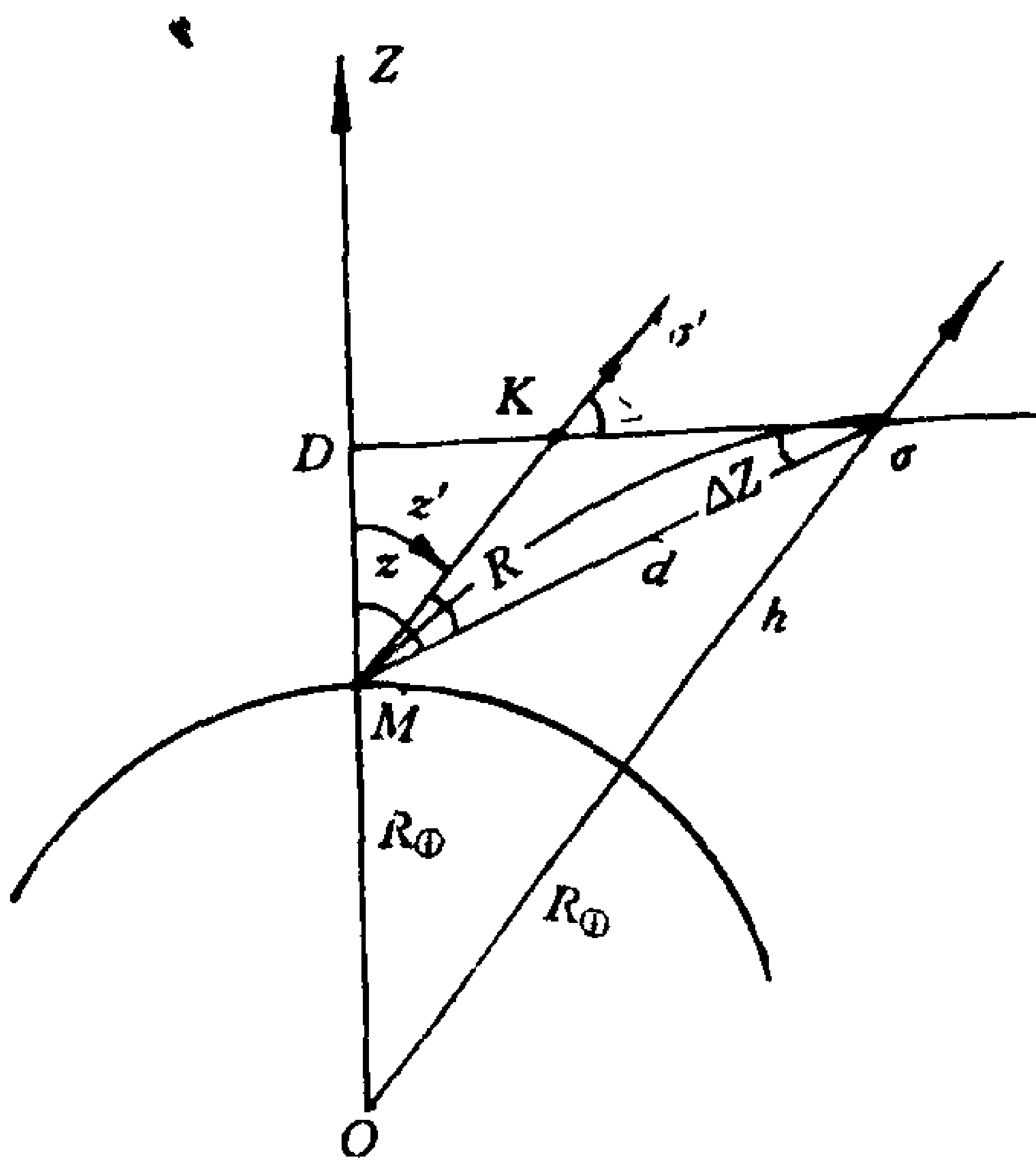


图 4-8

由于地球大气的存在,光线穿经大气就要产生偏折形成曲线,用 $\overset{\frown}{M\sigma}$ 表示;显然自 M 点引的曲线 $\overset{\frown}{M\sigma}$ 的切线 $M\sigma'$ 就是观测者所见天体方向 σ',它与天顶方向 $\overset{\frown}{MZ}$ 夹角 $\angle ZM\sigma'=z'$,就是天体 σ 的视天顶距.二者之差即为处在大气内的天体,由于大气折射造成的天顶距之差,用 R 表示:

$$R=z-z'$$

因天体 σ 处在大气内,自 σ 处光线即开始偏折.由 σ 点引曲线 $\overset{\frown}{\sigma M}$ 的切线 σD,D 为切线与天顶方向 MZ 的交点.切线 σD 与 $M\sigma'$ 交于一点用 K 表示.则二切线的夹角用 Σ 表示. Σ 为光线从 σ 到 M 的偏转角,称为大气折射偏转角.切线 σD 与天体 σ 的真方向 $M\sigma$ 的夹角用 $\triangle Z$ 表示,称为天体折射的视差角.由于大气折射发生在同一垂直平

面内(即 $ZM\sigma$ 平面内),所以有:

$$R=\Sigma-\triangle Z$$

如果天体 σ 位于无穷远处(即大气外),则$\triangle Z=0$

这时 R 就是前面所导出大气折射改正值 ρ 有 $R_{外}=\rho=\Sigma$

由于大气距地表面越高越稀薄,距地面 100Km 以上对光线偏折很小(约 0″.1),因此对人造卫星等处于大气内天体,其大气折射偏转角可取 $\Sigma=\rho$.

对处于大气内的天体大气折射改正可写成:

$$R=\rho-\triangle Z \tag{4.13}$$

其中 ρ 为大气外天体的大气折射值. $\triangle Z$ 为折射视差角. ρ 可通过观测瞬间天顶距 z. 温度 T. 气压 P 等值查表或计算得.

卫星的大气折射视差角$\triangle Z_s$ 可以用下式求得:

$$\triangle Z_s=510''.20\frac{\mathrm{tg}Z\sec Z}{d}(1.001-3.615\times10^{-3}\sec^2 Z)\cdot\frac{P}{760}\cdot\frac{273}{273+t} \tag{4.14}$$

式中 Z 为卫星的视天顶距;d 为卫星的斜距,以公里为单位. P 为气压,t 为温度.

卫星的斜距由下式决定:$d=(r^2-\sin^2 Z)^{½}-\cos Z$ 其中 r 为地心距,由卫星轨道计算.

(4.14)式可进一步简化. 略去气温、气压项后,卫星大气折射视差角$\triangle Z_s=0''.08\sec^2 Z\sin Z/d$,这时 d 应以地球半径为单位.

上面给出的卫星大气折射视差角$\triangle Z_s$改正公式是一个经验公式,实际工作中,可根据研究问题的需要加以选择使用.

§4.7 大气折射对天体周日视运动的影响

一、提前上升与推迟下落

由于大气折射使天体的真天顶距减小,当恒星处在真地平正下

方与真地平相距，其大小等于近地平时的大气折射改正值 ρ_0 时，由于大气折射效应，天体则出现在地平上，即天体提前上升，反之，当天体在真地平以下 ρ_0 值时，由于大气折射效应，天体的视位置仍处在真地平上，天体推迟下落.

因大气折射效应天体出现提前上升，推迟下落，是否对所有天体都是一样？提前、推迟时间又是多少？

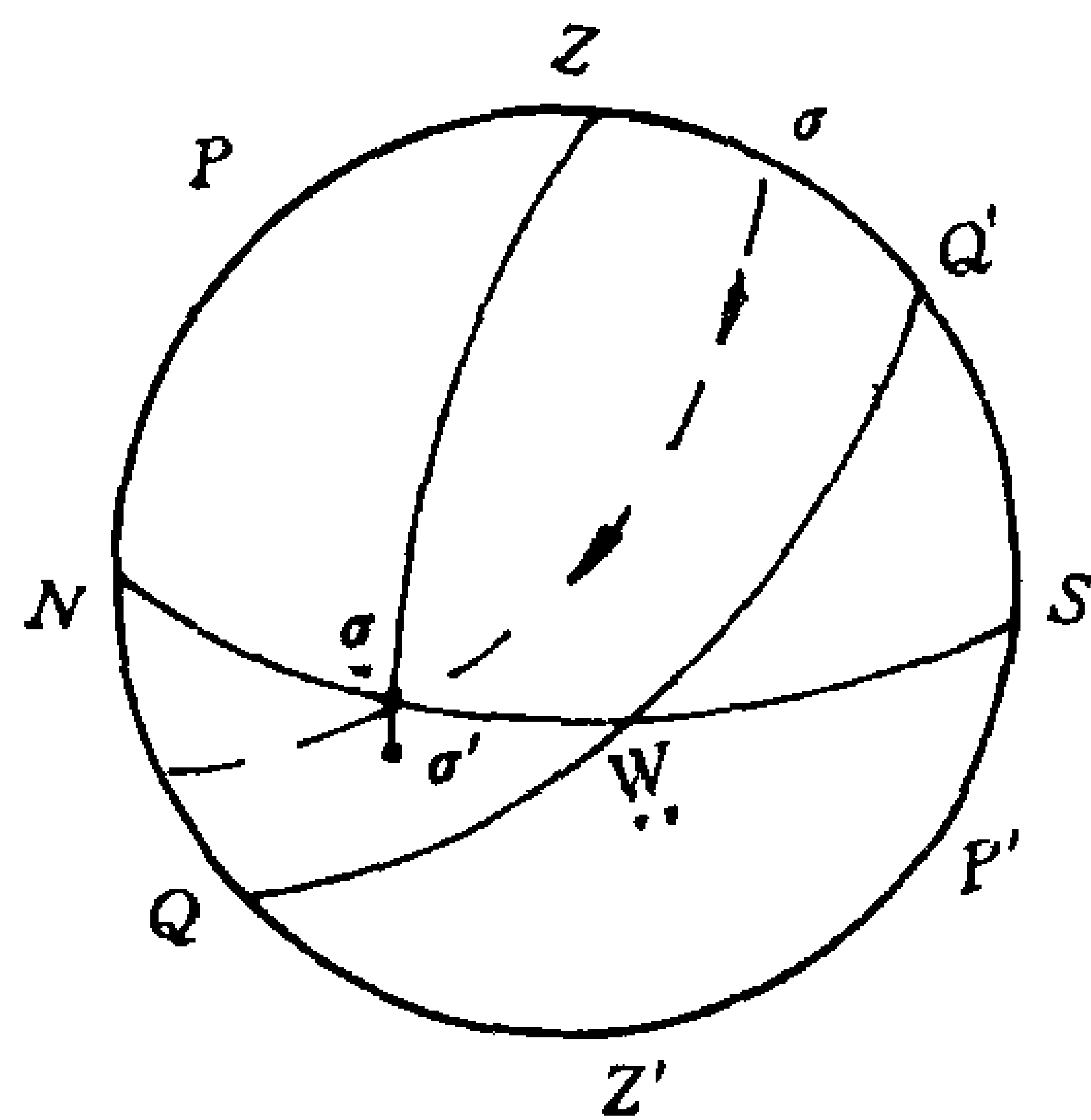


图 4-9

由天体的天顶距随时间变化率表达式：

$dz/dt=-\cos\varphi\sin A$ 可导出：$dt=-dz/\cos\varphi\sin A$ 将 $\sin A=-\cos\delta\sin t/\sin Z$，代入 dt 表达式则有：

$$dt=-dz\sin Z/\cos\varphi\cos\delta\sin t$$

当天体处在近地平时：$Z\doteq 90^\circ$，$dz\doteq\rho_0$ 其中 ρ_0 为近平平时大气折射改正值（$\rho_0\doteq 35'$）则有：$dt=-\rho_0/\cos\varphi\cos\delta\sin t$ 式中 t 为天体正常出没时角.

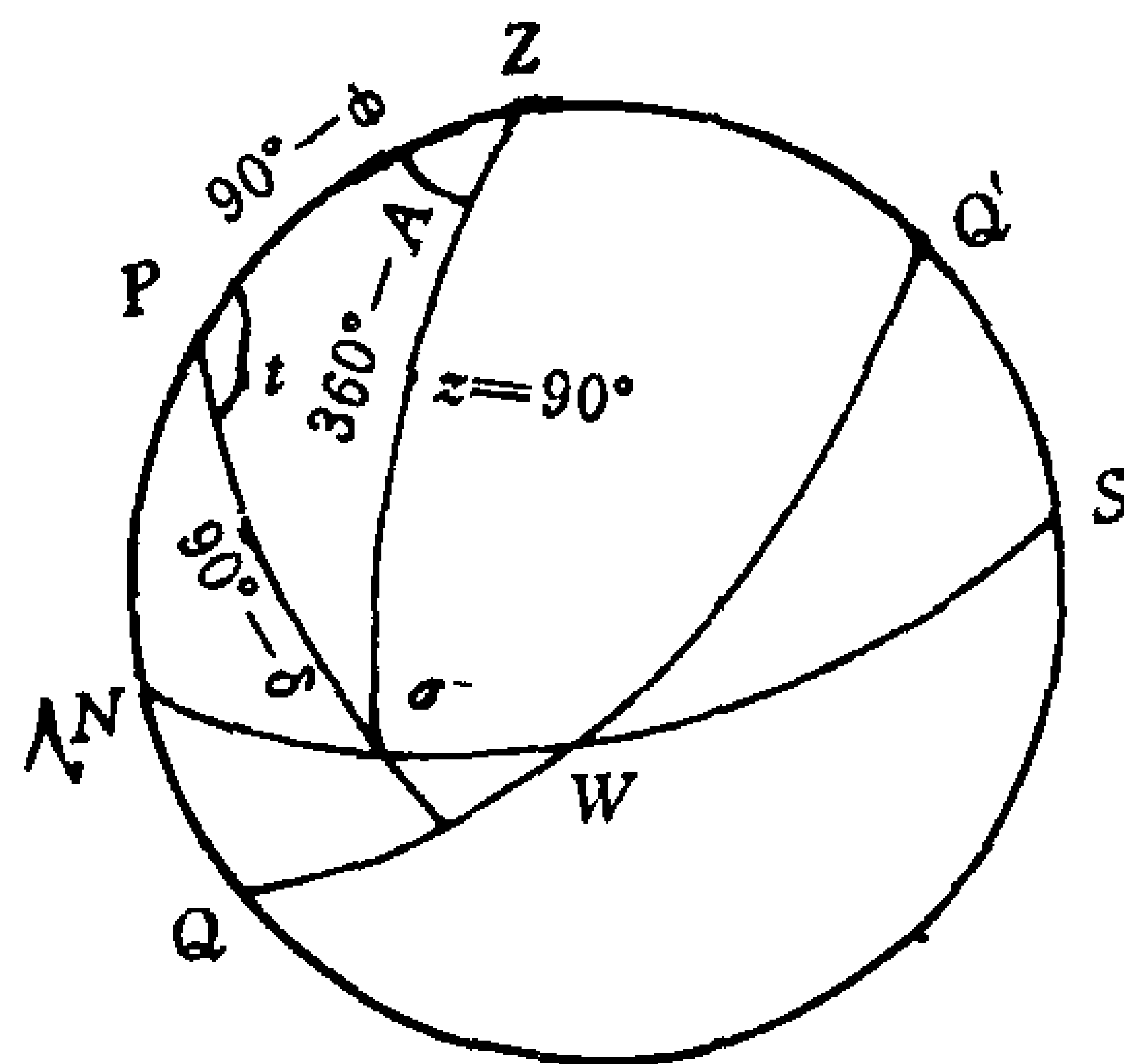


图 4-10

由此可见：不同天体提前或推迟的时间是不一样的. 它和天体在天球上的位置有关.

二、天体出没方位的变化规律

由于大气折射效应，天体

出没地平的方位也要发生变化. 参看图 4-10 在天文三角形 $PZ\sigma$ 中，有公式：

$\sin\delta=\sin\varphi\cos Z+\cos\varphi\sin Z\cos A$ 将 φ、δ 看作常量，微分上式，并令 $Z=90°$时，上式变为：

$\mathrm{d}A=-\mathrm{d}Z\ \mathrm{tg}\varphi/\sin A$

当取 dz 为近地平的大气折射改正值 ρ_0 时($\rho\doteq 35'$)，由上式就可求出天体出没方位的变化. 式中 A 为天体正常出没的方位角. 由公式可见天体出没方位的变化跟观测地纬度 φ 成正比.

三、天体时角变化与天球几何旋转速率关系

天球几何旋转是由于地球自转运动形成的. 附着在天球上的恒星随着天球几何旋转产生周日视运动，由于大气折射影响天体时角的变化和天球几何旋转速率是不同的.

设：t 为天体几何旋转引起的天体时角；t' 为天体的视时角，二者的关系为：

$t'=t+t_\rho$；t_ρ 为大气折射引起的天体时角变化. t_ρ 可由下式得到：

$$t_\rho=a\,\frac{\cos\varphi\sin t\sec\delta}{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t}$$

天体的视时角 t' 随时间的变化率为：

$$\frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t}=1+\frac{\mathrm{d}(t_\rho)}{\mathrm{d}t}$$

$$=1+a\,\frac{\cos^2\varphi+\sin\varphi\cos\varphi\,\mathrm{tg}\delta\cos t}{(\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t)^2}$$

由此可见，天体因大气折射效应，天体周日视运动除天球几何旋转外，还附加了一个量. 望远镜长时间跟踪天体时，必须加以改正.

同样，我们也可以导出天体赤纬 δ，因大气折射所造成的天体赤纬 δ 的视变化. 其表达式为：

$$\delta'=\delta_0+\triangle\delta$$

$$=\delta_0+a\,\frac{\cos\delta_o\sin\varphi-\sin\delta_o\cos\varphi\cos t}{\sin\delta_o\sin\varphi+\cos\delta_o\cos\varphi\cos t}$$

δ_o为观测瞬间赤纬值，$\triangle\delta$为大气折射引起的天体赤纬δ的变化.

四、大气折射对天极 P 的影响

大气折射不改变天极 P 的位置. 但是，在天极 P 处大气折射改正近似值，可以取：

$$\rho = a\mathrm{tg}Z = a\mathrm{tg}(90° - \varphi) = a\ \mathrm{ctg}\varphi$$

通常将天极 P 的位置抬高 $a\mathrm{ctg}\varphi$ 后的位置作为视天极 P'.

第五章　视　差

上一章讲述了地球周围大气对观测天体的影响，地面天文观测需要考虑大气折射的影响. 本章将讨论观测者在空间位置的变化，对天体定位工作的影响. 地面观测者在空间位置的变化，主要是由于地球自转和公转所造成的. 由于观测者空间位置的变化，造成观测同一天体在天球上位置的差异，称为天体视差现象.

由上面简短叙述可知，天体视差是由观测者在观测期间空间位置变化造成的. 因此本章及后面有关内容都是假定天体在空间没有运动以及不存在其它因素的影响，如已经介绍过的大气折射等. 讨论的是仅仅由于一种因素所造成的天体在天球上位置的变化规律.

§5.1　视差的基本概念

参看图 5-1，设 O，O' 是观测者的两个空间位置，假定它们同处于 OA 这条直线上，σ 是观测对象天体.

对于 O 点位置观测者所见天体 σ 方向为 $\overset{\frown}{O\sigma}$，天体 σ 与 OA 的角距 $\angle\sigma OA$，同样，观测者由 O 点移到 O' 时，它所见同一天体 σ 的方向为 $\overset{\frown}{O'\sigma}$，它与 $O'A$ 的夹角为 $\angle\sigma O'A$. 对于 O 和 O' 两点，天体方向相差为

$$\angle AO'\sigma-\angle AO\sigma=\angle O\sigma O'=P$$

P 就是由于观测者空间位置由 O 点移到 σ' 点所造成的天体方向的变化，如果投影到天球上就是天体在天球上位置的差异. 也就是

我们称之的天体视差现象. 由图可知天体视差 P 实际上是天体 σ 对观测者空间两个位置间连线的张角.

视差 P 都与哪些量有关呢?

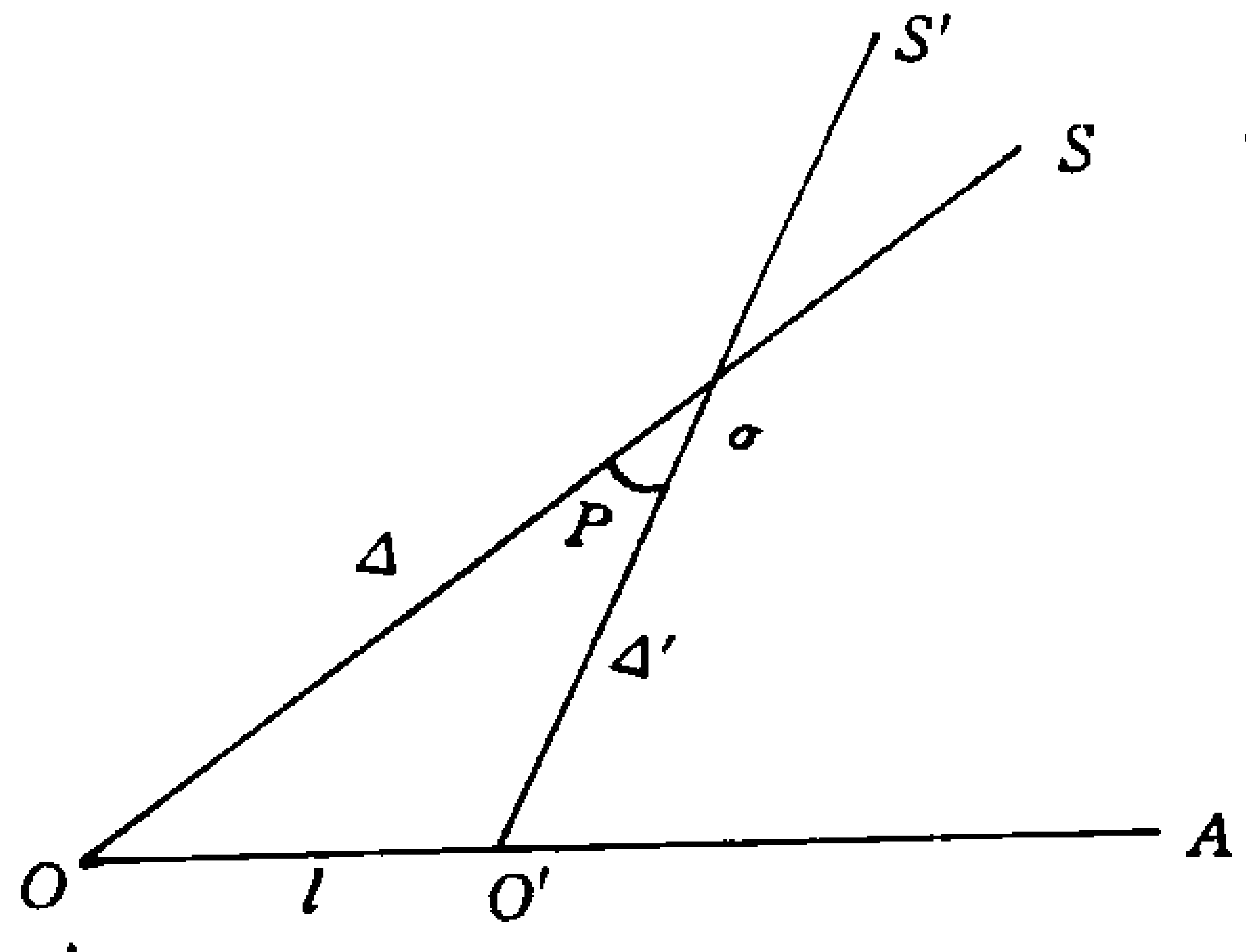


图 5-1

设:观测者所处位置 O、O' 两点间距离为 l,天体 σ 距 O 点距离为 $\triangle$,到 O' 点距离为 $\triangle'$. 在 $\triangle OO'\sigma$ 中有:

$$\sin P = \frac{l}{\triangle}\sin\angle A\,O'\,\sigma = \frac{l}{\triangle'}\angle AO\sigma \qquad (5.1)$$

由公式(5.1)式可见:一个天体对于两个观测点 O、O' 的视差 P 的大小,与两点间的距离 l 成正比,与天体 σ 距这两点的距离 $\triangle$(或 $\triangle'$)成反比. 如果 l 和 $\triangle$(或 $\triangle'$)为常数,则当 $\angle AO'\sigma$(或 $\angle AO\sigma$)为 90°时,视差 P 为最大.

观测者位置由 O 点移到 O' 点是由于观测者随地球公转和自转运动造成的,是同一观测者两个不同瞬间的空间位置上观测同一天体而造成的视差观象. 同样,在同一瞬间,地面上两个不同地点观测者,观测同一天体,所得天体 σ 的方向也是不同的,也称为天体的视差现象. 由此可见,由于天体视差现象,天体 σ 在天球上位置就难于确定. 同一瞬间,不同地点的观测者观测同一天体;不同瞬间,同一观测者观测同一天体在天球上位置是不同的.

为了确定天体在天球上位置,需要选择归算参考点. 对这样参考点:同一瞬间,不同地点观测者;不同瞬间,同一观测者所则得天体 σ 的位置都能化到这一参考点的观测结果上来,而相对于这样参考点天体 σ 在天球上的位置是唯一的. 也就是说对这样的参考点天体 σ 在天球上位置不受视差影响. 根据对地球的公转和自转运动的分析:

地球自转运动是绕自转轴转动,因此地心将不具有周日运动,如果地心处有一观测者它所见天体方向就不受自转影响,即观测者无自转引起的空间位置变化,也就是不存在视差现象.由对地球公转的分析,地心将随地球整体一道绕日公转,由于公转处于地心的观测者也有空间位置变化,因此观测天体同样存在着视差现象.但假如在太阳的中心(严格讲为太阳系质心)有一观测者,他将不受地球自转和公转的影响,它的空间位置不随时间而变化,处于这点的观测者,观测天体就不存在视差现象.

基于上述分析,显然选择日心是最理想的参考点.将地面所有观测都化归到日心处观测结果上来,就能唯一确定天体在天球上的位置.为此,需要做如下的转换:处于地面上观测者所得天体的位置,是以观测者为天球中心的天体地面坐标.如果转换到以地心为中心的天球坐标系上来,即得到天体的地心坐标,天体的地心坐标消除了因地球自转运动而造成的天体视差现象.我们称:同一天体的地面坐标和地心坐标之差为该天体的地心视差或周日视差.进一步将该天体的地心坐标,转换到以日心(质心)为原点的天球坐标系上来,所得天体的日心坐标值,就消除了因地球公转产生的视差影响.我们称:同一天体的地心坐标与日心坐标之差为日心视差或周年视差.

对恒星而言,由于恒星距地球非常遥远,其周日视差小到可以忽略不计(由于天体距地面和地心距离远远大于地球半径).因此,恒星的地面坐标就等价于恒星的地心坐标.恒星的周年视差对大多数恒星而言也是小量.只是少数近距离的恒星,其周年视差大于0″.01,这些恒星,需改正周年视差的影响,对于小于0″.01的恒星也可以不必考虑它的地心坐标与日心坐标的差异.

对于太阳系内天体,如太阳、月亮、行星等,它们距地心或者距台站的距离比起台站与地心连线间距离也是大得多,其周日视差同样也是小量.地球的卫星月亮的地平视差π 最大值为3422″.608;太阳的平均地平视差为$\pi=8''.80$.在精确确定太阳、月亮、行星位置时,

需要考虑其周日视差的影响，即它们的地面坐标不能代替地心坐标.

由于太阳系内天体，它们距地心和日心距离△′和△随时间变化，并且这种变化因天体不同而不同. 它们在由地心坐标转换日心坐标时，需要根据天体本身的运动规律，考虑周年视差的影响.

对于周日视差，其参考点为地心. 研究太阳系内天体均以地心为参考点，图 5-1 中的 O 点代表地心，O' 为观测者所处地面位置，l 为观测者至地心距离，△和△′分别为天体距地心和观测者距离.

对于周年视差，其参考点为日心. 研究恒星以日心为参考点，这时图 5-1 中的 O 点代表太阳中心，O' 为地球中心；l 为地球距太阳距离，△和△′分别为天体至太阳和天体距地球中心的距离.

§5.2　台站距地心的距离

计算天体周日视差时，必须知道观测者到地心的距离. 计算观测者(台站)距地心的距离，需要了解地球的形状和大小.

地球表面的形状，是极其复杂的，大陆上有高山，海底下有深沟. 为了便于计算，地球形状是根据大地测量学中给出的概念. 大地测量学中所谓的地球形状，是指由平均海平面所定义的一个封闭曲面的形状. 海平面在重力作用下，是一个等位面，也就是说，这个面上的重力位各处都是相等的. 把这个等位面延伸通过陆地，就形成一个封闭的曲面，叫做大地水准面，通常所说的地球形状，就是指大地水准面的形状. 根据大地测量的结果，大地水准面的形状接近于旋转椭球(所谓旋转椭球是由椭圆绕其短轴旋转所构成的椭球). 因此，人们以旋转椭球代表地球的大地水准面，作为确定地面各点位置的参考，称为参考椭球.

国际上，根据不同时期的大地测量结果，先后对旋转椭球的半长轴 a，半短轴 b 和椭率 $f=\dfrac{a-b}{a}$ 确定了不同的数值，根据这些数值建

立了相应的参考椭球.如:

(1) 1924 年国际参考椭球

$a=6378388$ 米

$b=6356909$ 米

$f=1/297.0$

(2) 克拉索夫斯基参考椭球

$a=6378245$ 米

$b=6356863$ 米

$f=1/298.3$

(3) 1967 年国际参考椭球

$a=6378160$ 米

$b=6356775$ 米

$f=1/298.25$

1967 年国际参考椭球是 1984.0 年以前国际上采用值,它是 IAU1974 年天文常数系统中的常数:地球赤道半径 a 和地球椭率 f 的值就为 $a=6378160$ 米和 $f=1/298.25$.

1984.0 年开始采用 FK5 参考系及新的天文常数系统——IAU1976 年天文常数.新天文常数中的地球赤道半径 $a=6378140$ 米,地球椭率 $f=1/298.257$,这是根据 1975 国际大地测量和地球物理联合会采用的"标准大地测量参数"给出的值.从 1984.0 年开始采用,与此有关的计算将采用新值.

计算台站距地心的距离分为两步得到,首先是计算参考椭球上各点距地心的距离,称之为向径用 ρ 表示.第二步是根据各地的海拔高度 h,进而得到台站距地心距离,因为各地的海拔高度 h 就代表该处与海平面的高度差.

第一步计算参考椭球上各点到地心的距离:

参看图 5-2.参考椭球的半长轴和半短轴分别为 a、b;其椭率为 f.以地心 O 为原点建立直角坐标系,x 轴指向地球赤道,y 轴指向北

极. M 为参考椭球上任意一点，令 M 点距地心 O 的距离为 ρ.

对于 M 点来说，它的纬度有两种计量方法：(1) 地心纬度 ϕ'，它等于 M 点与地心连线和赤道夹角. 即图中 OM 与 Ox 的夹角，(2) 测地纬度 φ，它等于参考椭球在 M 点的法线 MQR 和赤道夹角. 即 MQR 与 Ox 夹角.

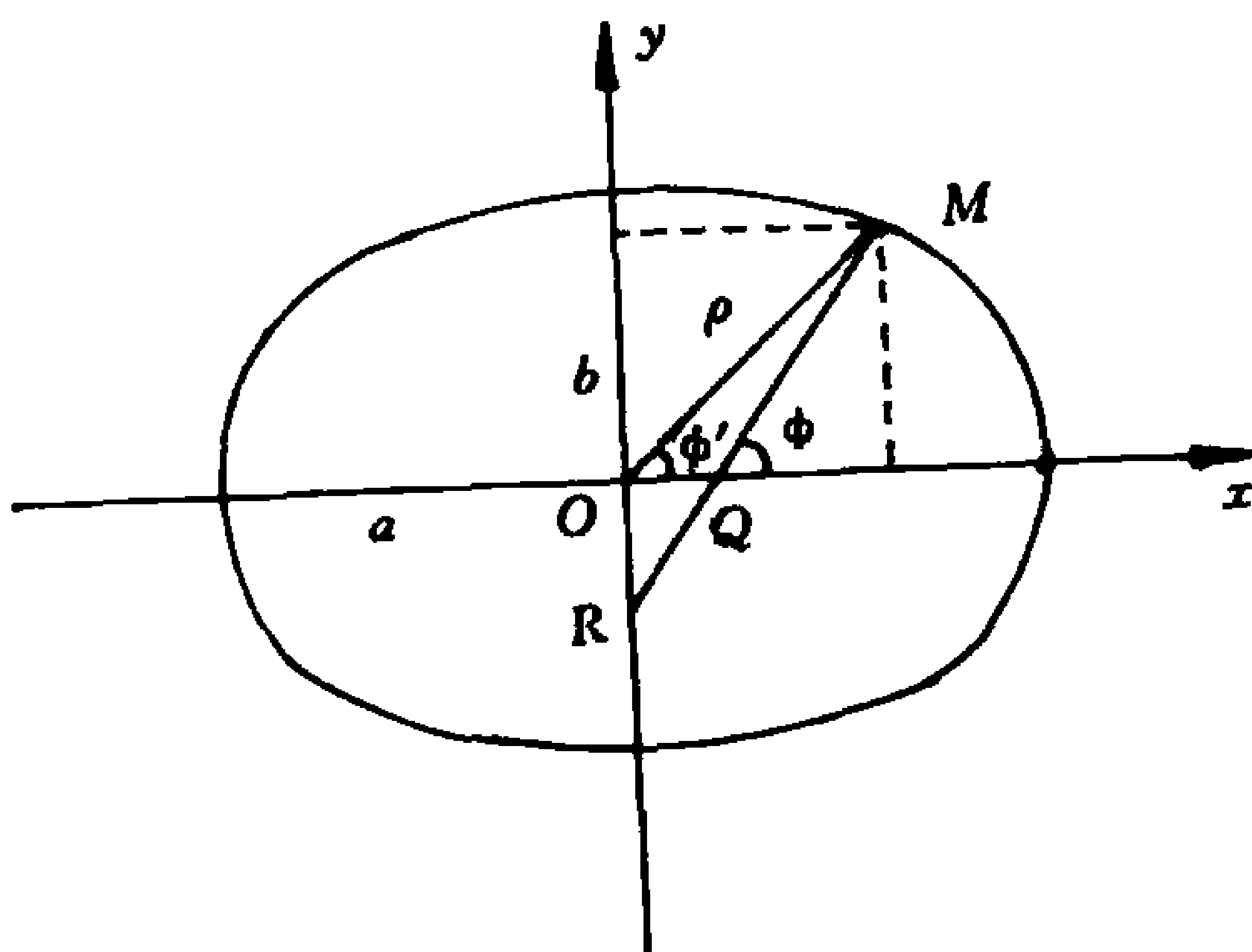


图 5-2

由此，可推导出向径 ρ 与纬度间的关系：

$$\begin{cases} x=\rho\cos\phi'=MR\cos\varphi=C\cos\varphi & (5.2) \\ y=\rho\sin\phi'=MQ\sin\varphi=S\sin\varphi & (5.3) \end{cases}$$

其中 $MQ=S$，$MR=C$.

由 (5.2) 和 (5.3) 式得：$\mathrm{tg}\,\phi'=y/x$

根据椭圆方程 $x^2/a^2+y^2/b^2=1$ 得到：

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}y=-a^2/b^2\,\frac{y}{x} \tag{5.4}$$

根据数学分析知 M 点的法线斜率：$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y}=-\mathrm{tg}\,\varphi$

$$\text{由此可得：}\mathrm{tg}\varphi=\frac{a^2}{b^2}\frac{y}{x}=\frac{a^2}{b^2}\mathrm{tg}\phi' \tag{5.5}$$

或写成：$(1-f)^2\mathrm{tg}\varphi=\mathrm{tg}\phi'$

联立：

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \\ \text{tg } \varphi=\dfrac{a^2}{b^2}\dfrac{y}{x} \end{cases} \quad \text{可求得 } x, y.$$

$$\begin{cases} x=\dfrac{a}{[\cos^2\varphi+(1-f)^2\sin^2\varphi]^{1/2}}\cos\varphi \\ y=\dfrac{a(1-f)^2}{[\cos^2\varphi+(1-f)^2\sin^2\varphi]^{1/2}}\sin\varphi \end{cases}$$

由 $\begin{cases} x=C\cos\varphi \\ y=S\sin\varphi \end{cases}$ 可得：

$$C=a/[\cos^2\varphi+(1-f)^2\sin^2\varphi]^{1/2}$$

$$S=C(1-f)^2 \tag{5.6}$$

取半长轴 a 为距离单位，已知测地纬度 φ 和参考椭球的椭率 f 值，则 C、S 可求.

由：$\begin{cases} \rho\cos\varphi'=C\cos\varphi \\ \rho\sin\varphi'=S\sin\varphi \end{cases}$ 公式

ρ、φ' 就可得到. C、S 可根据椭率 f 值及 φ 值编成表. 我国天文年历依据国际参考椭球的 f 值，按照不同纬度 φ 计算了相应的 C 和 S 值，列成《地心坐标计算表》，可根据测地纬度 φ 值直接在此表中得到 C、S 值.

参考椭球上一点 M 的向径 ρ 与地面台站观测者距地心距离还有如下的差异：

(1)地面上观测者所采用的纬度是通过天文方法测定的，叫做天文纬度，它等于通过台站的铅垂线与赤道的夹角. 由于地球内部物质分布的不均匀，通过 M 点的铅垂线与参考椭球在 M 点的法线一般是不会重合的，它们之间的差异，就是 M 点的天文纬度与测地纬度之差，通常称为垂线偏差. 垂线偏差的大小，因地而异，但一般不超过 $3''$. 在计算视差时，可以不考虑天文纬度和测地纬度之间的差异，而是直接用天文纬度代替测地纬度 φ.

(2)处于台站的观测者，由于观测台站都具有一定的海拔高度 h，因此需要海拔高度 h 的修正才得台站距地心的真实距离.

第二步：考虑台站海拔高度 h 改正后，计算台站距地心距离 ρ 和地心纬度 φ' 的表达式.

参看图 5-3，设 M 点处在参考椭球上，而台站位于距 M 点为海拔高度 h 的 L 点上，并且仍然用 $MR=C$、$MQ=S$ 有：

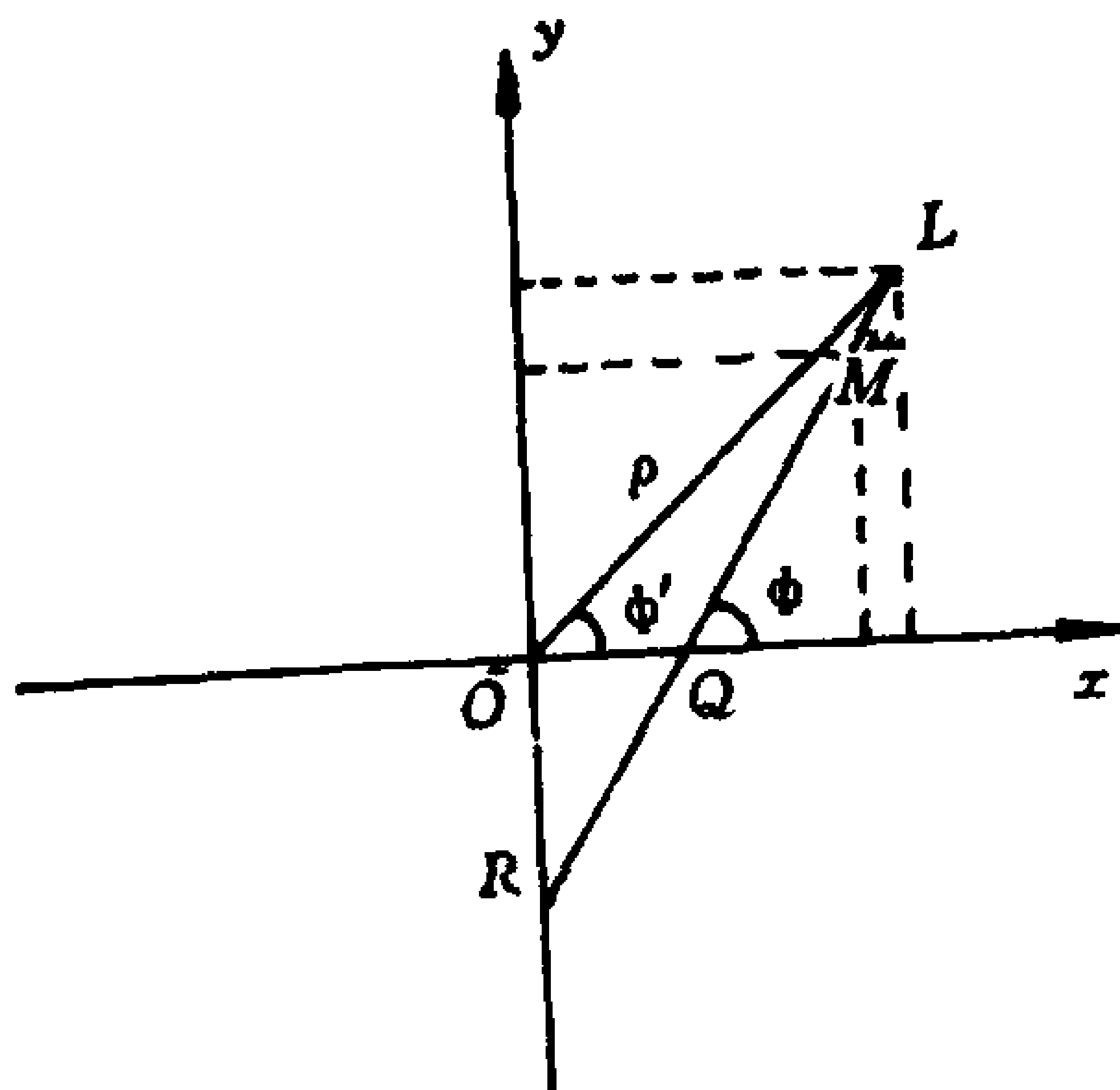


图 5-3

$$\rho\cos\varphi' = (C+ML)\cos\varphi$$
$$\rho\sin\varphi' = (S+ML)\sin\varphi \tag{5.7}$$

在实际计算中，通常取地球赤道半径 a 为距离单位，而海拔高度 h 以米为单位，所以有 $ML=\dfrac{h}{a}$，取 IAU1976 年天文常数系统中地球赤道半径 a_e 的值 $a_e=6378140$ 米，地球扁率 $f=1/298.257$

则 $ML=\dfrac{h}{6378140}=0.156676h\times 10^{-6}$

由(5.7)式得：

$$\mathrm{tg}\varphi'=\frac{\frac{S}{C}+\frac{ML}{C}}{1+\frac{ML}{C}}\mathrm{tg}\varphi$$

因 ML 远小于 C，所以$\dfrac{ML}{C}$是小量，上式可写成

$$\mathrm{tg}\ \varphi'=[(\frac{S}{C}+\frac{ML}{C})]\ \mathrm{tg}\varphi\ (1-\frac{ML}{C})/1-(\frac{ML}{C})^2$$

略去二级小量$(\dfrac{ML}{C})^2$

则有 $\operatorname{tg}\varphi' = \left[\frac{S}{C} + \frac{ML}{C}\left(1 - \frac{S}{C}\right)\right]\operatorname{tg}\varphi$

$$= \left\{(1-f)^2 + \frac{ML}{C}\left[1-(1-f)^2\right]\right\}\operatorname{tg}\varphi$$

根据以地球赤道半经 a_e 表示的 ML 和 f 值有：

$$\operatorname{tg}\varphi' = \left(0.993306 + \frac{1}{C}\times 0.00105h\times 10^{-6}\right)\operatorname{tg}\varphi$$

因为 C 值介于 1.000～1.003 之间，所以近似可取：

$$\operatorname{tg}\varphi' = (0.993306 + 0.00105h\times 10^{-6})\operatorname{tg}\varphi \qquad (5.8)$$

实际计算时可根据观测站的天文纬度 φ，在天文年历《地心坐标计算表》中查出 C、S 值来，代入(5.7)式和(5.8)式便可求得 ρ、φ' 来. ρ 就是台站距地心距离，φ' 就是台站的地心纬度.

§5.3 周日视差及其对天体坐标的影响

周日视差是天体的地面坐标和地心坐标之差. 太阳系内天体，如月亮其周日视差可达 1°左右，太阳和行星的周日视差比较小，约在 30″以下，太阳系内天体地面坐标和地心坐标转换时，需要计算周日视差的影响.

一、周日视差 P 大小的计算

1. 地球为球体时的周日视差

由于周日视差 P 和天体距地心距离成反比，在计算太阳和行星的视差时，可以把地球看成以赤道半径为半径的正球体. 参看图 5-4，O 表示地心，M 点是观测者所在地. OMZ 是观测者天顶方向，观测者在 M 点测得天体 σ 的天顶距为 Z'，若在地心观测则天体 σ 的天顶距为 Z. 因此，周日视差 $P=Z'-Z$. 即当地球为正球体时，在 M 点所测得的天顶距要比在地心时所测得的天顶距增加角度 P.

由三角形 σMO 知：

$$\sin P = \frac{a}{\triangle}\sin Z' \qquad (5.9)$$

其中 a 为地球赤道半径；△为天体的地心距离. 根据(5.9)式可知：当天顶距 $Z'=0$ 时，周日视差等于 0；当 $Z'=90°$时，其周日视差 P 达最大值，用 P_0 表示.

$$\sin P_0=\frac{a}{\triangle} \quad (5.10)$$

此时对应于天体 σ 处在真地平上，因此这时的视差值称为天体的地平视差.

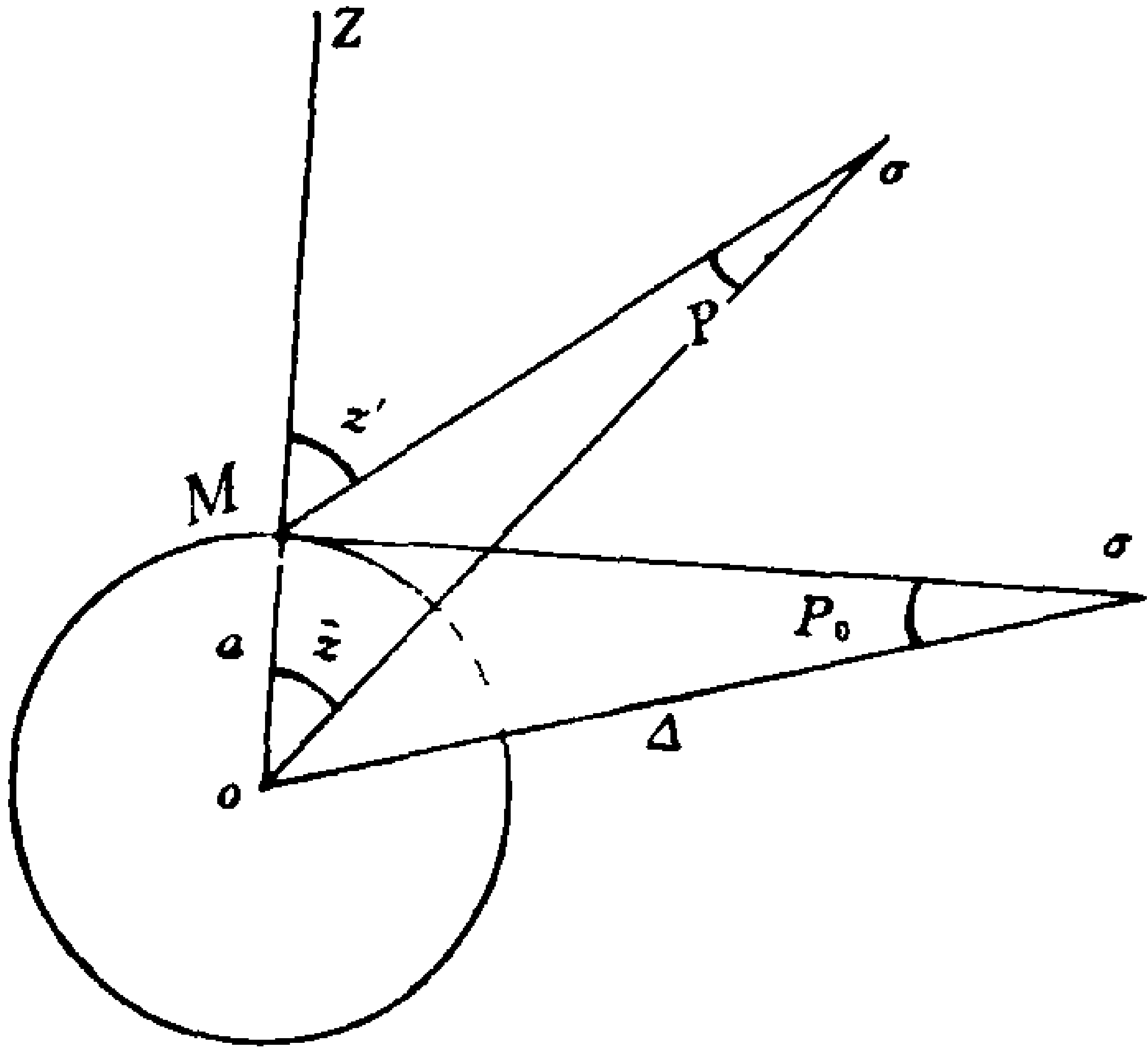


图 5-4

根据(5. 9)和(5. 10)式有：$\sin P=\sin P_0 \sin Z'$，对太阳和行星而言，P 是小量，所以上式可写成：$P=P_0 \sin Z'$ (5.11)

地平视差 P_0 是天体 σ 位于地平时，对地球赤道半径 a 的张角，因 a 是常数，P_0 只与天体的地心距离△有关，所以在天文工作中常用 P_0 表示天体的地心距离△. 在天文年历的太阳、月亮和行星的历表中，逐日列出有关天体的地平视差值可供查阅.

2. 地球为椭球时天体的周日视差

因为月亮离地球较近，月亮的周日视差值计算要考虑地球的椭率. 参看图 5-5；M 为椭球上一点，σ 为天体，天体 σ 不一定在图中 $\boldsymbol{xOy}$ 平面内. O 点为地心，$\boldsymbol{OM}$为 M 点的向径 ρ，以地心 O 为原点建立直角坐标 $O-\boldsymbol{XY}$，$\boldsymbol{Ox}$方向指向赤道，$\boldsymbol{Oy}$方向指向北极. 对于 M 点 OM 与 Ox 的夹角为地心纬度 φ'；MQ(过 M 点的椭球法线方向)与 $\boldsymbol{Ox}$ 夹角为测地纬度 $\boldsymbol{\varphi}$；$\boldsymbol{OMZ'}$方向为地心天顶方向；$\boldsymbol{QMZ}$方向为测地天顶方向. 因在计算视差时，不考虑垂线偏差的影响，所以$\boldsymbol{QMZ}$也是

天文天顶方向. 由图可见：$\angle ZMZ' = \varphi - \phi'$

由地心 O 和 M 点所见天体 σ 的方向分别为 $\boldsymbol{O\sigma S}$ 和 $\boldsymbol{M\sigma S'}$. 两方向之差就是天体 σ 的周日视差 P，其值为：

$$\sin P = \frac{\rho}{\triangle}\sin(180° - \angle Z'M\sigma) = \frac{\rho}{\triangle}\sin\angle Z'MS' \quad (5.12)$$

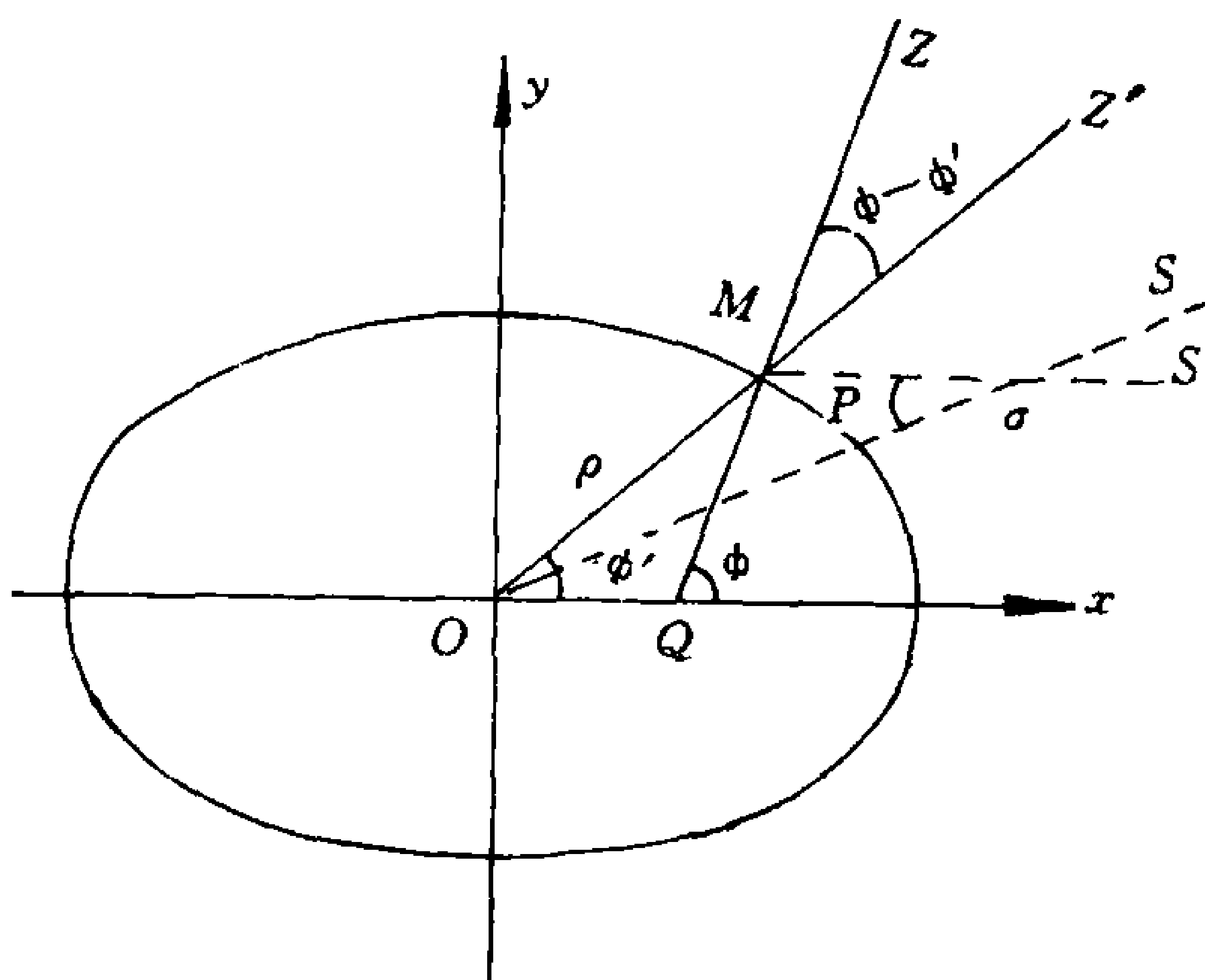


图 5-5

以 M 点为球心作天球，参看图 5-6，其中 S 和 S' 分别为由地心 O 和 M 点所见天体 σ 方向在天球上投影.

根据周日视差定义知地心天顶 Z' 和 S、S' 应在同一大圆弧上. Z 和 Z' 之间角距为 $\varphi - \phi'$. 则在 $\triangle ZZ'S'$ 中：$\overset{\frown}{ZZ'} = \varphi - \phi'$；$\angle Z'ZS' = A'$；$\overset{\frown}{ZS'} = Z'$

图中 5-5 中 $\angle Z'MS'$ 投影在天球上为 $\overset{\frown}{Z'S'}$

因而（5. 12）式可写为：$\sin P = \frac{\rho}{\triangle}\sin \overset{\frown}{Z'S'}$

$\overset{\frown}{Z'S'}$ 可由球面三角形 $\triangle ZZ'S'$ 中求得：

$\cos \overset{\frown}{Z'S'} = \cos Z' \cos(\varphi - \phi') + \sin Z' \sin(\varphi - \phi') \cos A'$. 其中 Z'，A' 是地面点 M 观测得到的天顶距和方位角，$\varphi - \phi'$ 是根据 § 5. 2 中公式计算出来的，所以 $\overset{\frown}{Z'S'}$ 已知.

根据天体地平视差定义知：$\sin P_0 = \frac{a}{\triangle}$

所以有：

$$\sin P=\frac{\rho}{a}\sin P_0\sin\widehat{Z'S'} \qquad (5.13)$$

(5.13)式中 ρ、a、P_0、$\widehat{Z'S'}$ 均为可求的已知量，公式(5.13)适用于求月亮的周日视差.

二、周日视差对天体坐标的影响

1. 采用球面坐标推导周日视差对天体坐标影响表达式：

周日视差 P 对天体的地平坐标、时角和赤道坐标都有影响. 参看图 5-7，这是地球为椭球体情况下，周日视差 P 对天体 σ 坐标影响示意图. 天球的中心是观测者 M，其中 S 点是由地心所见天体 σ 在天球上投影. S'是地面观测者 M 所见同一天体 σ 在天球上投影，$\widehat{SS'}=P$ 为天体的周日视差，$\sin P=\frac{\rho}{a}\sin P_0\sin\widehat{Z'S'}$.

图 5-6

其中 $\begin{cases}\widehat{ZS}=Z\\ \angle Z'ZS=A\end{cases}$ 为天体 σ 的地心坐标，$\begin{cases}\widehat{ZS'}=z'\\ \angle Z'ZS'=A'\end{cases}$ 为同一天体 σ 的地面坐标.

在窄球面三角形$\triangle ZSS'$中，$\widehat{SS'}=P$，$\widehat{ZS'}-\widehat{ZS}=Z'-Z$，$\angle SZS'=A'-A$，根据窄球面三角形有关公式可得：(限于第一近似)

$$\begin{aligned}&Z'-Z=P\cos\angle ZS'Z'\\&A'-A=P\sin\angle ZS'Z'/\sin Z'\end{aligned} \qquad (5.14)$$

在(5.14)式基础上，根据球面三角有关公式，可得：

$$\begin{cases} Z'-Z=\dfrac{\rho}{a}\sin P_0[\cos(\varphi-\varphi')\sin Z'-\sin(\varphi-\varphi')\cos Z'\cos A'] \\ (A'-A)\sin Z'=\dfrac{\rho}{a}\sin P_0\sin(\varphi-\varphi')\sin A' \end{cases} \quad (5.14)$$

用同样的方法可以推导出周日视差 P 对天体时角和赤道坐标影响表达式，只是所用窄球面三角形为 PSS'. 在 $\triangle PSS'$ 中：$\overset{\frown}{PS}=90°-\delta$, $\overset{\frown}{PS'}=90°-\delta'$, $\angle SPS'=t'-t=\alpha-\alpha'$, $\overset{\frown}{SS'}=P$. 限于第一近似，根据窄球三角形有关公式得：

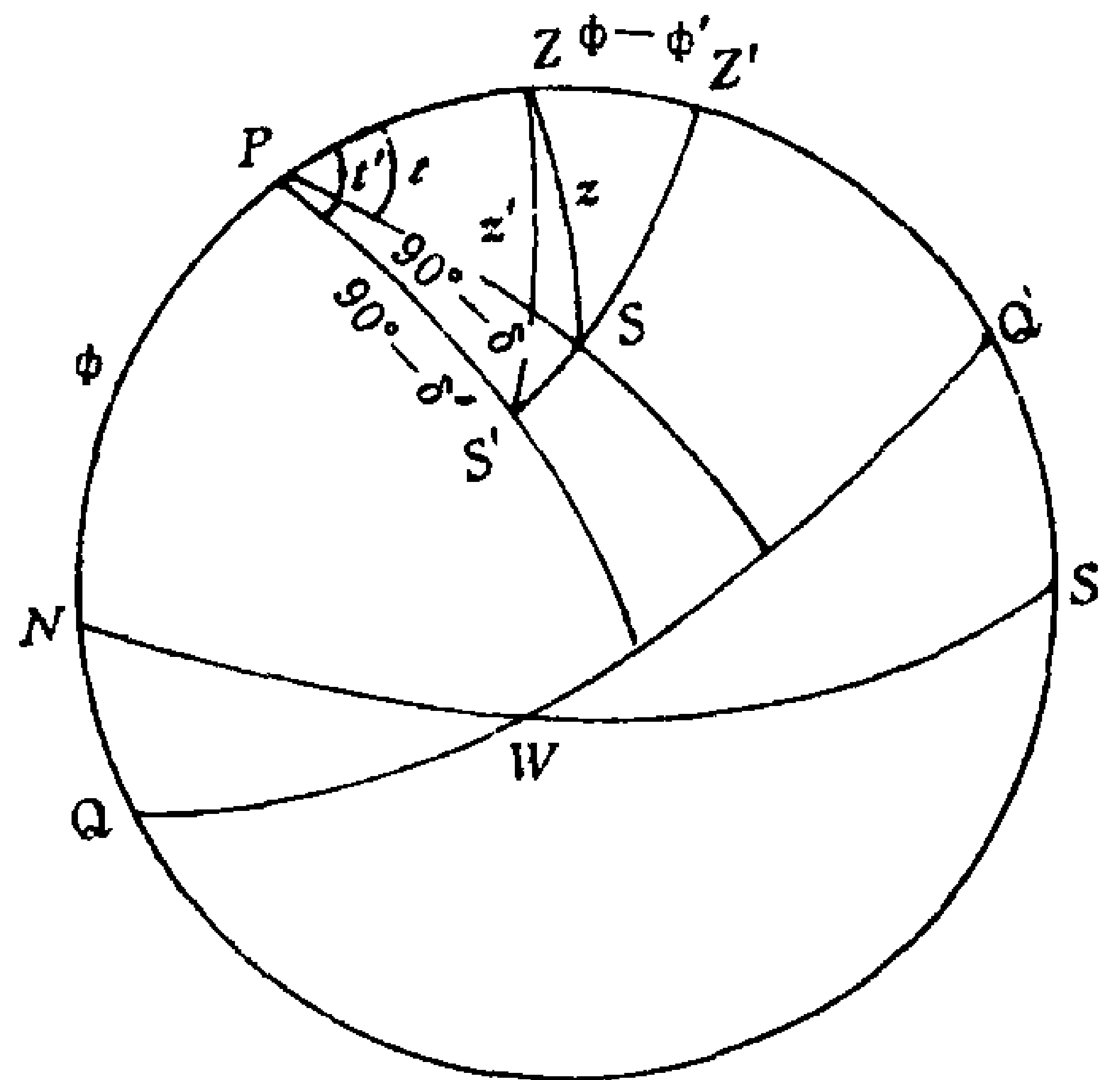


图 5-7

$$\begin{cases} t'-t=\alpha-\alpha'=\dfrac{\rho}{a}\sin P_0\cos\varphi'\sin t\sec\delta \\ \delta'-\delta=-\dfrac{\rho}{a}\sin P_0(\sin\varphi'\cos\delta-\cos\varphi'\sin\delta\cos t) \end{cases} \quad (5.15)$$

2. 采用直角坐标推导周日视差对天体坐标影响的表达式.

在实际计算中，由于计算机的采用，经常使用直角坐标，通过矩阵转换方法实现坐标系间的转换. 我国天文年历中，刊登的太阳、月亮、行星的位置是它们的地心赤道坐标值，那么由地面观测结果化为地心赤道坐标需要加周日视差改正，反之也一样.

下面通过建立直角坐标，根据坐标平移计算周日视差对天体赤

道坐标影响：

参看图 5-8，这是以地心 O 为原点所建立的直角坐标系，其中 Z 轴指向北天极 P，X 轴指向春分点 Υ，Y 轴指向天赤道上赤经等于 90°的一点，XOY 平面为天赤道面. 设天体 σ 的地心赤道坐标为 $(\alpha\delta)$，天体地心距离 $O\sigma=\triangle$，$O\sigma$ 与 XOY 平面夹角为 δ，其投影为 $O\sigma'$，$\angle XO\sigma'=\alpha$. 则天体 σ 的地心直角坐标为

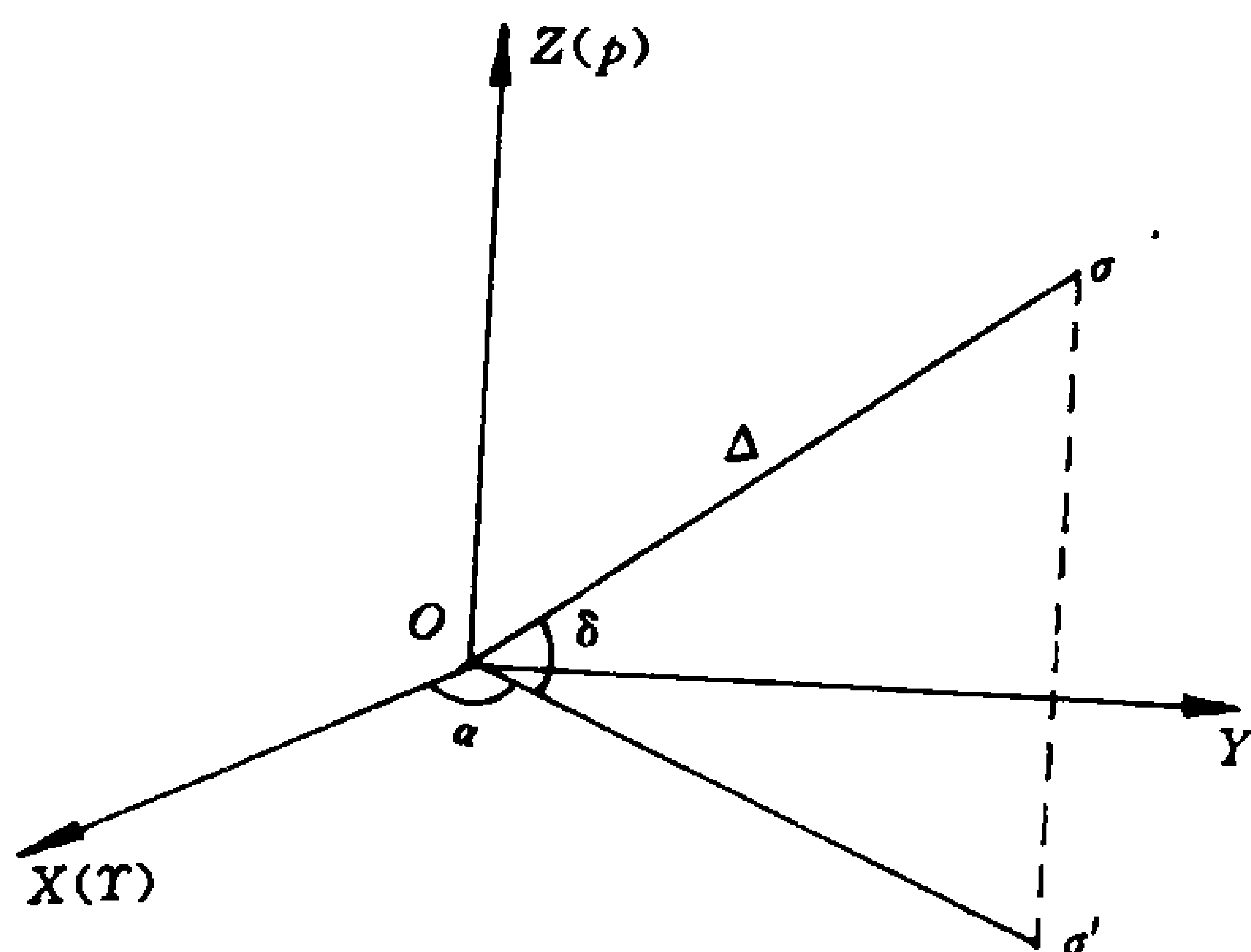


图 5-8

$$\begin{cases} X=\triangle\cos\delta\cos\alpha \\ Y=\triangle\cos\delta\sin\alpha \\ Z=\triangle\sin\delta \end{cases} \text{写成矩阵形式：} \boldsymbol{r}=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha'\delta'}=\begin{pmatrix} \triangle\cos\delta\cos\alpha \\ \triangle\cos\delta\sin\alpha \\ \triangle\sin\delta \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

对于同一坐标系，设地面上观测者 M 的地心纬度为 φ，向径 OM 为 ρ，ZOM 所在平面为 M 点的子午面，OM 在 OXY 平面上投影为 OM'，$\angle XOM'=S$；S 为春分点时角即观测瞬间的地方恒星时，$\angle MOM'=\varphi$，则 M 点的地心直角坐标为：（参看图 5—9）

$$\begin{cases} x=\rho\cos\varphi\cos S \\ y=\rho\cos\varphi\sin S \\ z=\rho\sin\varphi \end{cases} \quad \text{写面矩阵式 } \boldsymbol{r}_\rho=\begin{pmatrix} \rho\cos\varphi\cos S \\ \rho\cos\varphi\sin S \\ \rho\sin\varphi \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

再以 M 点为原点建立直角坐标系.参看图 5-9 令 $Mx' \parallel OX$，$My' \parallel OY$，$Mz' \parallel OZ$.设天体 σ 对 M 点的地面赤道坐标为$(\alpha'\delta')$，天体 σ 至 M 点的距离 $M\sigma$ 等于 $\triangle'$，则 σ 的地面直角坐标为：

$$\begin{cases} X' = \triangle'\cos\delta'\cos\alpha' \\ Y' = \triangle'\cos\delta'\sin\alpha' \\ Z' = \triangle'\sin\delta' \end{cases}$$

写成矩阵形式：

$$r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha'\delta'} = \begin{pmatrix} \triangle'\cos\delta'\cos\alpha' \\ \triangle'\cos\delta'\sin\alpha' \\ \triangle'\sin\delta' \end{pmatrix} \tag{5.18}$$

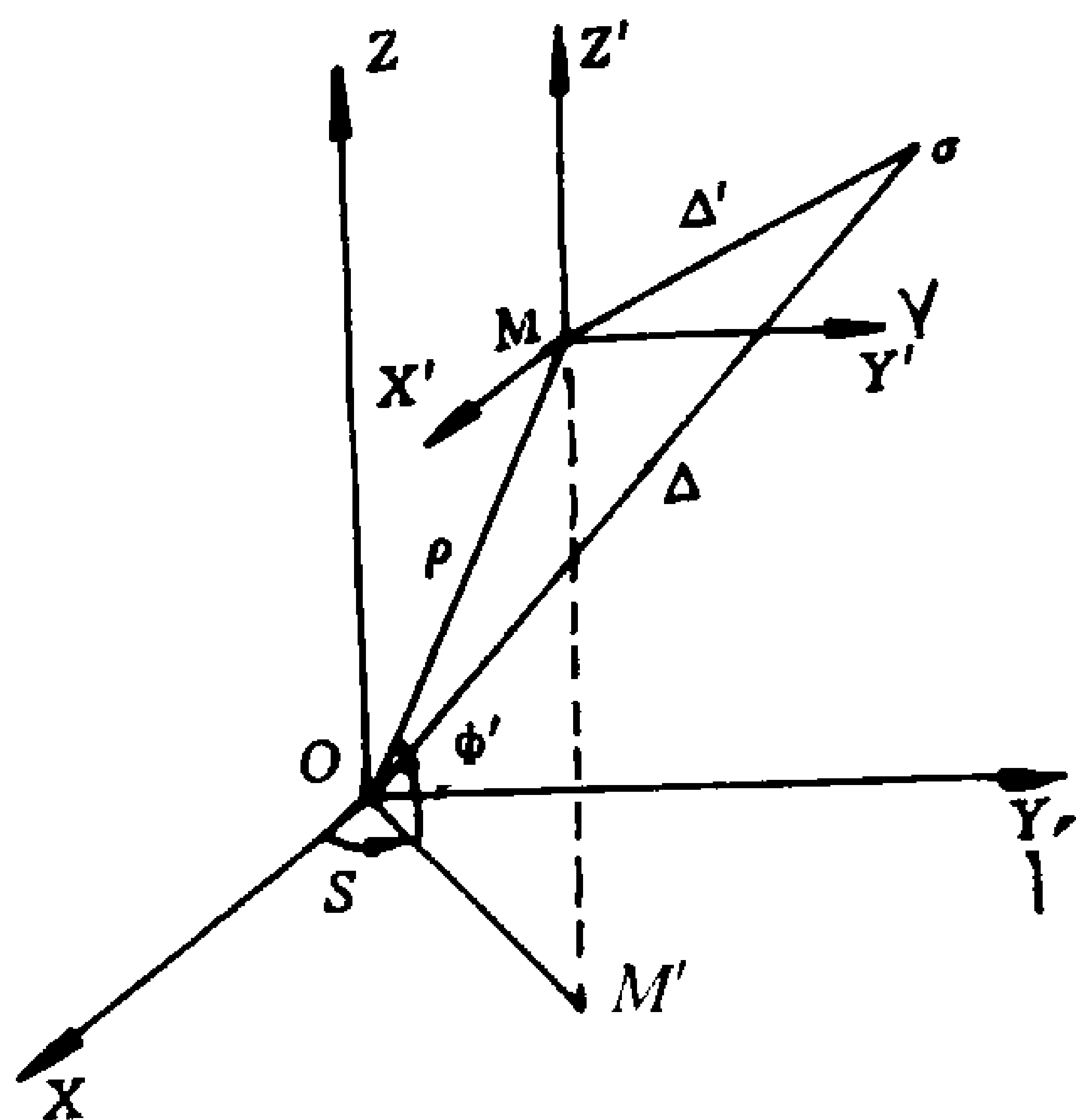


图 5-9

根据角析几何知识有：$\boldsymbol{r}_\rho + \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r}$

$\therefore\ \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_\rho$.由此得到：

$$\begin{cases} \triangle'\cos\delta'\cos\alpha' = \triangle'\cos\delta\cos\alpha - \rho\cos\varphi'\cos S \\ \triangle'\cos\delta'\sin\alpha' = \triangle'\cos\delta\sin\alpha - \rho\cos\varphi'\sin S \\ \triangle'\sin\delta' \qquad = \triangle\sin\delta \qquad - \rho\sin\varphi' \end{cases} \tag{5.19}$$

根据(5.19)式可知:若天体 σ 的地心距离$\triangle$已知(雷达测定或由视差得到)，观测地的地心距 ρ 和地心纬度 φ' 可求，在观测瞬间地方恒星时 S 已知情况下，由$(\alpha\delta)$可求$(\alpha'\delta')$，反之也可由$(\alpha'\delta')$求$(\alpha\delta)$(这需知天体距地面点距离$\triangle'$).

根据(5.19)式，采用三角公式变换方法，可推导出直接计算 $\alpha'-\alpha$；$\delta'-\delta$ 的表达式：

以 $-\sin\alpha$ 乘(5.19)中 1 式，以 $\cos\alpha$ 乘(5.19)式中 2 式并相加；再以 $\cos\alpha$ 乘(5.19)式中 1 式，以 $\sin\alpha$ 乘(5.19)式 2 式，并相加，可得：

$$\triangle'\cos\delta'\sin(\alpha'-\alpha)=-\rho\cos\varphi\sin(S-\alpha)$$

$$\triangle'\cos\delta'\cos(\alpha'-\alpha)=\triangle\cos\delta-\rho\cos\varphi\cos(S-\alpha)$$

两式相除得：

$$\mathrm{tg}(\alpha'-\alpha)=\frac{-\rho\cos\varphi\sin(S-\alpha)}{\triangle\cos\delta-\rho\cos\varphi\cos(S-\alpha)}$$

因 $\rho\cos\varphi$ 是以地球赤道半径 a 为单位，△也应以 a 为单位. 而 $\sin P_o=a/\triangle$，所以上式可写成：

$$\mathrm{tg}(\alpha'-\alpha)=\frac{-\rho\cos\varphi\sin(S-\alpha)\sec\delta\sin P_0}{1-\rho\cos\varphi\cos(S-\alpha)\sec\delta\sin P_0}\tag{5.20}$$

再以 $\cos\frac{1}{2}(\alpha'+\alpha)$ 乘(5.19)1 式，以 $\sin\frac{1}{2}(\alpha'+\alpha)$ 乘(5.19)式的 2 式并相加，可得：

$$\triangle'\cos\delta'\cos\frac{1}{2}(\alpha'-\alpha)$$

$$=\triangle\cos\delta\cos\frac{1}{2}(\alpha'-\alpha)-\rho\cos\varphi\cos[S-\frac{1}{2}(\alpha'+\alpha)]$$

所以有：$\triangle'\cos\delta'=\triangle\cos\delta-\rho\cos\varphi\dfrac{\cos[S-\frac{1}{2}(\alpha'+\alpha)]}{\cos\frac{1}{2}(\alpha'-\alpha)}$

并与 $\triangle'\sin\delta'=\triangle\sin\delta-\rho\sin\varphi$ 联立

引入辅助量：β 和 γ 令 $\beta>\gamma$

$$\begin{cases}\beta\sin\gamma=\sin\varphi\\ \beta\cos\gamma=\cos\varphi\dfrac{\cos[S-\frac{1}{2}(\alpha'+\alpha)}{\cos\frac{1}{2}(\alpha'-\alpha)]}\end{cases}\tag{5.21}$$

将此式代入联立二式中得：

$$\begin{cases}\triangle'\cos\delta'=\triangle\cos\delta-\rho\beta\cos\gamma\\ \triangle'\sin\delta'=\triangle\sin\delta-\rho\beta\sin\gamma\end{cases}\tag{5.22}$$

以 $-\sin\delta$ 乘(5.22)1 式,以 $\cos\delta$ 乘 2 式,并相加;再以 $\cos\delta$ 乘(5.22)1 式,以 $\sin\delta$ 乘 2 式并相加;可得:

$$\triangle'\sin(\delta'-\delta)=-\rho\ \beta\ \sin(\gamma-\delta)$$

$$\triangle'\cos(\delta'-\delta)=\triangle-\rho\ \beta\ \cos(\gamma-\beta)$$

所以有:

$$\operatorname{tg}(\delta'-\delta)=\frac{-\rho\ \beta\ \sin(\gamma-\delta)}{\triangle-\rho\beta\cos(\gamma-\delta)}$$

同样以 a_e 为单位,上式可写成:

$$\operatorname{tg}(\delta'-\delta)=\frac{-\rho\beta\ \sin P_0\sin(\gamma-\delta)}{1-\rho\beta\sin P_0\cos(\gamma-\delta)}\tag{5.23}$$

(5.20),(5.21),(5.23)式为计算 $\alpha'-\alpha$ 和 $\delta'-\delta$ 的准确公式,可以用来计算月亮周日视差对月亮赤道坐标的影响.

对于太阳和行星,因周日视差均在 30″以下,可以近似取一级近似:有

$$\begin{cases}\alpha'-\alpha=-\rho\ P_0\cos\varphi\ \sec\delta'\ \sin(S-\alpha)\\ \beta\ \sin\gamma=\sin\varphi\\ \beta\ \cos\gamma=\cos\varphi\ \cos(S-\alpha)\\ \delta'-\delta=-\rho\ \beta P_0(\sin\gamma\ \cos\delta-\ \cos\gamma\ \sin\delta)\end{cases}$$

$$=\rho P_0[\sin\delta\cos\varphi\cos(S-\alpha)-\sin\varphi\cos\delta]\tag{5.24}$$

公式(5.24)就是一组用来计算太阳和行星的周日视差对它的赤道坐标的影响表达式.

在天体测量工作中,往往是在天体上中天时观测天体. 这时 $S-\alpha=t=0$;因此,由(5.20)式可知中天时周日视差对天体的赤经无影响($\alpha'-\alpha=0$);但对赤纬 δ 是有影响的.

对月亮: $$\operatorname{tg}(\delta'-\delta)=\frac{-\rho\sin P_0\sin(\varphi-\delta)}{1-\rho\sin P_0\cos(\varphi-\delta)}\tag{5.25}$$

对太阳和行星: $$\delta'-\delta=-\rho P_0\sin(\varphi-\delta)\tag{5.26}$$

本节中所用到的地平视差 P_0 值是根据实测或查天文年历得到的；ρ、φ' 是根据§5.2中有关公式得到的.

§5.4 周年视差及其对天体赤道坐标的影响

周年视差是天体的地心坐标和日心坐标之差. 对于近距离恒星其周年视差值也不超过1″，大多数恒星的周年视差值目前还没有得到. 目前已测得的恒星视差值多数是在百分之几秒(而测定视差只能准确到0.″01)，对于视差值小于0.″01的恒星，因在误差之内可以忽略不计. 目前对于视差值大于0.″01的恒星由地心坐标转换到日心坐标，或反之，都需要加周年视差改正.

恒星视差测定是一项有意义的工作，因为知道了视差就等于知道了天体距日心的距离，这是建立空间惯性参考系所需要的一个参数.

一、周年视差大小的计算

参看图5-10，⊙代表太阳，它位于椭圆的一个焦点上，E 为地球，σ 为一恒星，$E\odot=\mathrm{r}$ 为地球距太阳的距离，$\sigma\odot=\triangle$ 为恒星距日心距离.

根据视差的定义有：$\sin P=\dfrac{r}{\triangle}\sin\angle\sigma E\odot$　　(5.27)

由(5.27)式可知：当 $r=a$，a 为地球轨道的半长轴，$\angle\sigma E\odot$ 等于90°时，周年视差值最大，用 π 表示 $\sin\pi=\dfrac{a}{\triangle}$. 称为恒星的周年视差，简称恒星视差. 由此(5.27)可写成：

$$\sin P=\frac{r}{a}\frac{a}{\triangle}\sin\angle\sigma E\odot$$

$$=\frac{r}{a}\sin\pi\ \sin\angle\sigma E\odot \qquad (5.28)$$

由于恒星周年视差为小量，所以(5.28)也可写成为：

$$P=\frac{r}{a}\pi\sin\sigma E\odot \qquad (5.29)$$

5.29 式是恒星周年视差大小表达式. 恒星视差 π 是通过实测得到.

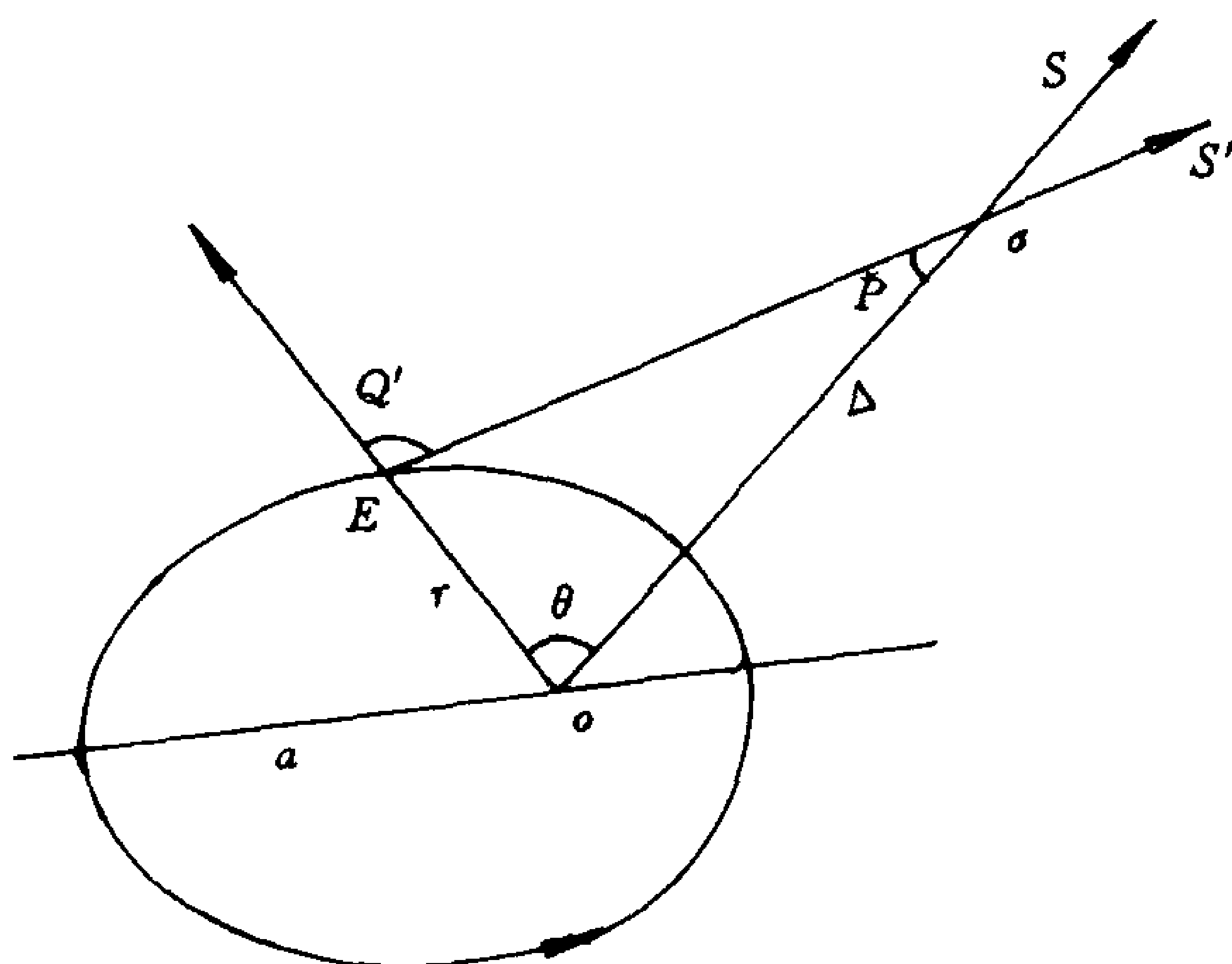


图 5-10

二、恒星视差对天体赤道坐标的影响

为了讨论恒星视差对天体赤道坐标影响，需要建立以地心为中心的天球，将恒星视差投影到天球上. 参照图 5-11，其中 Π 为北黄极，P 为北天极，EE' 为黄道，QQ' 为天赤道，⊙为太阳，Υ 为春分点. 根据图 5-10，可知：$\widehat{SS'}$ 和⊙应在同一大圆上，且有 $\widehat{SS'}=P$，$\widehat{S'\odot}=\angle\sigma E\odot$，所以有：

$\widehat{SS'}=\frac{r}{a}\pi\sin\widehat{S'\odot}$，因为 $\widehat{SS'}$ 和 π 均为小量. S' 可用 S 替代. 有

$$\widehat{SS'}=\frac{r}{a}\pi\sin\widehat{S\odot} \tag{5.30}$$

设：S、S' 和⊙的赤道坐标分别为 $(\alpha、\delta)$；$(\alpha'、\delta')$；$(\alpha_{\odot}、\delta_{\odot})$. 在 $\triangle PSS'$ 中：$\widehat{PS}=90°-\delta$，$\widehat{PS'}=90°-\delta'$，$\angle SPS'=\alpha'-\alpha$，根据窄球面三角形公式，有：

$$
\begin{cases}
\delta' - \delta = \overset{\frown}{S'S'} . \cos\angle PSS' = \dfrac{r}{a}\pi\sin\overset{\frown}{S\odot}\cos\angle PSS' \\
(\alpha' - \alpha)\cos\delta = \overset{\frown}{SS'} . \sin\angle PSS' = \dfrac{r}{a}\pi\sin\overset{\frown}{S\odot}\sin\angle PSS'
\end{cases}
\tag{5. 30}
$$

在$\triangle PS\odot$中，$\angle SP\odot = \alpha_{\odot} - \alpha$，$\overset{\frown}{P\odot} = 90° - \delta_{\odot}$，$\overset{\frown}{PS} = 90° - \delta$，根据球面三角公式有：

$$
\begin{cases}
\sin S\odot\sin\angle \mathrm{PS}\odot = \cos\delta_{\odot}\sin(\alpha_{\odot} - \alpha) \\
\sin S\odot\cos\angle PS\odot = \sin\delta_{\odot}\cos\delta - \cos\delta_{\odot}\sin\delta\cos(\alpha_{\odot} - \alpha)
\end{cases}
$$

代入上式，因此有：

$$
\begin{cases}
\delta' - \delta = \pi\dfrac{r}{a}[\sin\delta_{\odot}\cos\delta - \cos\delta_{\odot}\sin\delta\cos(\alpha_{\odot} - \alpha)] \\
(\alpha' - \alpha)\cos\delta = \pi\dfrac{r}{a}\cos\delta_{\odot}\sin(\alpha_{\bigcirc} - \alpha)
\end{cases}
\tag{5. 32}
$$

其中$\dfrac{r}{a}$是以地球轨道半长径为单位的地球向径，$(\alpha_{\odot}\delta_{\odot})$和$\dfrac{r}{a}$都可以由天文年历《太阳表》中查得，因此，可根据(5. 32)式进行坐标转换.

图 5-11

三、用矢量计算恒星视差对天体坐标影响

恒星视差是恒星的地心坐标和日心(太阳系质心)坐标之差. 用矢量方法计算恒星视差对天体坐标的影响，需要建立两个直角坐标系. 一个坐标系的原点在日心(太阳系质心)组成$\odot - xyz$空间直角坐标系. z轴正向指向北天极，x轴正向指向春分点Υ，y轴是x轴右旋

90°处. 参看图 5-12.

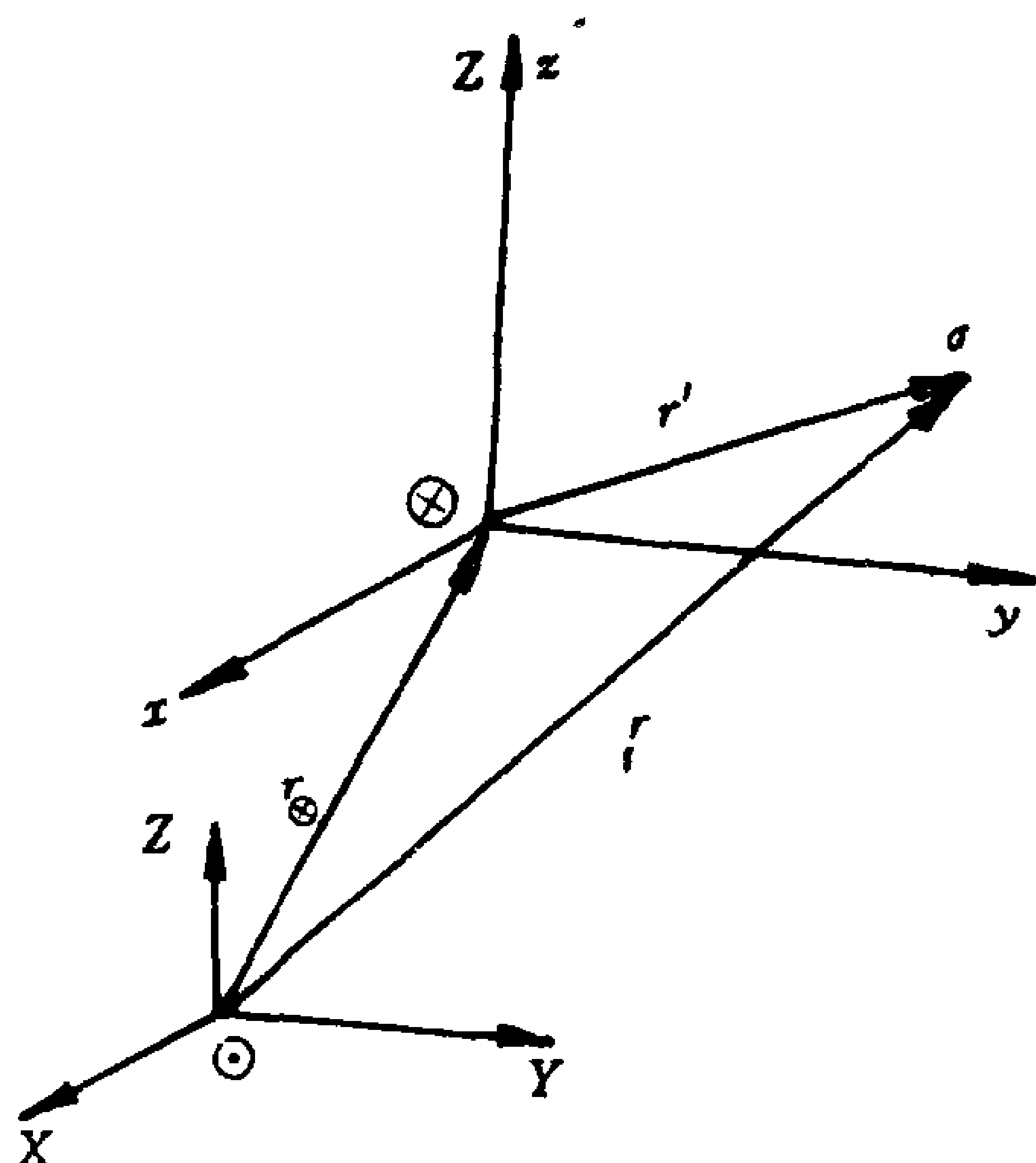


图 5-12

地球在日心直角坐标系的坐标为：

$$\boldsymbol{r}_{\oplus} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_{\oplus}\delta_{\oplus}} = \begin{pmatrix} r\cos\delta_{\oplus}\cos\alpha_{\oplus} \\ r\cos\delta_{\oplus}\sin\alpha_{\oplus} \\ r\sin\delta_{\oplus} \end{pmatrix}$$

其中 $\boldsymbol{r}$ 为地球向径，($\alpha_{\oplus}$ $\delta_{\oplus}$)地球日心赤道球面坐标值.

恒星在日心直角坐标系的坐标为：

$$\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\delta} = \begin{pmatrix} \triangle\cos\delta\cos\alpha \\ \triangle\cos\delta\sin\alpha \\ \triangle\sin\delta \end{pmatrix}$$

其中△为恒星的日心距离($\triangle \doteq \frac{1}{\pi}$)，($\alpha\delta$)为恒星的日心赤道坐标值.

另一个空间直角坐标系是以地心为原点的，它的三个坐标轴分别是：$\oplus Z \parallel \odot Z$；

$\oplus x \parallel \odot x$；$\oplus y \parallel \odot y$. 参看图 5-12.

恒星在地心直角坐标系的坐标为：

$$\boldsymbol{r}'=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{\alpha'\delta'}=\begin{pmatrix}\triangle'\cos\delta'\cos\alpha'\\\triangle'\cos\delta'\sin\alpha'\\\triangle'\sin\delta'\end{pmatrix}$$

其中$\triangle'$为恒星的地心距,$(\alpha'\delta')$为恒星的地心赤道坐标.

这两个空间直角坐标系间关系,只是坐标系原点不同,通过坐标系原点平移,就可实现坐标系间转换.

由此可得:恒星日心坐标 $\boldsymbol{r}$ 等于地球日心坐标 $\boldsymbol{r}_{\oplus}$加上恒星地心坐标 $\boldsymbol{r}'$. 写成公式:

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{\oplus}+\boldsymbol{r}'$$

恒星地心坐标:$\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_{\oplus}$

如果取恒星距地心和日心的距离相同,为一常量. 则恒星视差的矢量表达式为:

$$\triangle\boldsymbol{r}_{\pi}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'=-\boldsymbol{r}_{\oplus}\pi\sin1''$$

其中 $\boldsymbol{r}_{\oplus}$是地球中心相对太阳系质心坐标,π 为恒星视差.

$\boldsymbol{r}_{\oplus}$可由下述步骤得到,首先求出太阳系质心相对太阳中心的坐标,由公式

$$\boldsymbol{r}_B(x_By_Bz_B)=\sum_{i=1}^{9}m_i\boldsymbol{r}_i(x_iy_iz_i)/(1+\sum_{i=1}^{9}m_i)$$

m_i 为九大行星质量,r_i 为九大行星在日心坐标中的坐标值. 行星质量可由 IAU1976 年天文常数系统中得到. $\boldsymbol{r}_i$ 可由行星历表查得.

第二步是求出地球中心相对太阳中心坐标,所用公式为:

$\boldsymbol{r}_{\oplus S}=[\boldsymbol{r}_{(\oplus+☽)}{}^{\circ}m_{(\oplus+☽)}-\boldsymbol{r}\ \ m_1]/m_{\oplus}$,$\boldsymbol{r}_{(\oplus+☽)}$是地月系质心的太阳中心坐标,可由行星历表查得. $m\ (_{\oplus}+☽\ )\cdot m_{\oplus}$,$m_{☽}$ 分别为地月系、地球质量、月球质量.

地球中心相对于太阳系质心坐标为:

$$\boldsymbol{r}_{\oplus}=\boldsymbol{r}_{\oplus S}-\boldsymbol{r}_B \qquad (5.34)$$

也可用下式表示地球在以太阳系质量中心为原点的赤道直角坐标系中的坐标:

$$
\begin{cases}
x_c = -X - \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{9} m_i x_i}{1 + \sum m_i} \\[2ex]
y_c = -Y - \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{9} m_i y_i}{1 + \sum\limits_{i=1}^{9} m_i} \\[2ex]
z_c = -Z - \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{9} m_i z_i}{1 + \sum\limits_{i=1}^{9} m_i}
\end{cases}
\tag{5.35}
$$

式中 m_i 是以太阳质量为单位的各行星质量，$(x_i y_i z_i)$是行星的日心坐标(赤道直角)，$(X、Y、Z)$是太阳的地心赤道直角坐标. $(X、Y、Z)$和$(x_i y_i z_i)$可从中国天文年历太阳及行星历表中查得.

§5.5 视差的测定

测定天体的视差，可得天体的距离. 测定天体的周日视差可得天体距地心距离，测定天体周年视差可得天体距日心的距离. 20 世纪 60 年代以前，人们就是根据周日视差的原理测定了月亮、行星的距离，以及根据行星的周日地平视差进而得到太阳地平视差，算得了太阳和地球之间的平均距离. 随着科学技术的发展，现在已经通过向月亮和大行星(如金星、火星、水星等)发射无线电脉冲，然后接收从它们表面反射的回波，并将电波往返的时间精确地记录下来，便能推算出天体的距离. 雷达方法目前已成为测量太阳系内天体距离的基本方法. 根据天文雷达对金星和火星的观测和相应的光学观测，得到日地平均距离(即一个天文单位距离)为 149,597,870.5 公里，其均方误差为±1.6 公里，是迄今最精确的数值；比雷达方法更精确的激光测距法也在应用于人造卫星及月亮等测距工作. 因此，太阳系内天体距离的测定，雷达方法将起着重要的作用. 关于用周日视差测定天体距离的方法就不介绍了. 本节主要介绍周年视差的测定方法. 因为太阳系以外的近距离的天体(离太阳 100 秒差距范围以内的近距恒星)都可利用周年视差的原理测定它们的距离. 虽然对更远的恒星此法误差太大，需要利用其它方法：如分光视差. 星群视差. 造父视差，平均视差，红移等方法，但是利用这些方法测得的距离都得要由周年视差(一般称三角视差法)测定的恒星来校准. 根据周年视差测定距离迄今仍然是测定太阳系以外天体距离的最基本方法.

测定恒星的周年视差. 通常是用照相方法，求出待测视差星(就是需要测定视差的恒星)对附近比较星而言的相对视差. 比较星都是一些更暗弱的恒星，它们采用统计平均方法得到它们的平均视差. 这样待测视差星的视差值就等于相对视差加上比较星的平均视差. 这个视差就是待测星的绝对视差. 参照图 5-13，这是测定太阳系以外

天体距离的示意图.

日地间平均距离是通过雷达方法测金星得到的，对着金星方向发射一雷达脉冲，然后测量发射及接收脉冲之间的时间间隔. 由于可

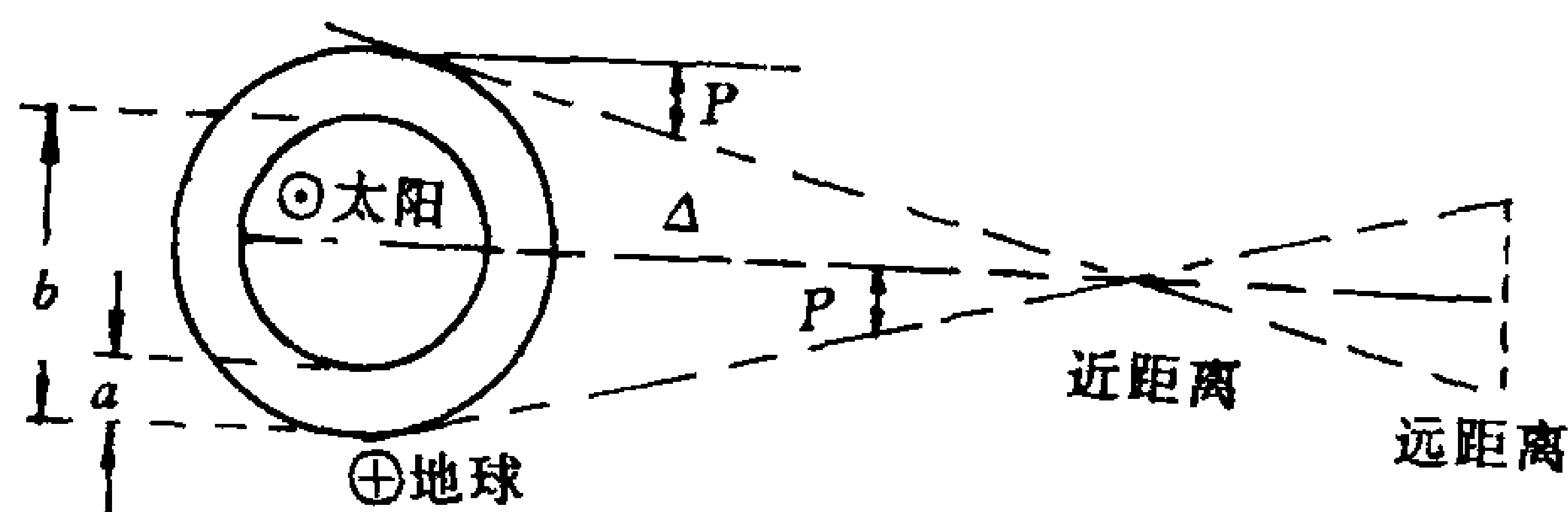


图 5-13

以以很高的精度测量时间间隔，因此金星距离及其轨道的大小可以精确到公里以内. 一旦经过多次测量得到金星距离地球最接近时的距离 a 和最远时的距离 b，可直接由 $(a+b)/2$ 的平均值得到地球到太阳平均距离，这是测定恒星周年视差的基础.

比较星的平均视差是根据恒星的运动数据所确定出来的具有某种共同特性的一组星(例如视星等在某一范围内的恒星)所具有的平均视差值. 19 世纪 80 年代 S. Newcomb(纽康)就注意到视差 π 和自行 μ(恒星)有相当密切关系. 恒星自行值 μ 越大，π 值也越大，π 值大致为 μ 值的 1/15. 并根据统计分析得出恒星在空间的切向运动速度 v_t 与自行 μ 视差 π 关系式为：

$$v_t = 4.74\,\frac{\mu}{\pi} \tag{5.36}$$

对于较暗弱的天体，从统计分析中发现距离和视星等 m 也有一定的函数关系，一般说来星愈微弱，距离越远. 1920 年卡普坦(J. C. Kaptein)和范来因(P. J. Ven khijn)通过大量恒星统计分析得到了视差 π 和自行 μ，视星等 m 之间经验关系式：

$$\mathrm{tg}\pi = -0.690 - 0.0713m + 0.645eg\mu$$

$$=a+bm+Ceg\mu \tag{5.37}$$

根据这样的经验公式，对于在一定范围内，一组 μ 和 m 已知的恒星，可以得到它们的平均视差.

也可以根据太阳相对于某一群星而言的朝着向点运动产生的位移，确定一群星的平均视差. 恒星周年视差是恒星相对于日地平均距离的张角. 而利用太阳空间运动测量一群星的平均视差是以一年内太阳对某一群星而言在空间所走过的距离为基线的张角. 太阳空间运动为 19.5km/秒（相对某群星统计结果），这样一年内太阳走过距离就为 4.1 天文单位，并以此为测量基线. 根据恒星在空间相对于太阳而言运动速度向量 $\boldsymbol{V}$ 至少是由太阳运动产生的视差动向量 $\boldsymbol{V}_*$ 和恒星本动向量 $\boldsymbol{V}'$ 两部分构成. 在选星足够多的情况下，认为恒星本动是随机的则 $\Sigma\boldsymbol{V}'=0$，在此基础上可以讨论恒星自行和太阳空间运动速度 $V_\odot$ 与这群星平均视差 π 关系，有如下公式：（位于天空不大区域）

$$\pi_\nu=\frac{4.74\bar{\nu}}{V_\odot\sin\lambda};\pi_t=4.74\ \frac{|\bar{\tau}|}{|\nu_r'|} \tag{5.38}$$

其中 $V_\odot$ 为太阳相对这群星的空间运动速度. ν 为恒星自行 μ 沿着由太阳运动向点（A、D）到恒星方向分量，τ 是自行 μ 在与向点和恒星连线相垂直方向上的分量，λ 是太阳向点（A、D）和恒星间角距. V_r' 是所选用恒星群平均本视向速度公式“—”横表示取平均. 对于分布全天球恒星利用上述法求平均视差，所求得的称为统计视差.

还可以利用银河系自转求一群星的平均视差. 银河系自转引起较差速度对恒星视向速度的影响可表为：$\triangle V_r=Ar\sin^2(l\text{-}l_0)\cos^2 b$ 式中 A 为奥尔特常数，（l、b）是恒星的银经、银纬，l_0 为银心方向的银经，r 是星到太阳的距离. 而观测到的速度（视向）：

$V_r=V'_r-V_\odot\cos\lambda+Ar\sin^2(l-l_o)\cos^2 b$，假定太阳运动速度 $V_\odot$ 和向点，以及 A 和 l_o 值均为已知，V'_r 当作 V_r 的观测误差，用最小二乘法解时，只有一个未知量 $\boldsymbol{r}$ 条件方程，因此可得 $\boldsymbol{r}$，由 r 就可以算出这群

星的平均视差 $\bar{\pi}$.

为了较准确地测出待则星的相对视差值，最好用焦距长于 10 米的大口径天体照相仪. 对视差星周围天空进行拍照，这样望远镜所拍比较星的星等约在 13^m 左右，更暗恒星还是不行. 目前有用口径大于 1 米的反光望远镜做视差测定工作. 更为先进的测定天体视差工作是：美国宇航局发射一个大型哈勃空间望远镜(HST)，HST 相当于一个空间天文台，其中有一个大型望远镜(口径 3 米)主要任务之一是测定暗星的视差和自行. 欧洲空间局发射空间天体测量卫量“依巴谷”(HIPPARCOS)，依巴俗是高精度视差收集卫星的缩写，是一颗同步卫星，准备在两年半时间内观测均匀分布全天的十万颗恒星. 测出它们的位置、自行和视差. 视差测量精度预计为 $\pm 0''.002$，期待着空间天文观测给天体测量学以新的推动.

测定待测星的相对视差的方法是以待测星为中心，在半径 $7'$～$8'$的范围内选 6 到 10 颗星等和光谱型尽可能相同的暗星作为比较星，比较星的平均视差是可求的或已知的. 在 2—4 年内拍摄 15—25 张可供使用底片，然后对底片进行处理和归算.

目前归算的方法常采用经典的史莱辛格的倚数法. 这个方法的主要特点是在所拍的照片中，选择一张较好的作为标准底片(或者取一张假想的平均底片作为标准片)然后将各张底片都归算到这张上来.

假定 x_i、y_i 表示在某一张底片上比较星的量度坐标，$X_i Y_i$ 为在标准底片上对应恒星的量度坐标，二者之间关系为：

$$\begin{cases} X_i = x_i + ax_i + by_i + c \\ Y_i = y_i + dx_i + ey_i + f \end{cases} \tag{5.39}$$

其中 a、b、c、d、e、f 称为某张底片与标准片间的联系常数. 它们是待定的，可用 n 个比较星的量度坐标，用最小二乘法解出来.

对于待测视差星同样也有：

$$
\begin{cases}X_0=x_0+ax_0+by_0+c\\Y_0=y_0+dx_0+ey_0+f\end{cases}\tag{5.40}
$$

利用比较星求得的联系常数 a、b、c、d、e、f 就可以将各张底片上的待测星的坐标换到标准底片上来. 由于周年视差 π,恒星的自行 μ 以及测量等误差的存在,使换算后的量度坐标都不会是一样的. 用 m_t 表示待测星换算后的量度坐标. m_0 表示待测星在标准底片的量度坐标. 则各张底片的 m_t 和 m_0 的差别,可认为是由于恒星的周年视差,自行、以及测量误差造成的. 它们之间关系通常表为:

$$
m_t-m_0=\triangle p\cdot\pi+\triangle\tau\mu+c\tag{5.41}
$$

式中 π 代表周年视差,μ 为自行,$\triangle p$ 为视差系数,可根据视差对赤径. 赤纬影响中得到,$\triangle\tau$ 为某张片与标准片拍照时间差. C 为常数,用 15～25 张底片可通过最小二乘法得到 π,μ 值来.

第六章　光行差

§6.1　光行差的基本概念

天体的光行差现象首先由詹姆斯·布拉得雷(James Bradley)在1725～1728年间发现的.它是指同一观测者处于运动状态和静止状态在同一瞬间观测同一天体所得方向的差异.这种现象在人们生活中是常见的.如下雨天若没有风,一个站在地面的人,会觉得雨点是垂直下落的,当他迅速跑动时,会觉得雨点是倾斜地迎面而来,由于地球上观测者随着地球在空间运动,观测者就具有一定速度.由于观测者具有一定的运动速度而引起的天体方向的变化就称为天体的光行差现象.

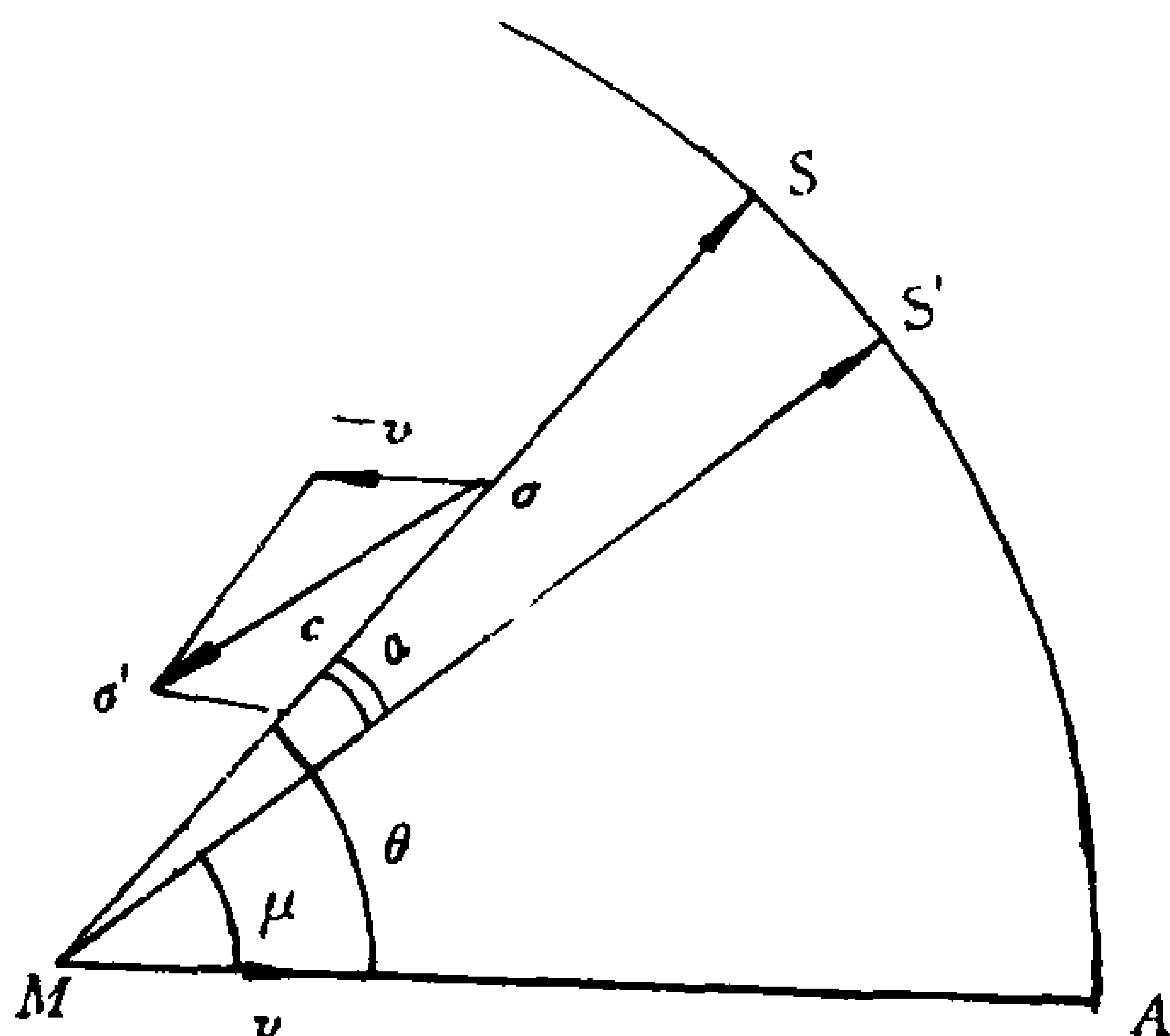


图　6-1

参看图6-1,设观测者在M点观测一个不动的天体σ,若观测者不动,则他所见天体应位于天球上S点(以观测者M为中心的天球),S点即为天体σ的真位置.MS是天体σ的真方向.如果观测者以速度v沿$\boldsymbol{MA}$方向运动,那么一方面天体发出的光线沿σM方向以

光速 c. 射向观测者；一方面根据相对运动原理，天体相对于观测者沿着与观测者运动方向相反的方向，以速度 v 运动. 这两种运动的合成使得观测者实际看到的天体方向是 MS' ($MS' \parallel \sigma\sigma'$). MS'与 MS 方向之差，就是光行差，用字母 a 表示. 由图可见：

$\sin a = \frac{v}{c}\sin u$ 光行差的大小和观测者本身运动速度 v 成正比，与光速成反比，角 u 是观测者看到的天体方向与向点 A 之间的夹角（观测者运动方向指向天球上的一点 A，A 点就称为向点）由图 6-1 还可以看出：在光行差影响下，天体沿着通过天体和向点的大圆弧 $\overset{\frown}{SA}$，朝向点 A 移动，移动量就是光行差 a.

由于观测者具有的运动速度 v 比起光速 c 来讲总是小量，所以上式可表为：

$$a'' = \rho''\frac{v}{c}\sin u \qquad (\rho'' = 206265) \tag{6.1}$$

根据光行差基本公式(6.1)我们可以引出下述重要结论：当光速 c 趋近无穷大时($c\to\infty$)则 $a=o$，说明光行差不存在. 但对天体观测表明光行差确实存在，只有引进光行差改正才和观测事实符合，这说明光速 c 不是无穷大，而是有限值.

目前人们已能通过实验方法测得光速 c 的大小. 光速 c 的取值：1984.0 年开始采用的 IAU 1976 年天文常系统中为：$c=$ 299792458 米/秒，光速 c 是天文常数系统中基础常数，是推导天体和其它物理量的基础.

根据公式(6.1)讨论光行差大小时，需要知道两个量，一个是观测者空间运动速度 v，一个是观测者运动的向点 A.

地面上观测者在空间具有的运动速度主要有三种：(1)由于地球自转，所具有的自转速度. (2). 由于地球绕太阳公转所具有的速度(3)由于太阳系在星际空间的运动，所具有的长期运动速度. 由于观测者具有周日运动速度，而引起的天体光行差现象称为周日光行差，

由于观测者具有绕日的周年运动速度所引起的光行差现象称为周年光行差. 由于观则者随太阳系在星际空间运动所引起的光行差现象称为长期光行差.

目前人们对太阳系在星际空间运动速度和方向还不能准确的测定出来. 因此精确地讨论长期光行差对观测天体的影响是不可能的，太阳系在星际空间的运动包括太阳本动和银河系自转两部分. 太阳本动速度根据恒星统计分析方法得到 19.5 公里/秒，向点的赤道坐标为：$\alpha=270°$，$\delta=30°$. 这是太阳相对一群恒星得到的统计平均速度，采用不同的恒星群所得太阳本动速度和向点也是有差异的. 由于太阳本动速度是一个长期运动过程，可看成是一个常量. 由太阳本动所造成的光行差约有 13″，此值只在讨论相对于无本动的太阳问题时才需要考虑，对于恒星总是看做常量. 由银河系自转，而引起的太阳处的线速度为 250 公里/秒，周期为 2.2×10^8 年，这更是一个长周期运动过程. 根据银河系自转引起的较差速度计算出来的长期光行差约有 100″，但对恒星而言也只是一个常量，实际计算中做常数误差处理.

观测者空间运动的向点是由不同的运动而得到的. 周日运动速度的向点是东点，周年运动的向点 $\lambda_A=\lambda_\odot-90°$. 向点 A 坐标在讨论光行差对天体坐标影响时是一个重要的量.

由于光速 c 是有限值，因此 t 时刻天体发出来的光线要经过 $\tau(\tau=\triangle/c)$时间达到观测者，其中$\triangle$为天体距离. $(t+\tau)$这一瞬间，天体和观测者的空间位置都发生了变化. $(t+\tau)$时观测到的是 t 时刻天体的位置. 对于恒星来说，由于距离非常遥远，τ 值很大，能求得 τ 值的恒星不多，实际中无法改正. 而且在天球上研究恒星位置只是研究它的方向，对于恒星来讲不必考虑. 同样，对于恒星在空间运动，由于遥远，相对位移很小，我们将它归纳到恒星自行 μ 中去，因此恒星可看成不动. 因此对不考虑光线传播所需时间这类光行差现象，称为恒星光行差. 对行星、太阳、人造卫星、彗星等一类天体，由于他们运动显

著，而且需要知道轨道的向径，需要考虑光线所需要的时间 τ（光行时）这类光行差现象称为行星光行差.

§6.2 恒星周日光行差及其对天体坐标的影响

观测者随地球自转而作周日运动，这种运动引起的光行差称为周日光行差.

地球赤道上的一点，其周日运动的线速度 v_0 等于地球赤道的圆周长除以一恒星日内的平时秒数，即

$v_0=\dfrac{2\pi R_e}{T}$ 地球赤道半径 R_e 值取为：$R_e=6378140$ 米，

一恒星日内的平时秒数 $T=86164^s$（平太阳时秒），由此可算得 $v_0=0.465$ 公里/秒. v_0 除以光速 c（$c=299792458$ 米/秒）

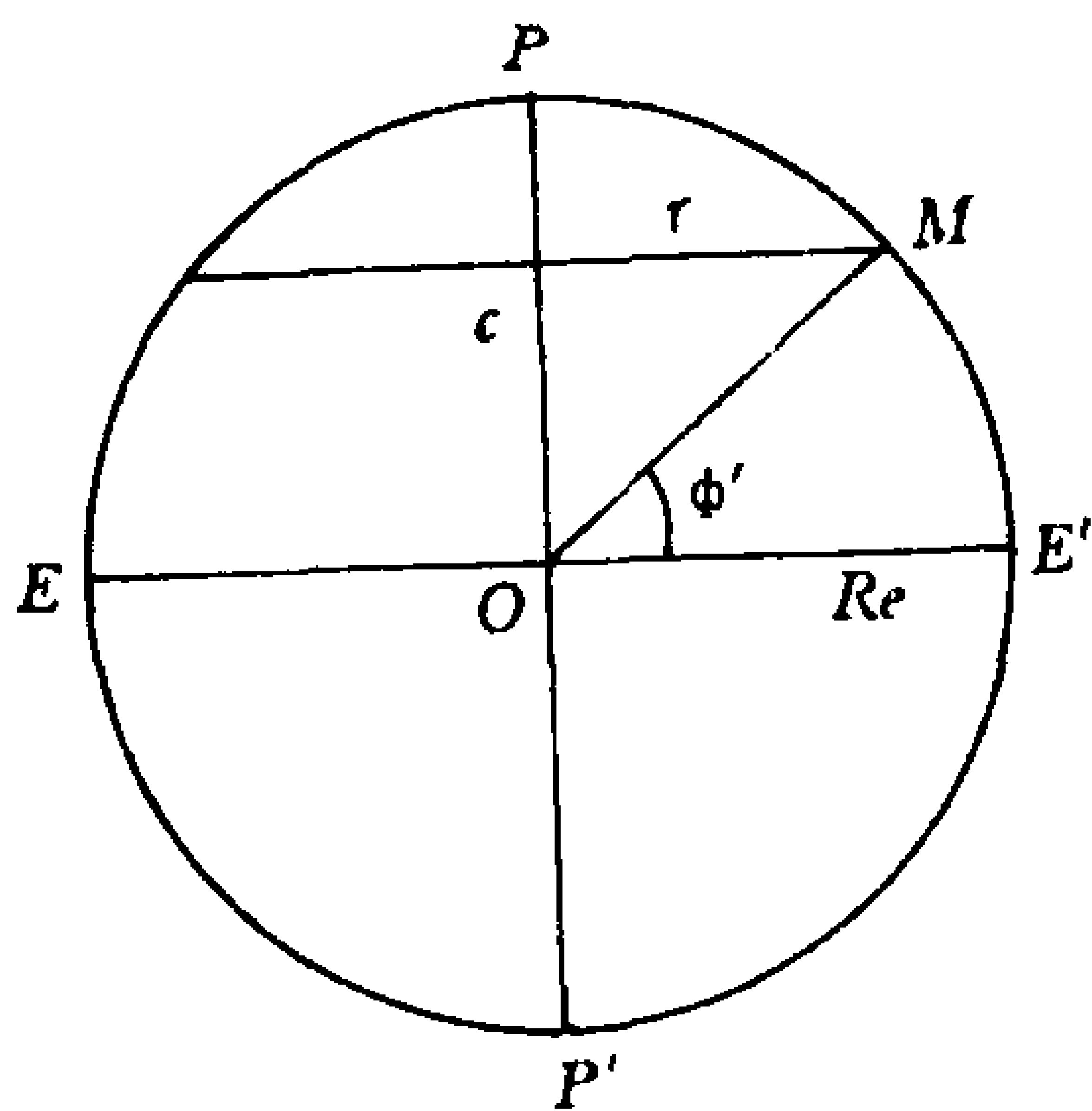


图 6-2

得周日光行差常数 $K''=206265''\dfrac{v_0}{c}=0''.32$

参看图 6-2，对于地心纬度为 φ 的 M 点来说，其周日运动的角速度和赤道上的点是相同的，但线速度 v 与 v_0 不等. 若 M 点纬圈的半径为 r，则有：

$v/v_0=r/R_e$，因 $r=R_e\cos\varphi$

所以纬度为 φ 处的线速度 $v=v_0\cos\varphi$.

由于地球自西向东自转，观测者的运动方向总是指向东点 E，即周日运动的向点为东点 E. 参看图 6-3 不难证明这一结论，地心纬度

为 φ' 的 M 地观测者，以 M 点为球心作天球.

MZ 为 M 地的铅垂线方向，Z 为 M 的天顶. 设 ME 为 M 的纬圈切线方向，它指向自转运动方向则有 $MZ \perp ME$. 过 M 点引 MP 平行于自转轴，则 MP 为天轴，P 点为天极，有 $PM \perp ME$. 因为：$ME \perp MZ$；$ME \perp PM$ 所以 ME 垂直 PM 和 ZM 所在平面，PM、ZM 所在平面为天子午面，因而 ME 垂直于天子午面与真地平二交点 N、S. 即 ME 指向东点 E.

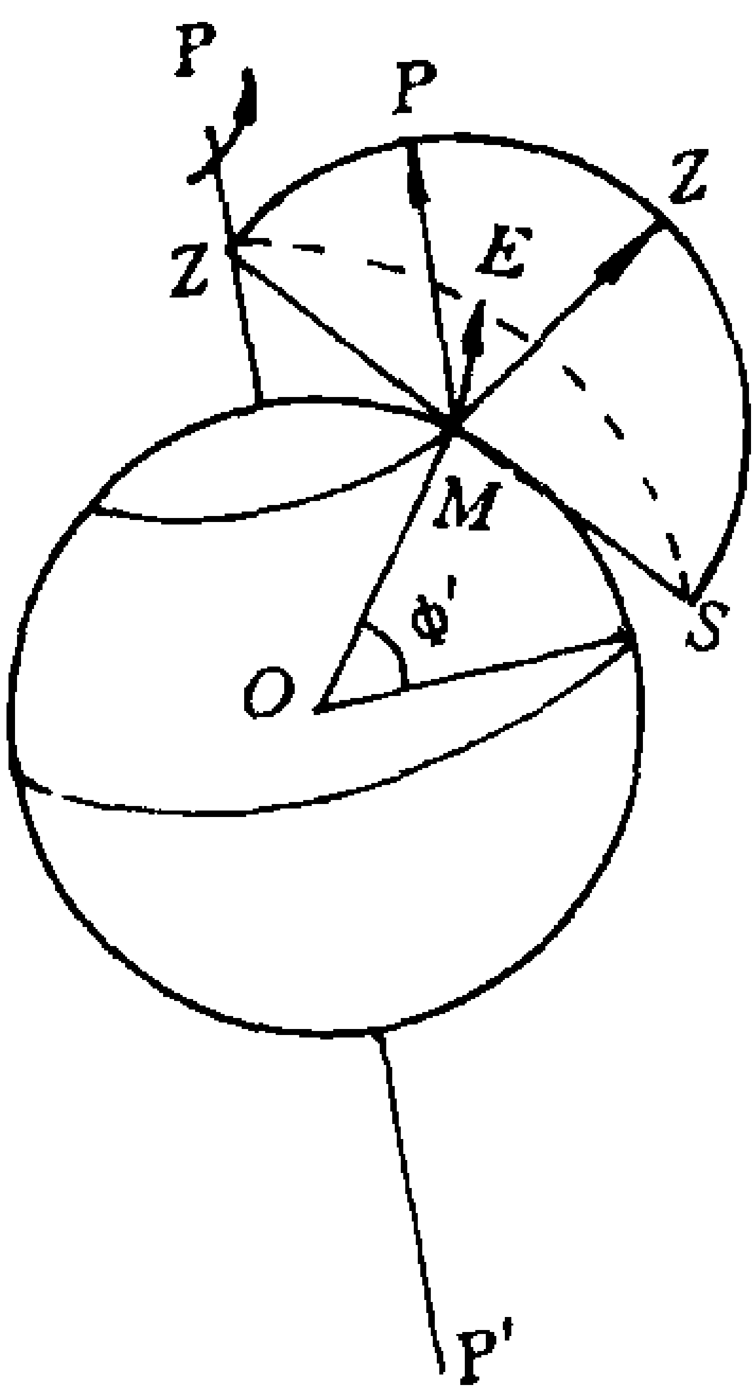


图 6-3

根据光行差的基本定义，在周日光行差的影响下，天体沿着通过天体 σ 和东点 E 的大圆弧，朝向点 E 位移了 $\overset{\frown}{\sigma\sigma'}$（参看图 6-4）且有 $\overset{\frown}{\sigma\sigma'} = a = \frac{v}{c}\sin\overset{\frown}{\sigma' E} = 0''.32\cos\varphi' \sin\overset{\frown}{\sigma' E}$，$\sigma$ 为受周日光行差影响后的天体的位置.

因为地心纬度 φ' 和天文纬度 φ 虽有差异，但是小量；而周日光行差本身就是小量，所以用天文纬度 φ 代替地心纬度 φ'，用 $\overset{\frown}{\sigma E}$ 替代 $\overset{\frown}{\sigma' E}$. 其结果满足目前观测误差要求，有：

$$\overset{\frown}{\sigma\sigma'} = 0''.32\cos\varphi\sin\overset{\frown}{\sigma E} \tag{6.2}$$

根据周日光行差在天球上投影 $\overset{\frown}{\sigma\sigma'}$ 就可以讨论周日光行差对天体坐标的影响.

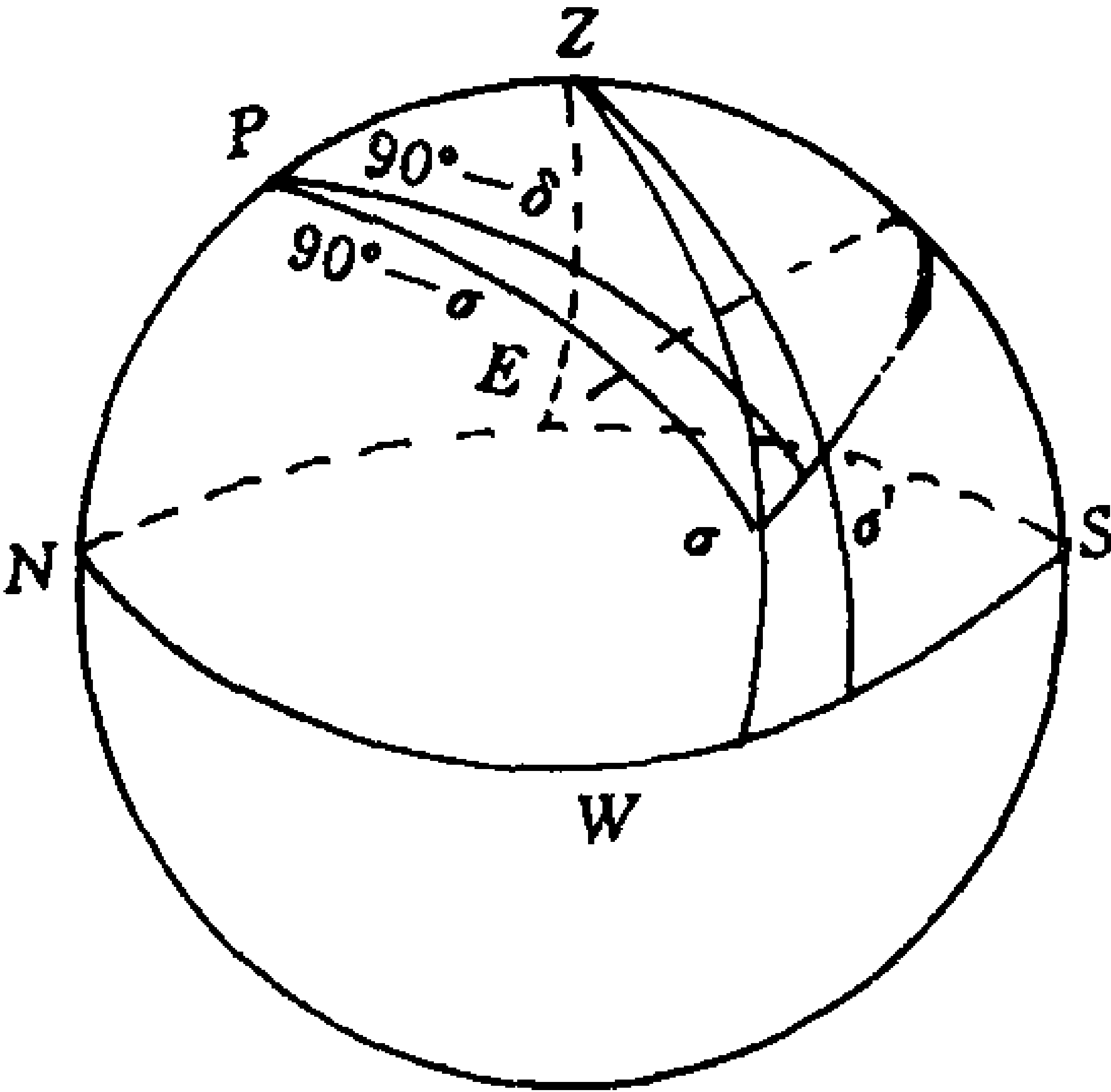


图 6-4

参看图 6-4，P 为北天极，

z 为天顶，E 为东点，$\overset{\frown}{\sigma E}$是通过天体 σ 和东点 E 大圆，σ' 是因光行差位移后天体的位置. 过 $P\sigma$、$P\sigma'$ 作大圆，过 $Z\sigma$、$Z\sigma'$ 作大圆.

(一)周日光行差对地平坐标的影响

在窄球面三角形 $Z\sigma\sigma'$ 中有：

$$\begin{cases} z - z' = \overset{\frown}{\sigma\sigma'}\cos\angle Z\sigma E \\ = 0''.32\cos\varphi\sin\overset{\frown}{\sigma E}\cos\angle Z\sigma E \\ (A - A')\sin Z = \overset{\frown}{\sigma\sigma'}\sin\angle Z\sigma E \end{cases}$$

$$= 0''.32\cos\varphi\sin\overset{\frown}{\sigma E}\sin\angle Z\sigma E$$

在三角形 $Z\sigma E$ 中，$\overset{\frown}{ZE} = 90°$，所以有：

$$\begin{cases} \sin\overset{\frown}{\sigma E}\cos\angle Z\sigma E = -\cos Z\cos(90° + A) \\ \qquad = \cos Z\sin A \\ \sin\overset{\frown}{\sigma E}\sin\angle Z\sigma E = \sin(90° + A) = \cos A \end{cases}$$

因此有：

$$\begin{cases} Z - Z' = 0''.32\cos\varphi\cos Z\sin A \\ A - A' = 0''.32\cos\varphi\cos A\csc Z \end{cases} \tag{6.3}$$

根据(6.3)式可知：

当天体中天时 $A = 0°$或 $180°$，$\sin A = 0$，$\cos A = \pm 1$

(1)$Z - Z' = 0$ 周日光行差对天体的天顶距无影响.

(2)$A - A' = \pm 0''.32\cos\varphi\csc Z$，周日光行差对方位角影响最大.

当天体过卯酉圈瞬间，$A = 90°$或 $270°$，

$\cos A = 0$ $\qquad$ $\sin A = \pm 1$

(1) $Z - Z' = \pm 0''.32\cos\varphi\cos Z$ $\qquad$ 对天顶距影响最大

(2) $A - A' = 0$ $\qquad$ 对方位角无影响

§6.3 地球绕日运动速度和向点

地球绕日运动速度 v 可根据下述分析得到. 参看图 6-5，椭圆表示地球的绕日运动轨道，太阳位于椭圆轨道的一个焦点 S 处.

取 C 为椭圆的中心，AB 为椭圆的长轴，CA 为半长轴，记为 a，作 CD 垂直 AB，则 CD 为半短轴，记为 b. 图中 A 点为近日点，B 为远日点.

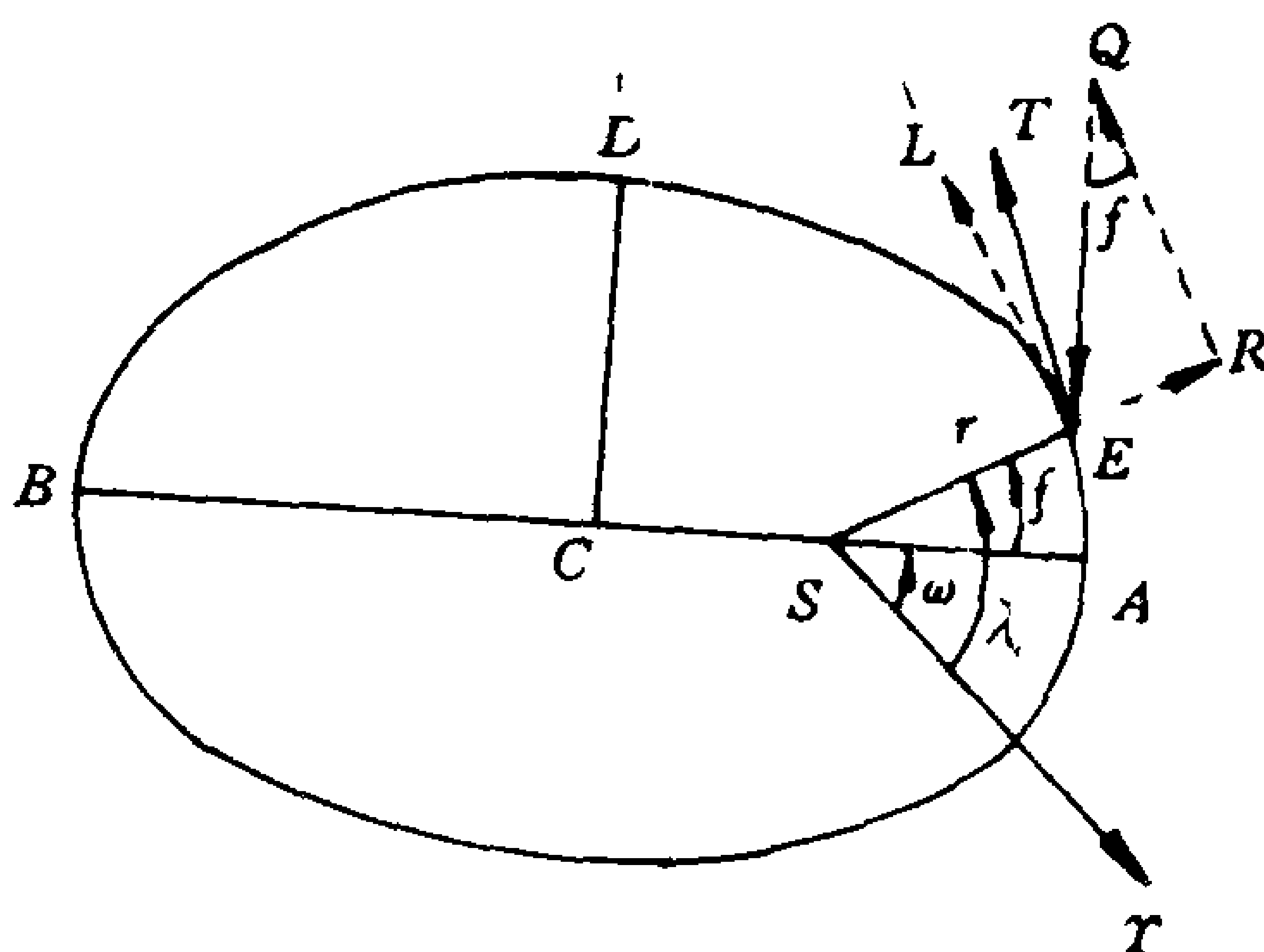


图 6-5

在某一瞬间地球处于轨道 E 点，则 $r=SE$ 称为地球向径. 在地球轨道平面内作 $S\Upsilon$ 指向春分点 Υ，则 ω 为近日点的日心黄经，λ 为地球的日心黄经，则有 $f=\lambda-\omega$ 称为真近点角. 而

$L_{\odot}=180°+\lambda=180°+\omega+f$ 叫做太阳真黄经.

设 T 为地球绕日运动周期，则 $n=\frac{2\pi}{T}$ 为地球的平均角速度或称平均运动. 如果地球自过近日点起到 E 点经历的时间间隔为 t，则 $M=n\,t$ 叫做地球在 E 点的平近点角. 令 $L=180°+\omega'+M$ 称 L 为太阳平黄经. ω' 为近日点的日心平黄经.

太阳真黄经 $L_{\odot}$ 自瞬时真春分点起计量，太阳平黄经 L 自瞬时平春分点计量，此时 ω' 也从瞬时平春分点计量. 太阳真黄经即真太阳的黄经（已消除光行差影响）；太阳平黄经是指黄道平太阳的黄经（未加光行差改正），若加光行差改正，则叫太阳几何平黄经.

由于地球公转的轨道是椭圆，它的公转速度 v 是随时间 t 变化的，其运动方向与向径间夹角并不总是 90°，处于椭圆轨道 E 点的地球，它的运动方向就是椭圆在 E 点的切线方向 ET（参看图 6-4）.

根据理论力学原理，地球运动速度 v 可以分解为：沿向径 SE 方向的径向速度 v_r. 沿与向径垂直的 EL 方向的横向速度分量 v_f 并且有：

$$\begin{cases} v_r = \mathrm{d}r/\mathrm{d}t \\ v_f = r\mathrm{d}f/\mathrm{d}t \end{cases}$$

v_r 还可以分解成两个分量. 过 E 点作 $EQ \perp SA$，在 SE 的延长线上，截取 $ER = v_r$，然后作 $QR \perp ER$. 根据向量加法，$ER = EQ + QR$

由图 6-3 可知：$\angle EQR = f$，所以 $EQ = ER\csc f$.

$QR = ER\operatorname{ctg} f$，因此，$v_r$ 可分为沿 QR 的分量 $\csc f\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 和沿 QR 方向的分量为 $\operatorname{ctg} f\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$

因为 QR 平行于 LE，所以 v_r 沿 QR 的分量 $\operatorname{ctg} f\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$

可记为 v_r 沿 LE 方向的分量 $\operatorname{ctg} f\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 或沿 EL 方向的分量 $-\operatorname{ctg} f\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$

综上所述，可知地球公转速度 v 可分为沿 EL 方向的分量 v_1 和沿 EQ 方向的分量 v_2，并有：

$$\begin{cases} v_1 = r\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} - \operatorname{ctg} f\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \\ \\ v_2 = \csc f\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \end{cases} \tag{6.5}$$

根据开普勒第二定律：在相同时间内，行星向径扫过的面积相等. 可以推出下述公式：

$$\mathrm{d}A/\mathrm{d}t = \frac{1}{2}r^2\ \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \text{常数}$$

令 $r^2\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = 2\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = h$　　h 称为面积速度常数.

h 可由以下推导得到：

已知椭圆面积 $A=\pi ab$，则有 $\mathrm{d}A/\mathrm{d}t=\frac{\pi ab}{T}$，因为 $b^2=a^2(1-e^2)$，e 为地球公转轨道偏心率，所以有：

$$h=\frac{2\pi ab}{T}=\frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T}=na^2\sqrt{1-e^2}$$

$$\text{即：}r^2\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}=2\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=na^2\sqrt{1-e^2} \tag{6.6}$$

根据地球轨道的极坐标方程 $r=\frac{p}{1+e\cos f}$ 可得 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$，其中 $p=a(1-e^2)$ 称为通径.

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=-p\frac{-e\sin f}{(1+e\cos f)^2}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$$

$$=\frac{pe\sin f}{(1+e\cos f)^2}\frac{h}{r^2}=\frac{h}{p}e\sin f \tag{6.7}$$

根据(6.6)、(6.7)式可得：

$$\begin{cases} u_1=\frac{h}{r}-\frac{h}{p}e\cos f=h\left(\frac{1+e\cos f}{p}-\frac{e\cos f}{p}\right) \\ \quad =\frac{na}{\sqrt{1-e^2}} \\ v_2=e\frac{h}{p}=\frac{nae}{\sqrt{1-e^2}}=ev_1 \end{cases} \tag{6.8}$$

由(6.8)式根据地球偏心率 e 和半长轴及平均运动角速度 n 就可以求出地球绕日运动的两个分量 v_1 和 v_2.

由(6.8)式可知：当地球绕日运动为正圆即 $e=0$ 时，地球运动速度 v_2 分量等于零，所以 v_1 相当于绕日圆轨道时的速度，也可称地球运动的平均速度. 实际上讨论周年光行差对天体坐标影响时，所采用的周年光行差常数 $K''=206265''\frac{v}{c}=\frac{na}{c\sqrt{1-e^2}}$

或写成：

$$K''=206265''\frac{2\pi A_0}{cT_s\sqrt{1-e^2}} \tag{6.9}$$

c：光速值，A_0 天文单位，e 地球偏心率，T_s 恒星年长度（光行差常数 K 就是根据地球绕日运动平均速度得到的）.

（二）地球绕日运动的向点坐标（λ_A、β_A）

假定地球绕日的运动为圆轨道，以日心为中心做一天球，参看图中 6-6，E 为地球在某一瞬间的位置，地球绕日运动是自西向东的，图中为逆时针，**EA** 方向为该瞬间地球的运动方向，它在天球上投影 A，就是这一瞬间的向点 A，其坐标用（λ_A、β_A）表示. 因为任意瞬间地球绕日运动方向，即圆的切向方向 EA 和它的向径 $E\odot$ 垂直，假定太阳的黄道坐标为（$\lambda_\odot \beta_\odot$），由图不难看出 $\lambda_A=\lambda_\odot-90°$，即任意瞬间地球绕日运动向点 A 都在太阳以西 90°的地方，只要知道这一瞬间的太阳黄经 $\lambda_\odot$ 就可得到 λ_A，由于地球绕日公转轨道面即为黄道面，所以地球运动向点的另一个坐标 $\beta_A=0$.

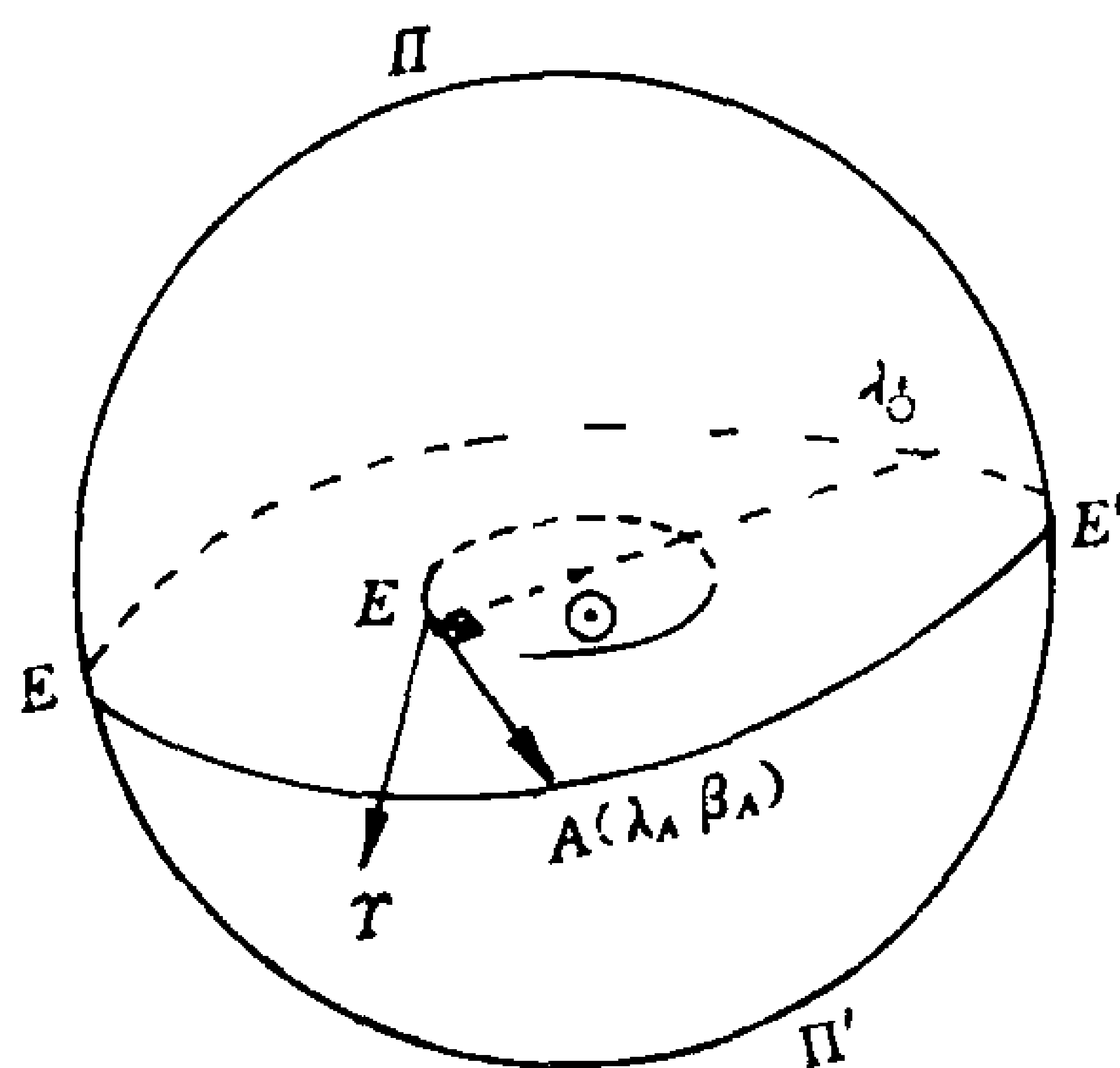


图 6-6

§ 6.4　恒星周年光行差及对天体坐标的影响

参看图 6-7：Π 为北黄极 $\overset{\frown}{EE'}$ 为黄道，P 为北天极，$\overset{\frown}{\theta\theta'}$ 为天赤道，A 点为地球运动向点，$\overset{\frown}{\sigma A}$ 为过向点 A 和天体 σ 所做的大圆上一段弧. 由于恒星周年光行差的影响，天体 σ 沿 $\overset{\frown}{\sigma A}$ 大圆朝向点 A 位移，位移量为 $\hat{\sigma\sigma'}=K''\sin\overset{\frown}{\sigma A}$.

过 P、σ 和 P、σ' 分别作大圆，交天赤道为 M、M'. 其中 $\overset{\frown}{P\sigma}=90°-$

δ，$\overset{\frown}{P\sigma'}=90^\circ-\delta'$，$\angle A\sigma M=q$，$\angle\sigma' P\sigma=\alpha-\alpha'$

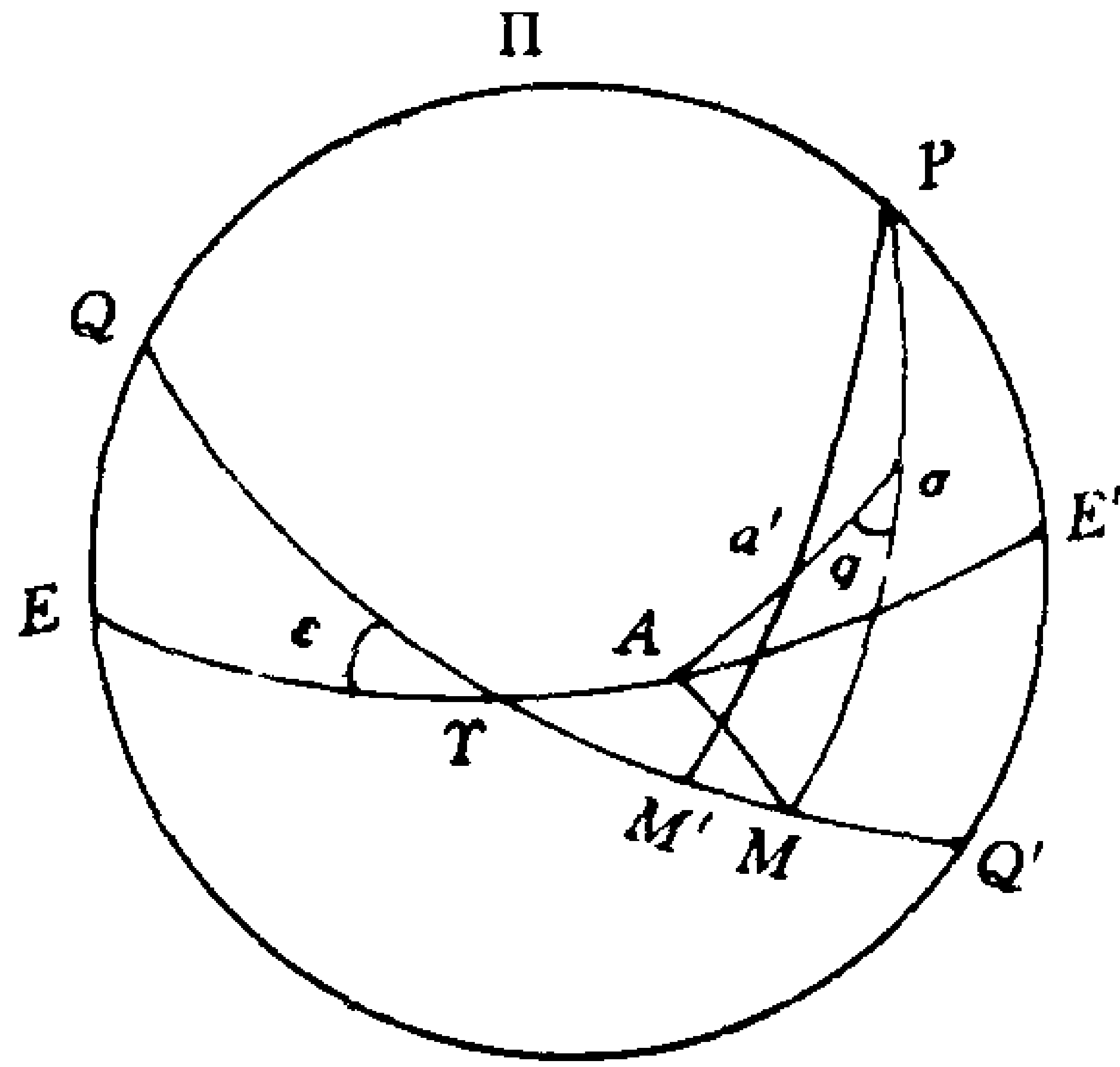


图 6-7

由图可知：

$$\begin{cases}\delta-\delta'=\overset{\frown}{\sigma\sigma'}\cos q=k\sin\overset{\frown}{\sigma A},\cos q \\ (\alpha-\alpha')\cos\delta'=\overset{\frown}{\sigma\sigma'}\sin q=k\sin\overset{\frown}{\sigma A}\sin q\end{cases} \tag{6.10}$$

过向点 A 和 M 点作大圆，则在$\triangle\sigma AM$ 中：

$$\begin{cases}\sin\overset{\frown}{\sigma A}\cos q=\sin\delta\cos\overset{\frown}{AM}-\cos\delta\sin\overset{\frown}{AM}\cos\angle\sigma MA \\ \sin\overset{\frown}{\sigma A}\sin q=\sin\angle\sigma MA\sin\overset{\frown}{AM}\end{cases} \tag{6.11}$$

又因为：$\angle\sigma MA+\angle AM\Upsilon=90^\circ$则上式变为：

$$\begin{cases}\sin\overset{\frown}{\sigma A}\cos q=\sin\delta\cos\overset{\frown}{AM}-\cos\delta\sin\overset{\frown}{AM}\sin\angle AM\Upsilon \\ \sin\overset{\frown}{\sigma A}\sin q=\sin\overset{\frown}{AM}\cos\angle AM\Upsilon\end{cases} \tag{6.12}$$

在$\triangle A\Upsilon M$：$\overset{\frown}{\Upsilon A}-\lambda_A=\lambda_\odot-90^\circ$，$\angle A\Upsilon M=\varepsilon$

$\overset{\frown}{\Upsilon M}=\alpha$，由此导出：

$$\begin{cases} \delta-\delta'=k\sin\lambda_{\odot}\sin\delta\cos\alpha+k\cos\lambda_{\odot}\cos\varepsilon[\mathrm{tg}\alpha\cos\delta-\sin\alpha\sin\delta] \\ (\alpha-\alpha')\cos\delta=K\sin\lambda_{\odot}\sin\alpha+k\cos\lambda_{\odot}\cos\alpha\cos\varepsilon \end{cases}$$

(6.13)

因为 $\sigma\sigma'$ 为小量，δ 与 δ' 相差很小，可互为代替. 上式就是将地球绕日运动看成圆轨道情况下，恒星周年光行差对天体坐标影响表达式，在精度要求不高情况下可以使用.

§6.5 利用贝塞耳日数 C、D 计算

上节推导出恒星周年光行差对天体赤道坐标影响的表达式：

$$\begin{cases} \delta'-\delta=-K\sin\lambda_{\odot}\sin\delta\cos\alpha-K\cos\lambda_{\odot}\cos\varepsilon[\mathrm{tg}\varepsilon\cos\delta-\sin\alpha\sin\delta] \\ \alpha'-\alpha=-K\sin\lambda_{\odot}\sin\alpha\sec\delta-K\cos\lambda_{\odot}\cos\varepsilon\cos\alpha\sec\delta \end{cases}$$

实际工作中，可采用贝塞耳日数和独立日数计算恒星周年光行差对天体坐标的影响. 我国及其它国家天文年历给出了这些值，供实际计算中使用. 贝塞耳日数 C、D 的具体定义如下：令

$$\begin{cases} C=-K\cos\lambda_{\odot}\cos\varepsilon \\ D=-K\sin\lambda_{\odot} \end{cases} \tag{6.14}$$

C、D 是只与太阳位置有关的量，根据太阳位置坐标可编成表. C、D 就称为贝塞耳日数.

再引入一组恒星常数 c、d、c'、d' 它们分别定义如下：

$$\begin{cases} c=\dfrac{1}{15}\cos\alpha\sec\delta \\ d=\dfrac{1}{15}\sin\alpha\sec\delta \\ c'=\mathrm{tg}\varepsilon\cos\delta-\sin\alpha\sin\delta \\ d'=\cos\alpha\sin\delta \end{cases} \tag{6.15}$$

这样就可以将(6.13)式写成：

$$\begin{cases}(\alpha'-\alpha)^s=Cc+Dd\\(\delta'-\delta)''=Cc'+Dd'\end{cases}\tag{6.16}$$

公式(6.16)就是利用贝塞耳日数 C、D 计算恒星周年光行差对天体赤道坐标影响的表达式，其中 C、D 登载在中国天文年历. c、d、c'、d' 这组恒星常数在使用的恒星星表中登载，使用起来很方便.

实际工作中，有时采用独立日数 h、H、i 进行计算. 其中 h、H、i 是这样定义的：

$$\begin{cases}C=h\sin H\\D=h\cos H\\i=C\mathrm{tg}\varepsilon\end{cases}\tag{6.17}$$

公式中的 C、D 是贝塞耳日数.

利用独立日数 h、H、i 计算恒星周年光行差对天体坐标影响表达式为：

$$\begin{cases}\alpha'-\alpha=h\sin(H+\alpha)\sec\delta\\\delta'-\delta=h\cos(H+\alpha)\sin\delta+i\cos\delta\end{cases}\tag{6.18}$$

公式(6.16)和(6.18)就是实用表达式. 贝塞耳日数和独立日数都是以时间为引数查天文年历有关用表.

贝塞耳日数 C、D 值的计算问题，也是不断调整. 1960 年以前，就是根据(6.14)式，用太阳黄经 $\lambda_{\odot}$ 和黄赤交角 ε 计算 C、D 值. 各国天文历书所使用 C、D 值就是由(6.14)式计算出来的，这样计算的 C、D 值实际是取地球绕日运动为圆轨道.

如果考虑地球绕日运动是椭圆轨道. 计算贝塞耳日数 C、D 时应包含显含 e 的部分. 1960 年以后，C、D 值的计算是根据地球绕太阳系质量中心运动的速度分量得到的，但 e 项仍然被略去了.

具体算法为：地球在以太阳系质量中心为原点的赤道坐标系的坐标($x_c y_c z_c$)：

$$
\begin{cases}
x_c = -X - \dfrac{\sum_{i=1}^{9} m_i x_i}{1+\sum_{i=1}^{9} m_i} \\
y_c = -Y - \dfrac{\sum_{i=1}^{9} m_i y_i}{1+\sum_{i=1}^{9} m_i} \\
z_c = -Z - \dfrac{\sum_{i=1}^{9} m_i z_i}{1+\sum_{i=1}^{9} m_i}
\end{cases}
\tag{6.19}
$$

式中(X、Y、Z)为太阳的地心赤道直角坐标;(x_i、y_i、z_i)是行星的日心赤道直角坐标.太阳和行星的坐标值可根据有关星历表查得.具体计算时,行星只取木星、土星、天王星、海王星的影响.

求得(x_c、y_c、z_c)后,用数值微分法可求得地球相对于太阳系质量中心各速度分量($\frac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}$、$\frac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}$、$\frac{\mathrm{d}z_c}{\mathrm{d}t}$),

则恒星光行差对天体赤经赤纬影响表达式可写成:

$$
\begin{cases}
\alpha' - \alpha = -\dfrac{1}{c}\left(\dfrac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}\sin\alpha - \dfrac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}\cos\alpha\right)\sec\delta \\
\delta' - \delta = -\dfrac{1}{c}\left(\dfrac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}\sin\alpha\cos\alpha + \dfrac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}\sin\delta\sin\alpha - \dfrac{\mathrm{d}z_c}{\mathrm{d}t}\cos\delta\right)
\end{cases}
\tag{6.20}
$$

由(6.20)式求得的光行差改正包含 e 项在内,若略去 e 项,就得减去显含 e 的光行差 e 项即:

$$
\begin{aligned}
\alpha' - \alpha &= -\frac{1}{c}\left(\frac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}\sin\alpha - \frac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}\cos\alpha\right)\sec\delta \\
&\quad - (Ke\cos\omega\cos\varepsilon\cos\alpha + Ke\sin\omega\sin\alpha)\sec\delta \\
&= \left(-\frac{1}{c}\quad\frac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t} - Ke\sin\omega\right)\sin\alpha\sec\delta) \\
&\quad + \left(\frac{1}{c}\frac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t} - Ke\cos\omega\cos\varepsilon\right)\cos\alpha\sec\delta
\end{aligned}
\tag{6.21}
$$

$$
\delta' - \delta = -\frac{1}{c}\left(\frac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}\sin\delta\cos\alpha + \frac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}\sin\delta\sin\alpha - \right.
$$

$$-\frac{\mathrm{d}z_c}{\mathrm{d}t}\cos\delta)-[Ke\cos\omega\cos\varepsilon(\mathrm{tg}\varepsilon\cos\delta-$$

$$-\sin\alpha\sin\delta)+Ke\sin\omega\cos\alpha\sin\delta] \tag{6.22}$$

如果取太阳的黄纬为零，则有：

$Z=Y\mathrm{tg}\varepsilon$，同样道理，如果认为太阳系质量中心的黄纬也等于零，则有 $Z_c=Y_c\mathrm{tg}\varepsilon$. 这里的 X_c、Y_c、Z_c 为太阳系质心的地心赤道直角坐标，且有：$X_c=-x_c$，$Y_c=-y_c$，$Z_c=-z_c$，因此对(x_c、y_c、z_c)同样可导出：

$$\frac{\mathrm{d}z_c}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}\mathrm{tg}\varepsilon \tag{6.23}$$

将此式代入(6.21)和(6.22)后有：

$$\begin{cases}\alpha'-\alpha=(-\dfrac{1}{c}\dfrac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}-Ke\ \sin\omega)\sin\alpha\ \sec\delta+\\ \qquad+(\dfrac{1}{c}\dfrac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}-Ke\ \cos\omega\ \cos\varepsilon)\times\cos\alpha\ \sec\delta\\ \delta'-\delta=(-\dfrac{1}{c}\dfrac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}-Ke\ \sin\omega)\sin\delta\ \cos\alpha+\\ \qquad+(\dfrac{1}{c}\dfrac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}-Ke\ \cos\omega\ \cos\varepsilon)\times(\mathrm{tg}\varepsilon\ \cos\delta-\sin\alpha\ \sin\delta)\end{cases} \tag{6.24}$$

$$令\begin{cases}C=-\dfrac{1}{c}\dfrac{\mathrm{d}y_c}{\mathrm{d}t}-Ke\ \cos\ \omega\cos\varepsilon\\ D=-\dfrac{1}{c}\dfrac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}-Ke\ \sin\omega\end{cases} \tag{6.25}$$

(6.25)式就是利用地球绕太阳系质量中心运动的速度分量计算的贝塞耳日数. 式中第二项即为光行差 e 项.

近几年由于观测精度的提高，计算恒星视位置的方法也有了较大的改进. 目前，广泛使用空间直角坐标系，通过矢量的偏转来计算光行差对赤道坐标影响，这种方法不需要事先计算贝塞耳日数，它是根据地球相对于太阳系质量中心的坐标，通过数值微分方法求得地

球相对于太阳系质心速度，由位置矢量的偏转计算. 这种方法不但考虑了光行差 e 项，而且又引进了光行差的相对论效应，这部分内容将在 § 6.7 中详细讨论.

§ 6.6 光行差常数 K

一、光行差常数 K

在 § 6.3 中定义 $K''=\frac{2\pi a}{cT\sqrt{1-e^2}}206265''$为光行差常数.

其中 a 为轨道的半长轴(即日地平均距离)以天文单位为单位，c 为光速，T 为恒星年长度，e 轨道偏心率，$2\pi a/T\sqrt{1-e^2}$是地球绕日运动圆轨道的速度分是，即地球绕日运动的平均速度，因此光行差常数实质是地球平均运动速度与光速之比.

光行差常数 K 是天文常数系统中的一个导出常数. 1964 年 IAU 天文常数系统中的光行差常数取值为 $K=20''.4958$，它是由公式：$K=F_1R'\tau_A$ 得到的.

公式 $K=F_1R'\tau_A$ 中的 F_1 是一个辅助常数，它等于地球平均速度与假想行星速度之比. 根据高斯引力常数 R 值在数值上等于一个假想的行星，其质量可以忽略不计，在距离太阳为一天文单位的轨道上运动时，以弧度/历书日为单位的绕日角速度. 即

$R=\frac{2\pi}{T}=n_{行}$，F_1 的表达式为：

$$F_1=\frac{n_{\odot}a_{\odot}}{R'(1-e^2)^{1/2}} \tag{6.26}$$

其中 $n_{\odot}$是地球绕太阳的平均角速度，以弧度/秒表示，$a_{\odot}$是日地平均距离以天文单位表示，e 是地球轨道的平均偏心率. R'是假想行星以弧度/秒为单位表示的绕日角速度，$R'=R/86400$. 高斯引力常数 R 是一个定义常数，$R=0.01720209895$，根据纽康(Newcomb)太阳历表中给出的 $n_{\odot}$、$a_{\odot}$、e 值，计算的 F_1 值分别为：

历元	1800.0年	1900.0年	2000.0年
F_1	1.0001427	1.0001420	1.0001413

这些值对于计算光行差常数精度是足够了. IAU1964年天文常数和IAU1976年天文常数均采用Newcomb历表中$n_{\odot}$、$a_{\odot}$、e值计算出来的F_1值. τ_A是天文单位光行时, $\tau_A = A/c$(A为天文单位, C为光速)IAU1964年系统$\tau_A = 499.^s012$.

光行差常数$K=20''.4958$就是根据上述值推算出来的. 该值使用到1983年底.

从1984.0年开始采用IAU1976年天文常数系统, 光行差常数作为导出常数K, 取值为:(对应标准历元$J2000.0$)

$K=20''.49552$它是依据公式$K=FR\tau_A/86400$计算得到的. $F=1.0001413$(2000.0年的F_1值), R高斯引力常数数值; $\tau_A=499.^s004782$(IAU1976年天文常数系统值)

光行差常数K可以由天文观测直接测定. 早在1840～1842年间, B. Ctybe 利用安装在卯酉圈上的kepsold中星仪对七个恒星进行了一系列专门观测, 以确定光行差常数. 根据这些观测结果分析得到$K=20''.4451\pm0''.0111$, 此值被各国天文学家使用了半个世纪. 1876年M. Hюрен用周一架仪器观测了按赤经几乎均匀分布的24个恒星, 经过两年观测得到$K=20''.517\pm0''.014$. 1861～1872年M·Hюрен根据A. Bathep用大子午环观测结果分析到$K=20''.483\pm0''.012$.

历史上采用不同的仪器和观测方法对光行差常数进行过多次测定, 其结果符合得很好. 纽康天文常数系统中的K值为$20''.47$, 这个值与近代值差别较大. 它是1896年Newcomb综合当时各种测定值的结果.

二、光行差常数测定

1. 根据恒星视位置的测定求光行差常数, 这种方法依据的基本公式是光行差对恒星赤道坐标影响的表达式:(椭圆轨道)

$$\alpha' - \alpha = -K\ (\sin\lambda_{\odot} - e\sin\omega)\sin\alpha\ \sec\delta -$$
$$-K\ (\cos\lambda_{\odot}\cos\varepsilon - e\cos\omega\ \cos\varepsilon)\times\cos\alpha\ \sec\delta$$
$$\delta' - \delta = -K\ (\sin\lambda_{\odot} - e\sin\omega)\cos\alpha\ \sin\delta$$
$$-K\ (\cos\lambda_{\odot}\ \cos\varepsilon - e\cos\omega\ \cos\varepsilon)\times(\mathrm{tg}\varepsilon\ \cos\delta -$$
$$-\sin\alpha\ \sin\delta) \tag{6.26}$$

$(\alpha'\delta')$为恒星的视位置，$(\alpha、\delta)$为恒星真位置，上式一般表达为：

$$\begin{cases}\alpha' = \alpha + KA \\ \delta' = \delta + KD\end{cases} \tag{6.27}$$

$(A、D)$是恒星和太阳坐标函数.

根据上式在一年内观测数颗恒星，就可计算出光行差常数. 恒星观测值应做恒星的周日光行差以及周年视差改正. 但岁差、章动、自行由于观测时间短，可作为常数处理. 具体观测时可利用天体中天时的赤纬值来确定光行差常数，选择 6^h 或 18^h 附近中天的恒星作为观测对象.

2. 根据恒星视向速度测定光行差常数 K

地面上观测者观测到的某颗恒星的视向速度 v_r，是由以下几种因素造成的：

(1)地球绕日运动速度在观测者和恒星连线上投影，用 v_e 表示

$$v_e = v_o[\sin(\lambda_{\odot} - \lambda) + e\sin(\omega - \lambda)]\cos\beta \tag{6.28}$$

其中 v_0 是地球绕日运动平均速度，$(\lambda\beta)$为恒星的黄道坐标；$\lambda_{\odot}$ 是太阳黄经；ω 是地球近日点黄经；e 是地球轨道偏心率.

(2)观测者相对于地心的速度 v_d

$$v_d = -0.465\cos\varphi\ \cos\delta\sin t\ (\text{米/秒}) \tag{6.29}$$

(3)地心运动受月亮和行星摄动产生速度 v_f

(4)太阳中心相对于太阳系质心的速度 v_g

(5)恒星相对于太阳系质心的速度∇_s(它包括银河系较差速度和恒星本动等)

令 $\triangle v_r = v_d + v_f + v_g$

则：$v_r-\triangle v_r=\nabla_x-v_e=\nabla_x-v_o[\sin(\lambda_\odot-\lambda)$

$$+e\sin(\omega-\lambda)]\cos\beta \tag{6.30}$$

根据计算出来的$\triangle v_r$（由于v_f、v_g值很小，实际计算时略去这两项）及实测得到的v_r.反复进行多次观测，用最小二乘法就可解出v_0，根据v_0/c光行差常数K就得到了.为了获得v_r，在一年内不同日期进行观测，特别是当$\lambda_\odot-\lambda$接近±90°时的那些月份.

3.根据测站纬度变化测定光行差常数K

采用泰尔各特方法测纬资料决定光行差常数，可不考虑周日光行差的影响，因为中天观测周日光行差对天体的赤纬无影响.

用泰尔各特测纬资料，可根据一年内的连锁观测结果求出纬度的闭合差$\triangle$，并认为光行差的误差是产生闭合差的原因，有关系式：

$$\triangle K=-\triangle/\sum(m_m-m_e) \tag{6.31}$$

$\triangle K$为光行差常数采用值的改正，m_m，m_e分别对应由早晨和黄昏组观测求得的光行差因子，它是根据周年光行差对恒星赤纬影响公式计算的：

$$m=-[\sin\lambda_\odot\cos\alpha\sin\delta+\cos\lambda_\odot\cos\varepsilon(\mathrm{tg}\varepsilon\cos\delta-\sin\alpha\sin\delta)] \tag{6.32}$$

也可由分析平均纬度φ_0得到光行差常数改正值$\triangle K$，平均纬度$\varphi_0=\varphi_{0bs}-\triangle\varphi$；$\varphi_{ohs}$是由观测得到的纬度值.$\triangle\varphi$是由极移引起的纬度变化，根据柯斯迁斯基公式为：$\triangle\varphi=x\cos\lambda+y\sin\lambda$　其中x、y是地极坐标（由观测确定是已知的），λ是台站的地理经度.

如果根据每个星对中天观测得到一列纬度值，对每一对可写出下式：

$$\triangle\delta=\triangle\varphi+m\triangle K=\varphi_{obs}-\varphi_0 \tag{6.33}$$

其中$\triangle\delta$是星对赤纬采用值的改正，$\triangle\varphi$为纬度变化（极移引起的），$\triangle K$是光行差常数采用值改正.m是光行差因子，由(6.32)决定.φ_0是平均纬度，它是将所有求得的纬度值取算术平均值得到的.上式也可写成：

$$x\cos\lambda+y\sin\lambda+m\triangle K=\varphi_{0bs}-\varphi_0 \tag{6.34}$$

根据上式所建立的方程，就可在(x、y)已知情况下求出$\triangle K$，如果(x、y)未知也可求出地极坐标(x、y)来.

§6.7 光行差改正的相对论效应

参照图 6-8，设地球相对太阳系质心坐标系的坐标为 $\boldsymbol{r}_{\oplus}$；地球运动速度为 $\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}$. 恒星 σ 对于静止的观测者其方向为 S，因观测者随地球一起以速度 $\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}$运动. 光行差效应. 将使恒星朝向点方向(即 $\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}$运动在天球上投影)偏转 θ 角，所见方向为 S'，S' 为视方向.

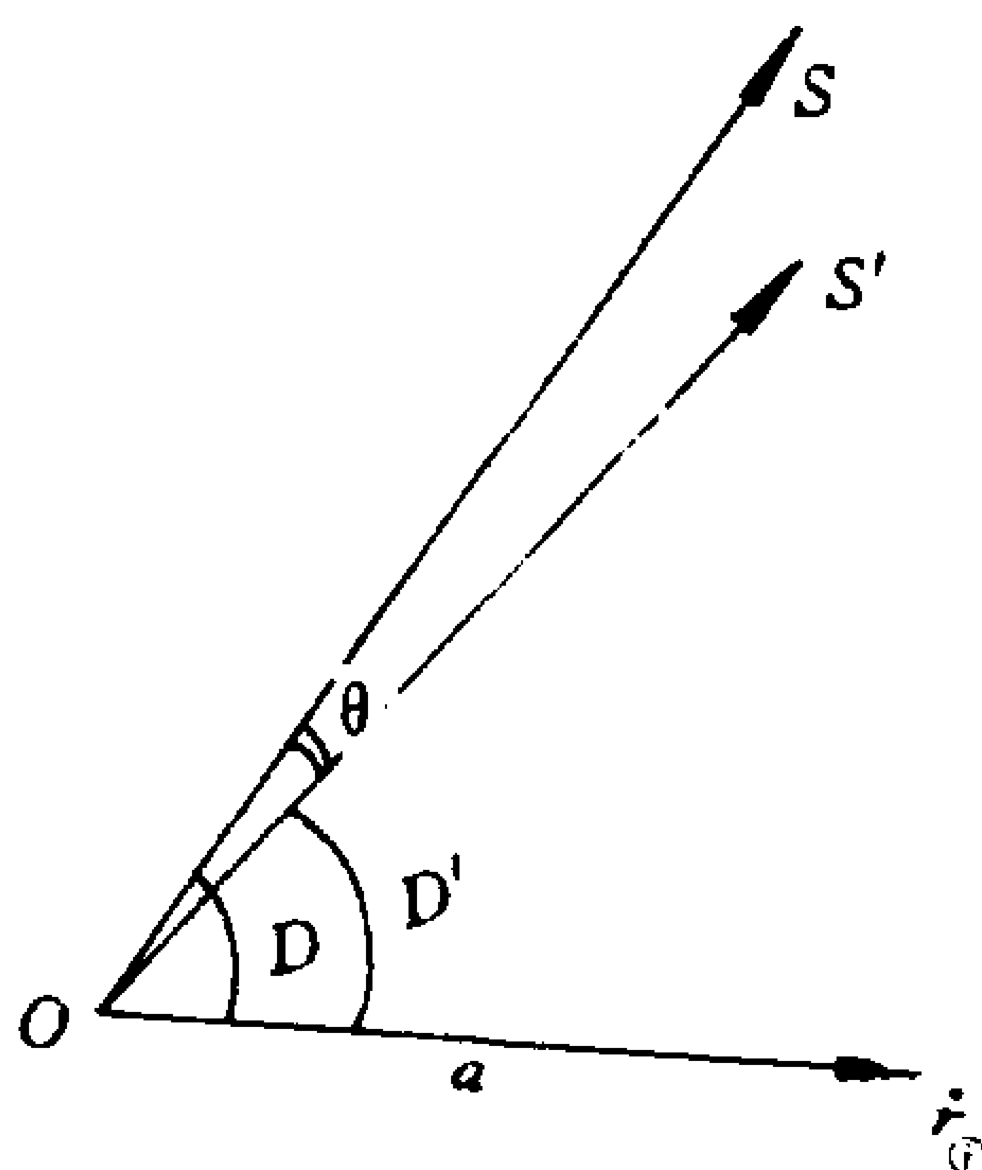


图 6-8

根据经典理论，我们得到的光行差位移表达式为：

$$\sin\theta=\frac{\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}}{c}\sin D=K\sin D \tag{6.35}$$

公式中 $\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}$ 为地球绕日运动速度，c 为光速，D 为真天体方向 S 和向点间夹角. D'是天体视方向 S' 和向点间夹角. 其中：

$$K=\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}/c \tag{6.36}$$

K 为光行差常数.

考虑相对论效应后，光行差位移 θ 的表达式如何呢？为此我们选择两个惯性参考系$\sum$和$\sum'$. 参看图 6-9：在惯性参考系$\sum$中，太阳和恒星相对它均为静止，选择 y 和 z 轴时，使得恒星处于 xy 平面内，地球沿着正 x 轴相对惯性系$\sum$以 $v_{\oplus}$速度运动. 在惯性系$\sum'$中，地球相对它为静止，并且惯性系$\sum'$中三坐标轴分别平行惯性系$\sum$三坐标轴.

由恒星 σ 来的光线在惯性系$\sum$中 x 轴和 y 轴的分量为 u_x、u_y. 它们分别为：

$$\begin{cases} u_x = c\ cosD \\ u_y = c\ sinD \end{cases} \tag{6.37}$$

其中 c 为光速.

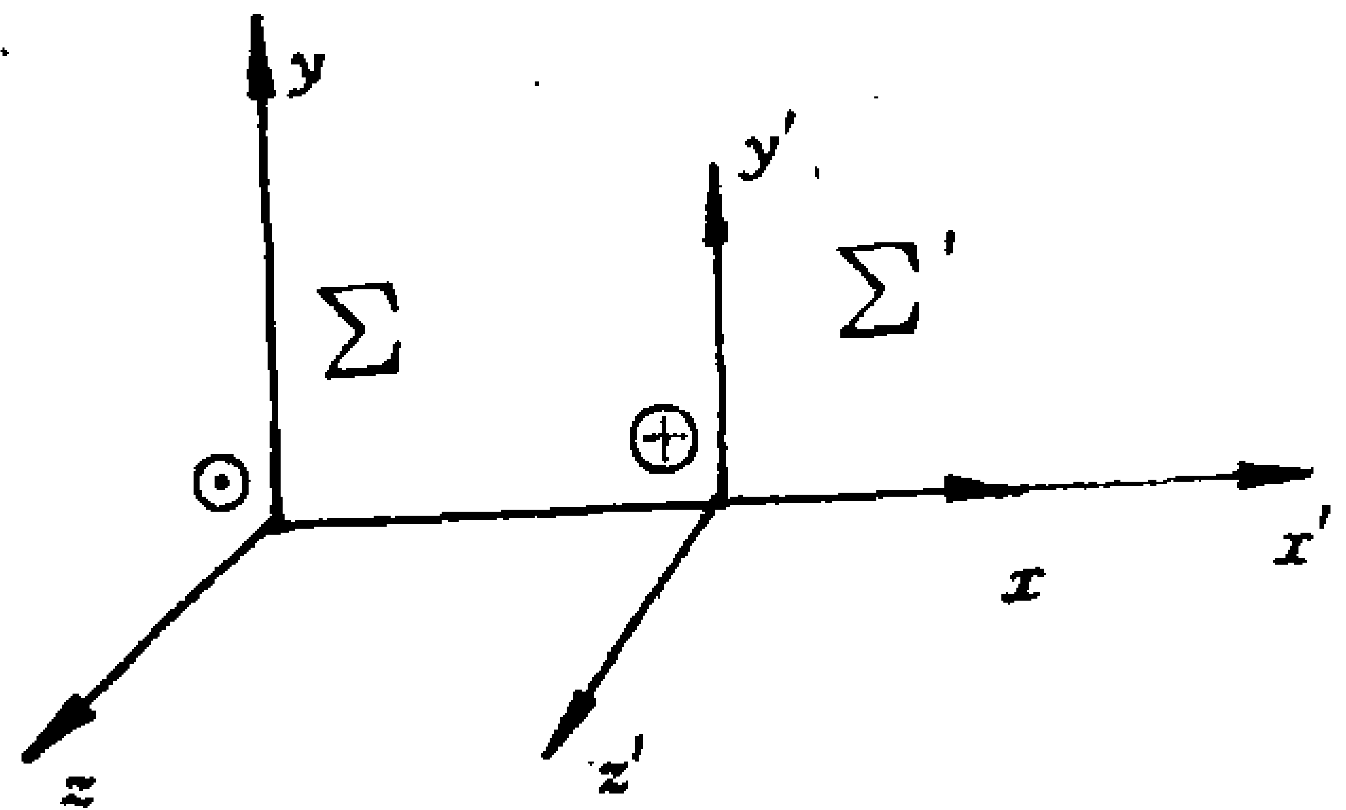


图 6-9

对在惯性系$\sum'$中静止的观测者而言，它所见恒星速度分量为 u_x'、u_y'

$$\begin{cases} u_x' = c\ cosD' \\ u_y' = c\ sinD' \end{cases} \tag{6.38}$$

在相对论理论中，光速 c 为不变量.

根据洛伦兹变换有下列关系式：

$$\begin{cases} \cos D' = \dfrac{\cos D + K}{1 + K\cos D} \\ \sin D' = \sin D\ \dfrac{(1-K^2)^{½}}{1+K\cos D} \end{cases} \tag{6.39}$$

而：$\theta = D - D'$

$$\begin{aligned} \sin\theta &= \sin(D - D') \\ &= \sin D\cos D' - \cos D\sin D' \end{aligned} \tag{6.40}$$

将 $\cos D'$、$\sin D'$表达式代入上式有：

$$\sin\theta = K\sin D - \frac{1}{4}K^2\sin 2D - \frac{1}{4}K^3\sin 2D\cos D \tag{6.41}$$

其中第二项和第三项就是相对论效应，因地球运动速度远远小于光速 c，所以相对论效应修正是更小的量，当忽略 K^2 和 K^3 项时，就是牛顿理论中的光行差现象(经典光行差).

根据 MERIT 工作组的决定，从 1984 年 1 月 1 日起，光行差改正中需加光行差改正的相对论效应. 我国天文台参加了这一国际性

联测计划，因此恒星视位置计算中相应的要引入相对论修正. 计算方法采用空间直角坐标系，对光行差位移通过矢量的偏转，就可得到恒星 σ 经过光行差改正的位置.

参照图 6-10，设已知恒星 σ 的真位置矢量 $\boldsymbol{\rho}$，由于某种原因使 $\boldsymbol{\rho}$ 向着 $\boldsymbol{EA}$ 方向发生偏转而得到视位置矢量 $\boldsymbol{\rho}'$，偏转角为 θ. 令单位矢量为：(偏转只改变方向)

$$\begin{cases}\boldsymbol{S}=\boldsymbol{\rho}/|\boldsymbol{\rho}|=\boldsymbol{\rho}/|\boldsymbol{\rho}| \\ \boldsymbol{S}'=\boldsymbol{\rho}'/|\boldsymbol{\rho}'|=\boldsymbol{\rho}'/|\boldsymbol{\rho}| \\ \boldsymbol{a}=\boldsymbol{EA}/|\boldsymbol{EA}|\end{cases} \quad (6.42)$$

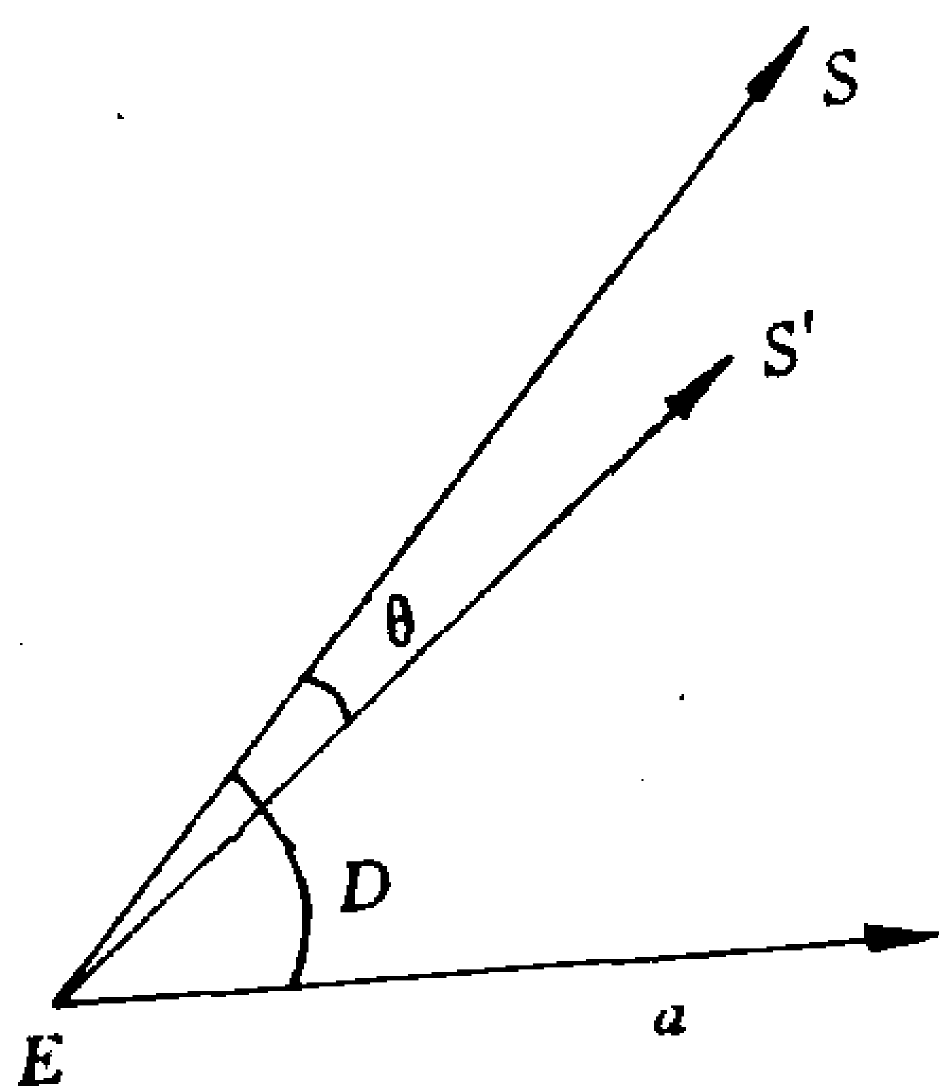


图 6-10

根据三矢量 $\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{S}'$、$\boldsymbol{a}$ 共面条件有关系式：

$$\frac{S\times a}{\sin D}=\frac{S\times S'}{\sin\theta} \quad (6.43)$$

其中：$\sin D=|S\times a|$

根据矢量的三重矢积公式：$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=\boldsymbol{B}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})-\boldsymbol{C}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})$可导出 $\boldsymbol{S}'$和 $\boldsymbol{S}$ 的关系式为：

$$\boldsymbol{S}'=\frac{\sin\theta}{\sin D}a+(\cos\theta-\frac{\sin\theta\cos D}{\sin D})\boldsymbol{S} \quad (6.44)$$

其中：$\sin D=|\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{a}|$，$\cos D=\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{a}$ (6.45)

$\sin\theta$ 由(6.41)式决定，即：$\sin\theta=K\sin D-\frac{1}{4}K^2\sin 2D$

在已知 $\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{a}$ 和 θ 情况下可用(6.41)、(6.44)和(6.45)求得 S'. 进而可得受光行差影响的视位置. 反之，通过类似公式也可求 $\boldsymbol{S}$.

利用矢量的偏转计算周年光行差改正公式整理后为：

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{S}'=\dfrac{\sin\theta}{\sin D}\boldsymbol{a}+(\cos\theta-\dfrac{\sin\theta\cos D}{\sin D})\boldsymbol{S} \\
\cos D=\boldsymbol{S}\cdot a \\
\sin D=|\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{a}| \\
\sin\theta=K\sin D-\dfrac{1}{4}K^2\sin 2D \\
K=\dot{r}_{\oplus}/c
\end{cases}
\tag{6.46}
$$

其中 $\boldsymbol{S}$ 是未受周年光行差影响的天体位置单位矢量，该天体真位置矢量 $\boldsymbol{r}_0$，则有 $S=\boldsymbol{r}_0/|\boldsymbol{r}_0|$；

S' 是受周年光行差影响的天体位置单位矢量，设天体视位置矢量 $\boldsymbol{r}'$，则有 $\boldsymbol{S}'=\boldsymbol{r}'/|\boldsymbol{r}_0|$(因光行差只改变天体的方向，而不受影响天体距离).

$\boldsymbol{a}=\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}/|\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}|$，$\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}$是地球相对太阳系质心的运动速度，可根据行星历表查得 $\boldsymbol{r}_{\oplus}$，再通过数值微分得到. $\boldsymbol{c}$ 为光速，在新天文常数系统中 $c=299792458\times10^5 km/\mathrm{sec}$ 或 $c=1.731446328\times10^2$ 天文单位/日.

受光行差影响后天体位置 $\boldsymbol{r}'$可由下式表达($\boldsymbol{r}_0$ 为初始位置矢量)：

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{r}'&=|\boldsymbol{r}_0|\boldsymbol{S}' \\
&=|\boldsymbol{r}_0|\frac{\sin\theta}{\sin D}a+(\cos\theta-\frac{\sin\theta\cos D}{\sin D})\boldsymbol{r}_0
\end{aligned}
\tag{6.47}
$$

(6.46)和(6.47)式就是计算周年光行差改正公式.

周日光行差改正公式，也是根据矢量的偏转计算的，所依据的公式同周年光行差一样，只是周日运动速度 v_{φ}，向点坐标等与周年光行差不一样. 它的具体表达式是：$\boldsymbol{r}_0$ 为初始位置矢量，$\boldsymbol{r}$ 为受光行差影响后位置矢量

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{r}=|\boldsymbol{r}_0|\boldsymbol{S}' \\
=|\boldsymbol{r}_0|\dfrac{\sin\theta}{\sin D}\boldsymbol{a}+\left(\cos\theta-\dfrac{\sin\theta\cos D}{\sin D}\right)\boldsymbol{r}_0 \\
\sin\theta=K'\sin D-\dfrac{1}{4}(K')^2\sin 2D \\
K'=v_\varphi/C \\
\cos D=\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{a} \\
\sin D=|\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{a}|
\end{cases}
\tag{6.48}
$$

其中 v_φ 是观测者所在处的周日运动速度.

$$
v_\varphi=2\pi(\rho+h)\cos\varphi/T \tag{6.49}
$$

ρ:为观测地的参考椭球体的地心半径

h:观测地海拔高度

φ:为观测地纬度

T:为一恒星日所包含平时秒数 $T=86164.091$ 秒.

因为周日运动永远指向东点,所以周日运动速度方向的单位矢量 $\boldsymbol{a}$ 为:

$$
\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}-\sin S \\ \cos S \\ 0\end{pmatrix} \tag{6.50}
$$

S 为观测时刻地方恒星时.

$\boldsymbol{S}$ 为天体初始位置的单位矢量 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{r}_0/|\boldsymbol{r}_0|$,$\boldsymbol{S}'$ 为受光行差影响后的天体位置单位矢量 $\boldsymbol{S}'=\boldsymbol{r}'/|\boldsymbol{r}_0|$.

§6.8 光行差 e 项改正的计算

1984.0 年以前,恒星光行差改正均采用地球绕日运动为圆轨道情况下的改正. 光行差常数 K 采用地球绕日运动平均速度 v_1 与光速 c 之比($v_1=2\pi a/T\ \sqrt{1-e^2}$)而对显含 e 项的速度 v_2($v_2=ev_1$)则忽

略不计，这样处理是不合理的. 1984.0 年以后，由于观则精度的提高，为了提高计算精度考虑了光行差 e 项改正. 但对 1984.0 年以前处理的资料，天体位置因未考虑光行差 e 项改正，需要加以改正. 下面的讨论将给出具体改正方法.

参看图 6-11；设未受光行差影响的天体位置矢量为 $\boldsymbol{r}_0$，单位矢量为 $\boldsymbol{P}_0$，它与地球绕日运动单位速度矢量 $\boldsymbol{a}$ 之间夹角为 D；将地球绕日运动看成圆轨道时，受光行差影响后的位置矢量用 $\boldsymbol{r}'$ 表示，单位矢量为 $\boldsymbol{p}'$，$\boldsymbol{r}'$ 与 $\boldsymbol{r}$ 间夹角为 θ；考虑光行差 e 项改正后的天体位置矢量为 $\boldsymbol{r}''$，单位矢量为 $\boldsymbol{p}''$，$\boldsymbol{r}''$ 与 $\boldsymbol{r}'$ 间夹角为 θ_e

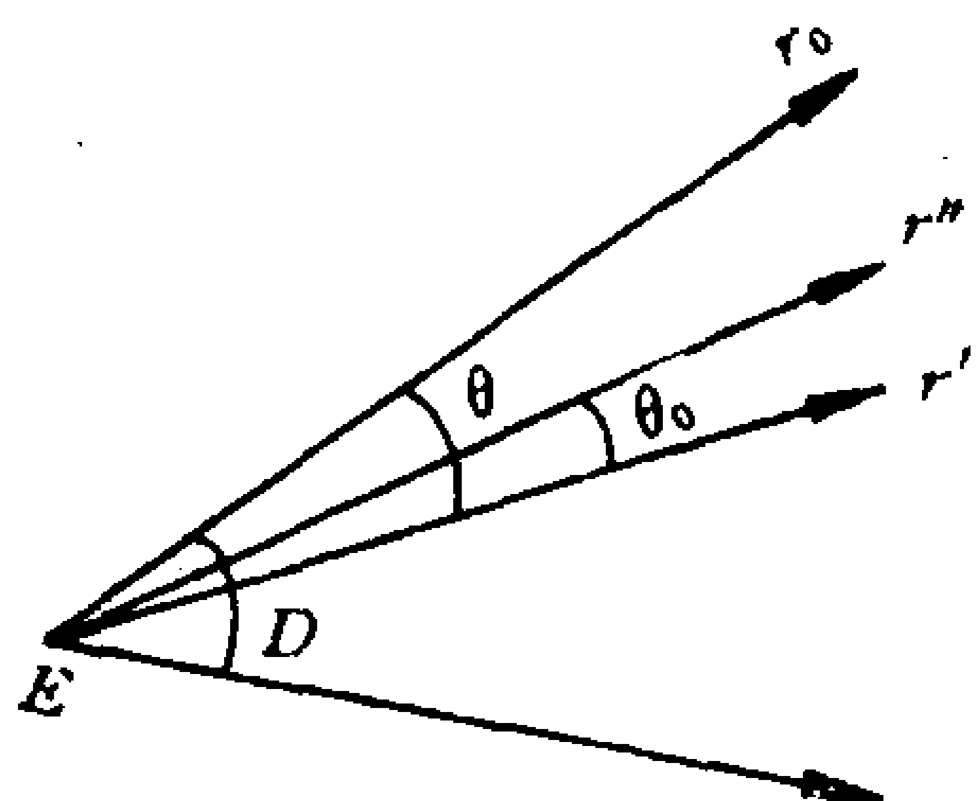


图 6-11

$$\boldsymbol{p}''\times\boldsymbol{p}'=\frac{\sin\theta e}{\sin(D-\theta)}\boldsymbol{p}'\times\boldsymbol{a}=\frac{\sin\theta e}{\sin D'}\boldsymbol{p}'\times\boldsymbol{a} \tag{6.51}$$

其中 $D'=D-\theta$

用 $\boldsymbol{a}$ 右矢乘(6.51)式：

$$(\boldsymbol{p}''\times\boldsymbol{p}')\times\boldsymbol{a}=\frac{\sin\theta e}{\sin D'}(\boldsymbol{p}'\times\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{a} \tag{6.52}$$

整理后有：

$$\boldsymbol{p}''=-\frac{\sin\theta e}{\sin D'}\boldsymbol{a}+\left(\cos\theta e-\frac{\sin\theta e\cos D'}{\sin D'}\right)\boldsymbol{p}' \tag{6.53}$$

(6.53)式中 $\boldsymbol{p}'$ 是考虑圆轨道情况下，恒星周年光行差改正后单位矢量；D' 是它与地球运动方向的单位矢量 $\boldsymbol{a}$ 间夹角.

计算光行差 e 项改正的步骤如下：

因为 $\boldsymbol{r}'=|\boldsymbol{r}'|\boldsymbol{p}'=|\boldsymbol{r}_0|\boldsymbol{p}'$ 为已知，$\boldsymbol{p}'$、$|\boldsymbol{r}'|$ 也为已知，则 $\boldsymbol{r}''=|\boldsymbol{r}'|\boldsymbol{p}''$ 可求.

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{r}''=|\boldsymbol{r}'|\boldsymbol{p}'' \\
\boldsymbol{p}''=-\dfrac{\sin\theta_e}{\sin D'}\boldsymbol{a}+\left(\cos\theta_e-\dfrac{\sin\theta_e\cos D'}{\sin D'}\right)\boldsymbol{p}' \\
\sin\theta_e=K_e\sin D'-\dfrac{1}{4}K_e^2\sin 2D' \\
K_e=eK \\
\sin\theta e=K_e\sin D',\cos\theta_e=1(\because (K_e)^2 \text{ 为二阶小量}) \\
\cos D'=\boldsymbol{p}'、\boldsymbol{a}
\end{cases}
\tag{6.54}
$$

(6.54)式经整理后有：

$$
\boldsymbol{p}''=-eK\boldsymbol{a}+(1+eK\cos D')\boldsymbol{p}' \tag{6.55}
$$

(6.55)式中的 $\boldsymbol{a}$ 是运动速度 v_2 分量的运动方向的单位矢量，它的向点坐标为：

$$
\begin{cases}
\lambda_A=\omega_\odot-90° \\
\beta_A=0
\end{cases}
\tag{6.56}
$$

$\omega_\odot$ 为太阳近地点黄经

$$
\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}\cos\beta_A\cos(\omega_\odot-90°) \\ \cos\beta_A\sin(\omega_\odot-90°) \\ \sin\beta_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sin\omega_\odot \\ -\cos\omega_\odot \\ 0\end{pmatrix} \tag{6.57}
$$

如果采用赤道坐标：

$$
\boldsymbol{a}=\boldsymbol{R}_x(-\varepsilon)\begin{pmatrix}\sin\omega_\odot \\ -\cos\omega_\odot \\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sin\omega_\odot \\ -\cos\omega_\odot\cos\varepsilon \\ -\cos\omega_\odot\sin\varepsilon\end{pmatrix} \tag{6.58}
$$

§6.9 光线引力弯曲效应

光线引力弯曲效应是指从恒星来的光线，在经过太阳引力场时，由于引力作用，光线传播的路径发生偏折，形成曲线的现象.

参照图 6-12，其中⊕代表地球，⊙代表太阳，S 代表天体 σ 方向，由于太阳引力作用，使从天体来的光线，在投向地球的过程中，在⊕、

⊙、S 所决定的平面内，朝太阳方向产生一个偏转，然而从地球上所见恒星方向则是这条曲线的切向方向 ⊕S'；⊕S'与⊕S 间来角为 φ，φ 角就是恒星光线引力弯曲产生的偏转角. 问题是如何得到 φ 角的大小. 早在 1801 年 Soldner 就曾用牛顿力学计算过这个偏转角，他以双曲线轨道计算得 $\varphi=2GM_{\odot}/c^2R_m$　式中 G 为引力常数，$M_{\odot}$ 为太阳质量，R_m 为光线离太阳中心最短距离. 当把 G、$M_{\odot}$、太阳半径 R 代入上式，得到 φ 角为 0″. 875.

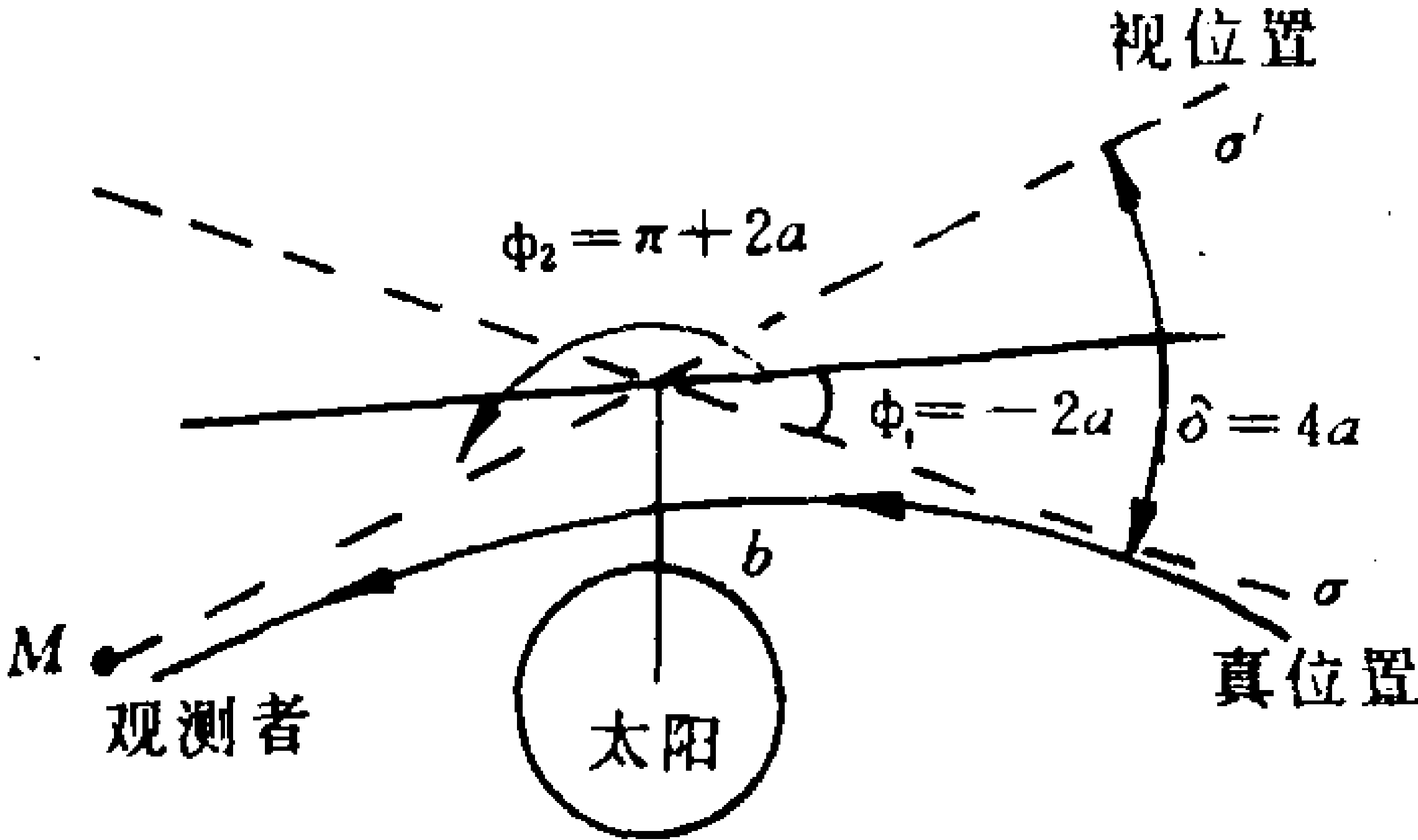


图　6-12

爱因斯坦广义相对论预言：恒星光线经过太阳引力场最大偏转角为 1″. 7，刚好是用牛顿引力定律求得偏转角的 2 倍. 1919 年英国的 F・W・戴森、A・S・爱丁顿等人通过该年 5 月 29 日一次日全食机会，观测太阳周围恒星位置，证实恒星光线经过太阳引力场后沿曲线传播现象，而且恒星光线引力偏转，观测值和理论上预言值符合得相当好. 两个日全食观测队分别给出的结果为：1″. 95 和 1″. 61. 科学技术发展的今天：我们可以不必在日全食时观测，用射电干涉方法就可以测量恒星光线在太阳引力场中的弯曲现象. 现代测定值为 1″. 761±0″. 01. 进一步证实爱因施坦广义相对论理论的正确性.

根据爱因斯坦广义相对论：引力场中自由粒子运动的短程线方程、光速不变原理等，求得偏转角 $\varphi=4M_{\odot}G/c^2R_{\odot}$，当恒星从太阳边缘穿过时，最大偏转角为 1″. 75. 偏转角 φ 的大小随天体 σ 到地球和太阳到地球二者之间张角 D 而变化（参看图 6—12），其变化规律如

下表：

D	0°16′	1°	5°	10°	45°	90°	135°	165°
φ	1″.7498	0″.4666	0″.0934	0″.0469	0″.0108	0″.0041	0″.0007	0″.000

上述变化规律，可用下式表达：

$$\theta=0''.00407\,\frac{1+\cos D}{\sin D} \tag{6.59}$$

其中 $\theta''.00407$ 是 $D=90°$时的偏转值.

实际工作中，计算恒星光线引力弯曲对天体坐标影响改正，就是根据(6.59)式完成的，具体计算步骤和所用公式如下：(参看图 6-12)

其中：$\boldsymbol{r}$ 为已知天体位置矢量，$\boldsymbol{S}$ 为天体位置的单位矢量

$$\boldsymbol{r}=\frac{206265''}{\pi''}\begin{pmatrix}\cos\delta\cos\alpha\\ \cos\delta\sin\alpha\\ \sin\delta\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{S}=\begin{pmatrix}\cos\delta\cos\alpha\\ \cos\delta\sin\alpha\\ \sin\delta\end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{r}'$是受引力弯曲影响后的天体位置矢量，$\boldsymbol{S}'$为单位矢量

根据它们之间转换关系，需要下列关系式

$$\begin{cases}\boldsymbol{r}'=|\boldsymbol{r}|\boldsymbol{S}'\\ \boldsymbol{S}'=-\dfrac{\sin\theta}{\sin D}\boldsymbol{a}+\left(\cos\theta-\dfrac{\sin\theta}{\sin D}\cos D\right)\boldsymbol{S}\\ \theta=0''.00407\,\dfrac{1+\cos D}{\sin D}\\ \sin D=|\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{a}|\\ \cos D=\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{a}=\boldsymbol{r}_{\oplus}/|\boldsymbol{r}_{\oplus}|\\ \boldsymbol{r}_{\oplus}\text{是地球的日心坐标值，由历表得到}\end{cases} \tag{6.60}$$

这是一组已知 $\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{s}$ 求 $\boldsymbol{r}'$ 的表达式，如果已知 $\boldsymbol{r}'$ 求 $\boldsymbol{r}$ 将通过 $\boldsymbol{s}=\frac{\sin\theta}{\sin D}\boldsymbol{a}+(\cos\theta+\frac{\sin\theta\cos D}{\sin D})\boldsymbol{s}'$ 得到.

§6.10 行星光行差

上面几节讨论了恒星由于光速是有限值，观测者本身具有一定的空间速度而引起的光行差位移，对恒星坐标的影响. 对行星、太阳、人造卫星等一类天体，由于它们空间位移显著；同时要知道某一瞬间在轨道上位置，需要考虑光速 c 传播需要时间(光行时)的影响，这类光行差现象称为行星光行差. 行星光行差对天体位置影响的讨论与恒星光行差不同.

参看图 6-13，假定 t_0 瞬间，天体真位置为 P_0，地球上观测者处于 E_0 位置，光从天体射至地球所需时间为 τ，τ 称为光行时. 经过时间 τ 以后，即在瞬间 $t=t_0+\tau$ 时，星光传到地球. 在这期间，地球观测者由 E_0 移到 E，行星由 P_0 移到 P. 因此，t_0 时天体真方向为 $\boldsymbol{E_0p_0}$，t 时天体真方向为 $\boldsymbol{EP'}$.

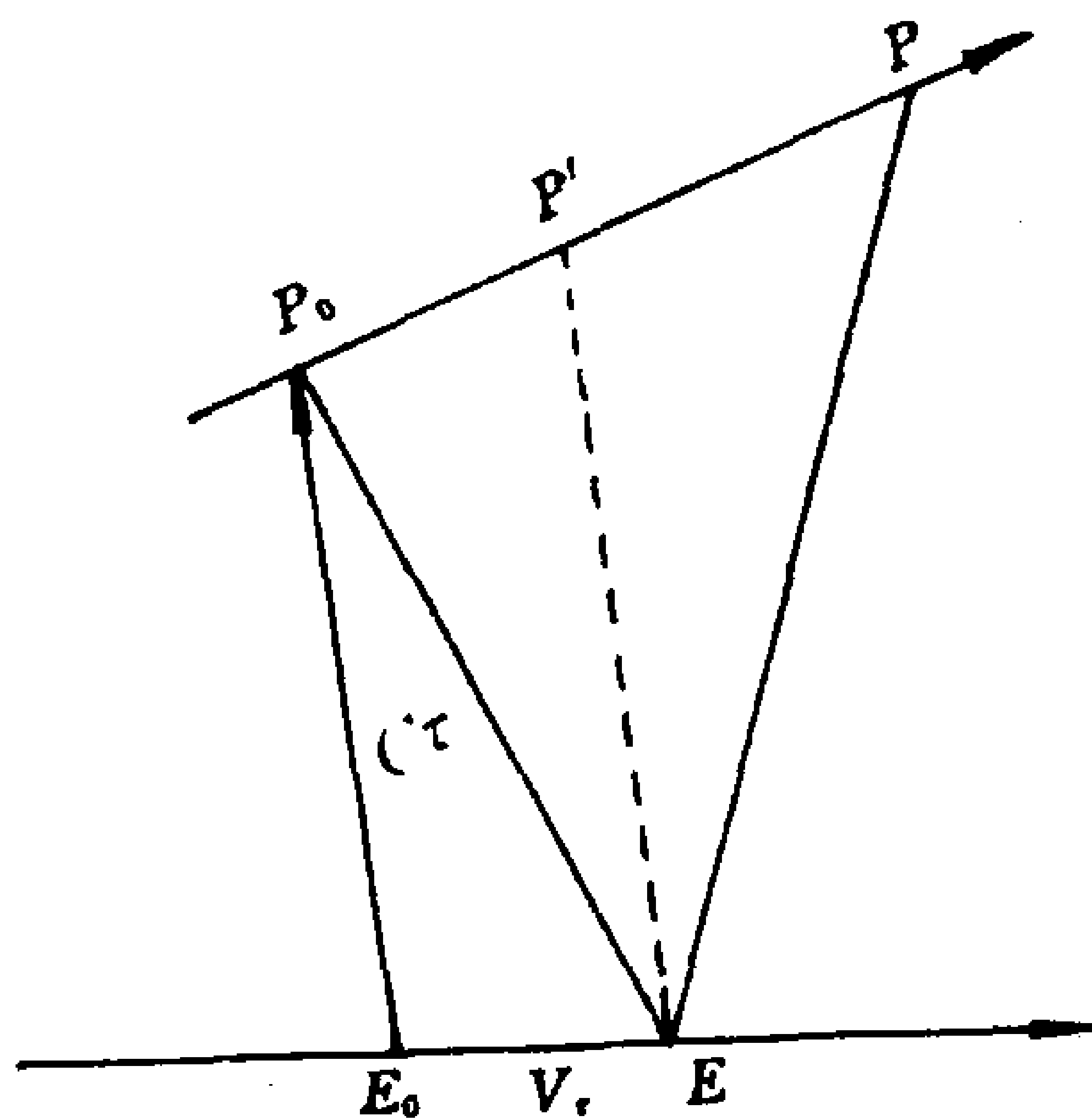


图 6-13

位于 E 的观测者所接收到的光是在相隔 τ 以前从 p_0 发出来的，假定观测者在瞬间 t 时速度为零，则他认为天体真方向就是 EP_0. 然而观测者以速度 v 运动，根据恒星光行差的讨论，天体的方向将朝向点方向移至 $\boldsymbol{EP'}$. (P' 不一定在 P_0 与 P 连线上)因此，在

瞬间 t 时,观测者所见天体的视方向为 $\boldsymbol{EP'}$.

在图 6-13 中,根据恒星光行差的定义,显然$\angle P_0EP'$就等于恒星光行差并有 $EP_0=\tau\cdot c$　　$E_0E=\tau\cdot v$ 从而导出:

$$\sin\angle P_0EP'=\frac{v}{c}\sin\angle P'EA=\frac{E_0E}{EP_0}\sin\angle P'EA$$

由三角形 P_0E_0E 可得:

$$\sin\angle E_0P_0E=\frac{\overline{E_0E}}{\overline{EP_0}}\sin\angle P_0E_0E$$

由此可导出:$\dfrac{\sin\angle P_0EP'}{\sin\angle P'EA}=\dfrac{\sin\angle E_0P_0E}{\sin\angle P_0E_0E}$

又因:$\angle P_0EP'+\angle P'EA=\angle E_0P_0E+\angle P_0E_0E$

所以有:$\angle P_0EP'=\angle E_0P_0E$; $\boldsymbol{EP'}\parallel\boldsymbol{E_0P_0}$

(注:若 $\sin A/\sin B=\sin C/\sin D$,且有 $A+B=C+D$,则 $A=C,B=D$)

即然方向 $\boldsymbol{EP'}$平行于方向 $\boldsymbol{E_0P_0}$,则两者指向天球上同一点,由此得出结论:天体在 t 时的视方向(视位置),就是 $t-\tau$ 时刻的真方向(真位置).

光行时 τ 可根据天体的地心距离计算出来,设一天文单位的长度为 a,光速为 c。则有:

$$\tau=\frac{D}{c}=\frac{a}{c}\frac{D}{a}$$

其中$\frac{a}{c}$为光行一天文单位的时间,称天文单位的光行时,用 τ_a 表示,τ_a 是天文常数系统中的一个基础常数. IAU1976 年天文常数系统中的天文单位光行时 $\tau_a=499^s.004782$. D/a 是以天文单位为单位的天体至地心距离,用 D 表示.

则 $\tau=\tau_a\cdot D=499^s.004782D$

欲求行星在瞬间 t 时的真位置,有两种方法:其一:在 $t+\tau$ 瞬间测定其视位置,所得结果就是 t 时真位置. 其二,若已知行星的每日视运动速度 n,那么行星在时间 t 内运动应为 $\tau\cdot n$. 因为 t 时的真位

置等于 $t-\tau$ 时的真位置加上 τ 期间的运动，而 $t-\tau$ 时的真位置即为 t 时视位置，所以有：

$$t\text{ 时真位置}=t\text{ 时视位置}+\frac{499^{s}.004782D}{86400}n \qquad (6.61)$$

对于人造卫星，常称为卫星光行差. 它的光行时 $\tau=d/c$，d 为卫星的斜距. 它引起赤道坐标变化为

$$\triangle\alpha=\dot{\alpha}\tau$$

$$\triangle\delta=\dot{\delta}\tau\ (\dot{\alpha}\dot{\delta})\text{为卫星位置的变化率}$$

对于太阳，由于太阳在黄道上(太阳黄纬近似等于零). 周年光行差向点在太阳以西 90°地方，也位于黄道上，因此周年光行差对太阳的黄纬影响可忽略不计，只是对太阳黄经有影响. 太阳光行差实际上是指周年光行差对太阳黄经的影响. 同样对于处在黄道上天体，也只影响黄经.

太阳光行差的求法如下：和行星一样，某一瞬间 t 时我们所见太阳的视位置等于它在 $t-\tau$ 瞬间的真位置，也就是 t 瞬间太阳视黄经等于 $t-\tau$ 瞬间的太阳真黄经.

根据开普勒第二定律导出来的：$r^2\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}=na^2\sqrt{1-e^2}$，

$$r^2\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}=v_1a(1-e^2)$$

可得太阳周年运动的角速度为：$\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}=\dfrac{v_1}{r^2}a(1-e^2)$

太阳的光行时 $\tau=r/c$，在 τ 期间太阳黄经的变化$\triangle\lambda$ 为：

$$\begin{aligned}\triangle\lambda&=\tau\mathrm{d}f/\mathrm{d}t\\&=\frac{r}{c}\quad\frac{v_1}{r^2}a(1-e^2)\\&=\frac{v_1}{c}\cdot\frac{a}{r}(1-e^2)\qquad\left(\frac{v_1}{c}=K\text{ 光行差常数}\right)\\&=20''.49552\,\frac{a(1-e^2)}{r}\end{aligned}$$

若 a、r 都以天文单位为单位时，则 $a=1.00000023$ 很接近于 1，

$e=0.0167$ 所以上式可写成：

$$\triangle\lambda=20''.499552/r$$

因此有：

$$t\text{ 瞬间太阳真黄经}=t\text{ 瞬间太阳视黄经}+\frac{20''.49552}{r} \quad (6.62)$$

第七章　岁差和章动

§7.1　岁差和章动基本概念

前三章，我们分别讨论了地球大气、观测者在空间的状态(包括位置和速度)对观测天体位置的影响．分别引出了大气折射改正(蒙气差)：视差和光行差的改正．所有这些改正都是建筑在量度天体位置的天球坐标系是固定不变的．然而根据大量天文观测和天体运动理论的研究，这种假定是不成立的．我们所定义的天极 P 和天赤道 $\widehat{QQ'}$，黄极 Π 和黄道 $\widehat{EE'}$ 以及春分点 Υ 都有以恒星为背景的运动．因此，以它们为基本点和基本圈的赤道坐标系，黄道坐标系就会随时改变着它们在天球上位置．即使天体不受任何影响，它的坐标值也会因天球坐标系的基本点、圈在空间运动而变化．天球上这些点、圈的变化是地球在空间运动状态受其它天体摄动的结果，并非是因地球自转而引起的点圈周日视运动．由于天球坐标系随时间 t 变化，而引起的天体坐标值的不同，这种现象统称为岁差、章动．

参看图 7-1，假定地球的形状是轴对称的扁球体，将地球分成三部分，中心为正球体，质量中心为 C，对称两部分质心为 C_1 和 C_2．假定地球的卫星月亮，也和太阳一样均处在黄道上．由于黄道和赤道存在着夹角(23.°5)月球对地球赤道隆起部分引力形成力偶 AG，$A'G'$．由于 $A'G'<AG$ 产生旋转力矩 F，由里往外．它和地球的周日旋转力矩 CP．合成以后使得自转轴 PP' 在空间绕着黄轴〔通过南北二黄极的连线〕产生进动，方向从北黄极看来是顺时针的．(图见下页)

周期 26000 年．由于天极 P 绕黄极的周期运动，造成春分点 Υ

每年西移 $50''.2564$，这种由月球和太阳而引起的地轴进动只引起天极绕黄极的运动，而不改变黄赤交角. 天极 P 沿着垂直于 $\widehat{\Pi P}$ 大圆弧

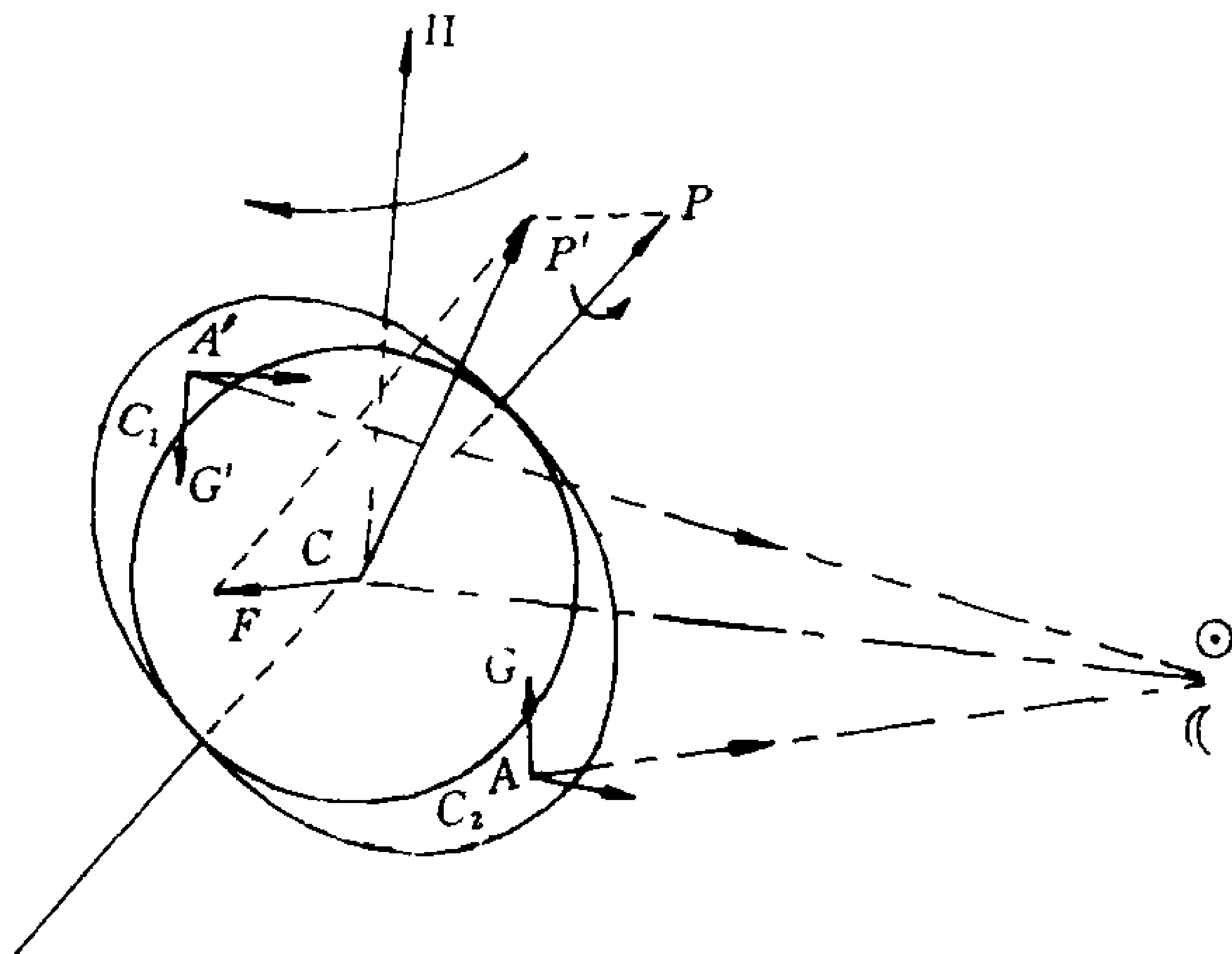


图 7-1

运动. 这是理想状态下的天极 P 运动情况，事实上月球并不在黄道上，它和黄道夹角称为白黄交角为 $5°09'$. 白道和赤道之间的夹角在 $23°.5\pm5°09'$ 范围内变化. 太阳一年内穿过赤道两次，因此有时在赤道以南，有时在赤道以北. 月亮每个月过赤道两次. 所有这些都将引起月亮、太阳对地球引力的变化. 因此天极绕黄极运动并非是理想状态下的运动，而是在理想状态(平均运动)运动上又附加摆动，摆动的最大振幅为 $9''.20$，周期 18.6 年.

为了研究的方便，人们把地球在外力作用下〔主要是月亮、太阳〕而产生的自转轴在空间运动状态分成两部分，一部分是长周期(26000 年)平均运动称为岁差；一部分是附加在平均运动上的短周期摆动称为章动. 参看图 7-2(图在下页).

在外力作用下，地球自转轴在地球本体内也要发生变化. 地球自转轴在地球本体内的运动称为地极移动，简称为极移. 地极移动不改

变天极 P 在空间的取向，它只影响地面各点的地理经纬度.

岁差、章动和极移是地球在外力作用下(月亮、太阳)“定点”转动这一整体运动中的不同表现形态.同时在外力作用下，地球自转角速度的大小也将发生变化，这种变化称为地球自转速率的不均匀性.

岁差、章动、极移和地球自转速率不均匀性构成了地球自转理论的基本课题.

本章只讨论岁差、章动的现象及其对天体坐标的影响.

为了描述天球一些点圈随时间的变化，引入下述一些基本概念：

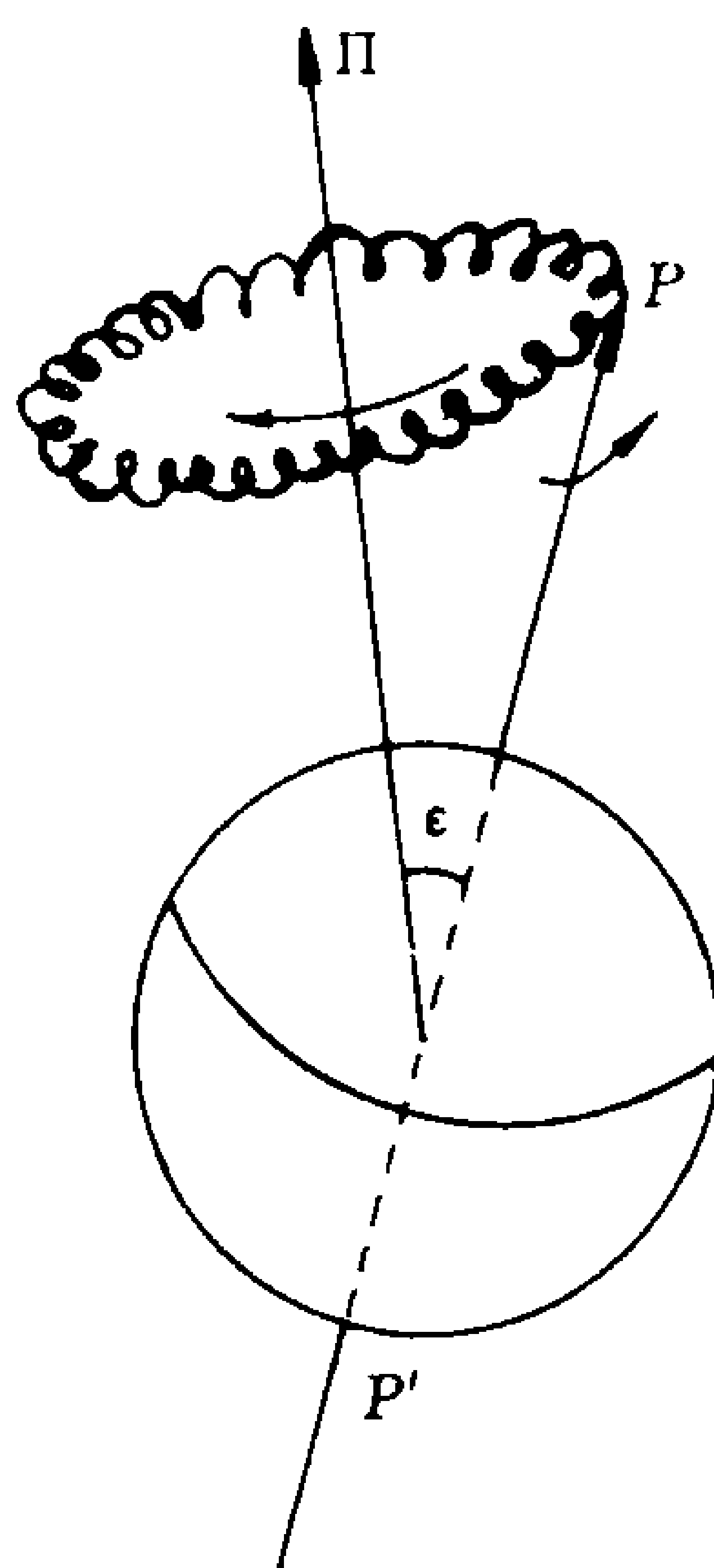


图 7 2

真天极和平天极：某一瞬间，实际的天极就称为真天极.平天极，它是这样的一点，它绕黄极顺时针转动(从北黄极看)，与黄极角距等于黄赤交角 ε，周期 26000 年，具有这样运动的一点，某一瞬间在天球上的位置就是该瞬间的平天极.或者说只有岁差运动的天极.

真赤道和平赤道：某一瞬间的真天极所对应的天赤道就称为该瞬间的真赤道；某一瞬间的平天极所对应的天赤道就称为该瞬间的平赤道.

真春分点和平春分点：黄道对某一瞬间的真赤道的升交点就称为该瞬间的真春分点；黄道对某一瞬间的平赤道的升交点就称为该瞬间的平春分点.

真位置和平位置：由某一瞬间 t 时的真天极、真赤道、真春分点所建立起来的天球坐标系称为该瞬间天球真坐标系.天体某一瞬间

在真坐标系中的位置称为该瞬间真位置.天体的平位置(某一瞬间)是指该天体在同一瞬间天球平坐标系中的位置.平坐标系是由同一瞬间的平天极、平赤道、平春分点所建立起来的天球坐标系.

§7.2 日月岁差、行星岁差、总岁差

一、日月岁差

岁差通常以春分点 Υ 在天球上运动来描述:由于外力的作用(包括月球、太阳、行星)造成黄道和赤道的空间位置变化,使得春分点 Υ 沿着黄道迎着太阳运动,而出现回归年比恒星年短的现象,称为岁差.

日、月岁差是在日、月引力作用下,平春分点沿着黄道西退引起的岁差现象,称为日月岁差.

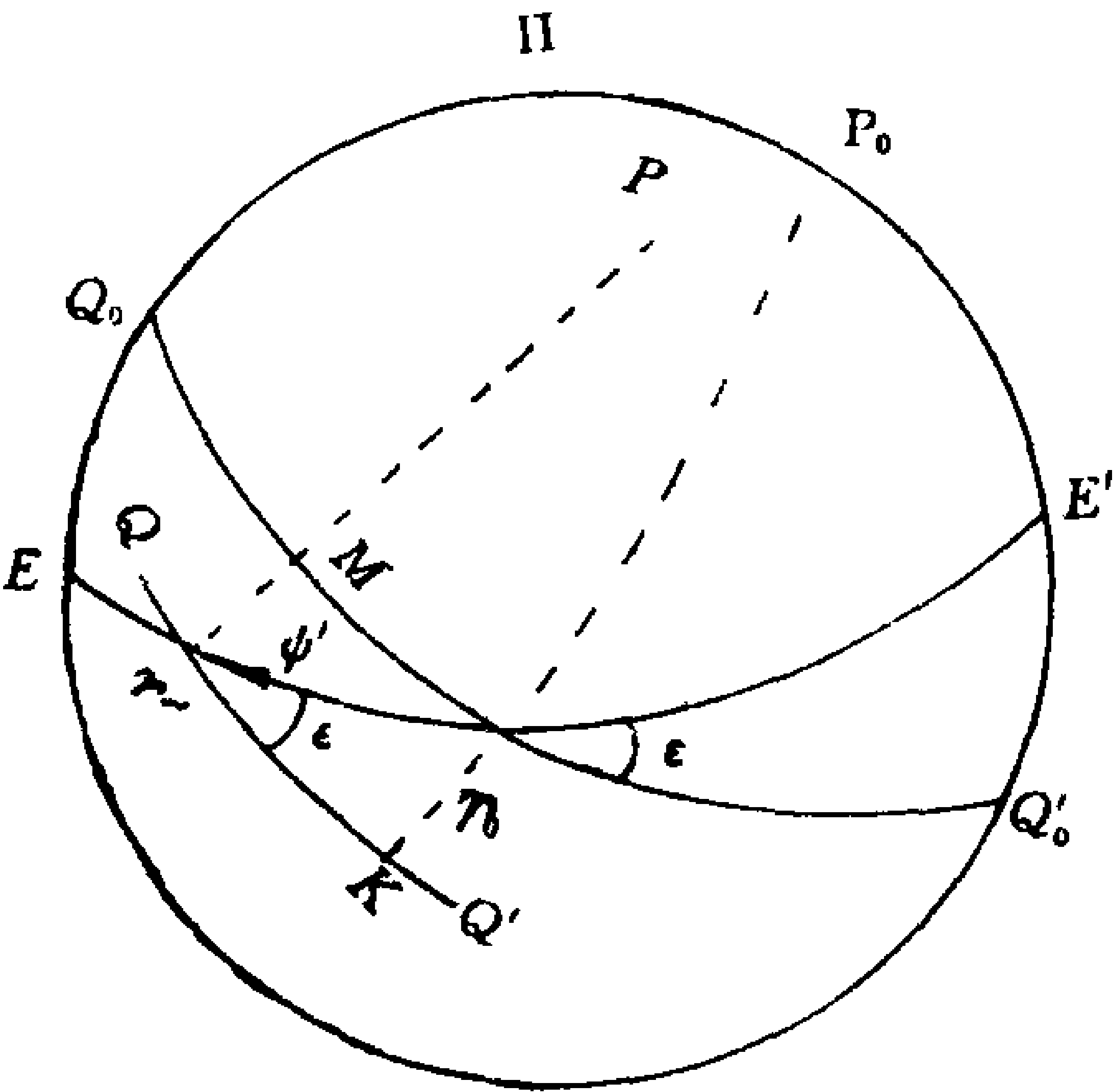


图 7-3

参看图 7-3,设 P_0、Υ_0、$\widehat{Q_0Q_0'}$ 为 t_0 时的平北极,平春分点和平赤道. Π,$\widehat{EE'}$ 为该瞬间的北黄极和黄道.由于日月岁差的影响,瞬间 t 时平天极、平赤道位移到 P 和 $\widehat{QQ'}$;平春分点则沿黄道位移到 Υ'.其运动方向正好与太阳周年视运动方向相反.

纽康(Newcomb)根据大量恒星视位置的研究，得到平天极运动线速度 n：

$$n=20''.0468-0''.0085T \tag{7.1}$$

n 的单位为角秒/年，T 是从 1900.0 年起算的回归世纪数. 设某一瞬间的儒略日为 J. D. 则对应该瞬间的 T 为

$$T=\frac{\text{J. D}-2415020.3135}{36524.22} \tag{7.2}$$

平天极的运动方向：在任意瞬间，平天极总是沿着同连接该瞬间的黄极 Π 和平极 P 的大圆$\overset{\frown}{\Pi P}$正交的大圆运动. 换句话，就是说平极运动方向总是指向该瞬间的平春分点.

由于日月岁差的影响，使得平赤道、平春分点不断地改变位置，故天体的赤道坐标(α、δ)和黄经 λ 也不断变化，但黄道不动，所以天体的黄纬不变.

平天极绕黄极运动的角速度为：

$$\psi'=50''.3708+0''.0050T \qquad \text{(角秒/年)} \tag{7.3}$$

T 为从 1900.0 起算的回归世纪数.

ψ' 也是平春分点在黄道上运动的速度. 春分点的运动，使得所有天体的黄经将以同样的速度增加，故 ψ' 又称黄经日月岁差.

参看图 7-3，将平春分点在黄道上运动 ψ' 分解成：一个沿$\overset{\frown}{r_0M}$(M 为大圆$\overset{\frown}{Pr}$和$\overset{\frown}{Q_0Q'}$的交点)方向；一个分量沿与赤道垂直的方向 r_0K (K 为大圆$\overset{\frown}{P_0r_0}$与$\overset{\frown}{QQ'}$的交点). $\overset{\frown}{r_0M}$即平春分点运动在赤道上的投影，因 ψ' 很小，所以有$\overset{\frown}{r_0M}=\psi'\cos\varepsilon$；$\overset{\frown}{r_0K}=\psi'\sin\varepsilon$.

由线速度和角速度的关系可知 $n=\psi'\sin\varepsilon$.

根据$\begin{cases}\overset{\frown}{r_0M}=\psi'\cos\varepsilon & \text{沿赤道的分量}\\ \overset{\frown}{r_0K}=\psi'\sin\varepsilon & \text{沿赤经圈的分量}\end{cases}$可知：

所有天体的赤经都以 $\psi'\cos\varepsilon$ 的速度增加，但由于平天极的运动，天体的赤经圈也要变化，由于天体所处天球上位置不一样，所以不同天

体的赤经变化速度是不相等的，但都有一个共同的速度 $\psi'\cos\varepsilon$，故称 $\psi'\cos\varepsilon$ 为赤经日月岁差.

由于 $n=\psi'\sin\varepsilon$ 即平极运动线速度，它的方向时刻指向平春分点，造成平赤道必然以相应速度 n 绕某一轴线旋转. 这一轴线为过赤道上赤经为 6^h 和 18^h 的两点. 因此，对赤经 $\alpha=0^h$ 的所有天体，其赤纬 δ 以相同速度 n 增大. 对于赤经 $\alpha=12^h$ 的所有天体赤纬则以速度 n 减小. 而 $\alpha=6^h$ 和 18^h 的天体其赤纬不变. 通常称 n 为赤纬日月岁差，或称赤纬总岁差.

二、行星岁差

由于行星的摄动，地球绕日公转轨道面(即黄道面)在空间也不是固定不变的，而是绕一瞬时轴线旋转，旋转方向从天球外向春分点看去为顺时针. 同时瞬时旋转轴线在瞬时黄道面内还有缓慢地运动. 由于行星的摄动，引起的春分点位移而形成的岁差现象称为行星岁差.

由于行星摄动而引起黄道在空间的运动，可用北黄极的运动方向和速度来描述：

任意瞬间，北黄极速度为

$$\pi=0''.4711-0''.0007T \tag{7.4}$$

π 的单位为角秒/年，T 是从 1900.0 年起算的回归世纪数. 北黄极运动方向：总是向着与连接该瞬间的北黄极和平北极的大圆 $\overset{\frown}{\Pi P_0}$ 成 N 角的方向运动. N 的大小为

$$N=6°02'.94-54.'77T \tag{7.5}$$

T 的意义同上.

参看图 7-4，Π_0，$\overset{\frown}{E_0E_0'}$ 为 t_0 时的北黄极和黄道；Π，$\overset{\frown}{EE'}$ 为 t 时的北黄极和黄道. 黄道瞬时旋转轴近春分点的一交点 D 和春分点的距离 $\overset{\frown}{D\Upsilon_0}$ 等于 N. 即 D 点的黄经等于 $360°-N$. 黄道绕其瞬时转动轴旋转的速度即黄极运动速度 π.

定义 D 点为 t 瞬间黄道$\overset{\frown}{EE'}$对 t_0 黄道$\overset{\frown}{E_0E_0'}$的降交点，与 D 相对的一点 D'称为升交点．据此升交点黄经 Π 等于 $180°-N$（自 Υ_0 起算）有：

$$\Pi=173°57'.06+54'.77T \tag{7.6}$$

由于行星岁差的影响，春分点 Υ_0 沿着平赤道位移到 Υ_1 黄赤交角 ε_0 变化成 ε，由于黄道面空间位置的变化，天体的黄经圈也要发生变化．

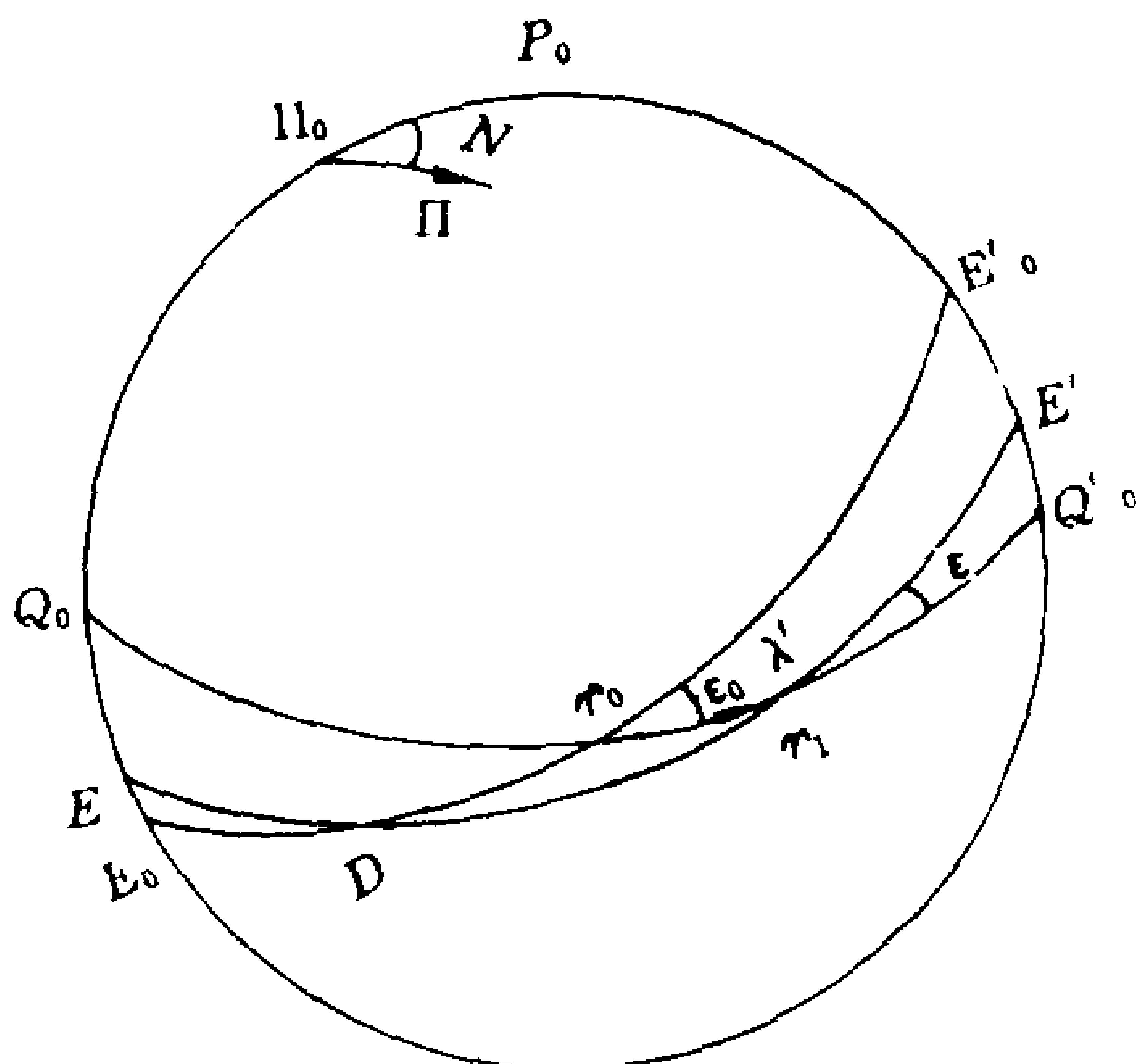


图 7-4

春分点沿赤道运动速度为：

$$\lambda'=0''.1247-0''.0188T \tag{7.7}$$

单位为角秒/年，T 为从 1900.0 年起算的回归世纪数．λ'是根据天体运动规律，通过理论公式解出来的．

行星岁差使所有天体的赤经都以 λ'速度减小．因此，通常称 λ'为赤经行星岁差．

行星岁差引起的黄赤交角变化为

$$\varepsilon=23°27'08''.26-46''.845T-0''.0059T^2+0''.00181T^3 \tag{7.8}$$

黄赤交角 ε 也是一个天文常数．在 IAU1974 年天文常数中，ε 取值为 $\varepsilon=23°27'08''.26$ 使用到 1983 年底．从 1984.0 年开始采用 IAU1976 年天文常数系统其值为 $\varepsilon=23°26'21''.448$（对应标准历元 J2000.0）．

三、总岁差

参照图 7-5，这是日、月岁差，行星岁差综合作用下，春分点的运动情况.

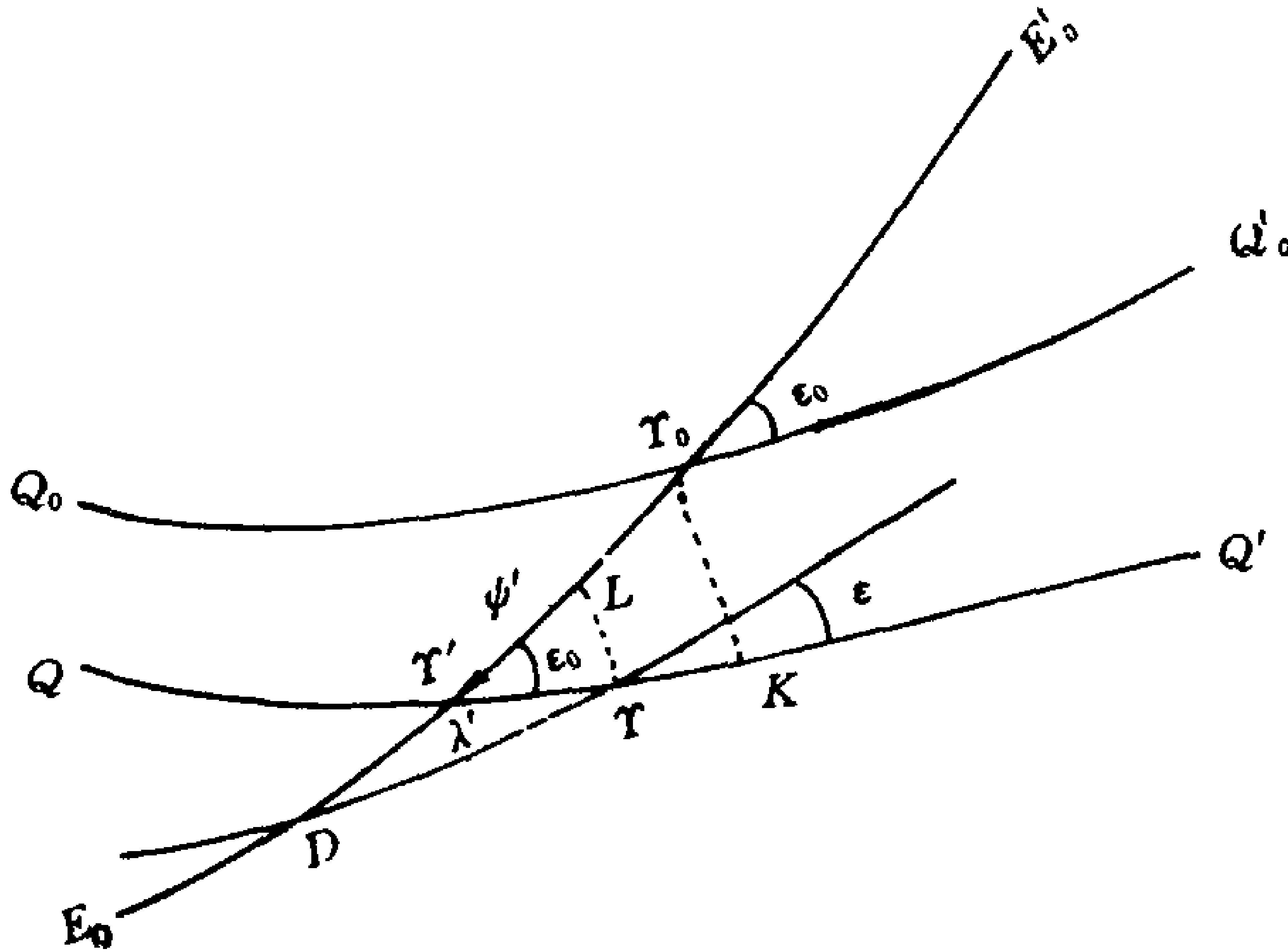


图 7-5

设 t_o 时黄道、平赤道、平春分点为$\overparen{E_oE_o'}$，$\overparen{Q_oQ_o'}$，Υ_0；t 时对应的位置为$\overparen{EE'}$，$\overparen{QQ'}$，Υ；Υ'是 t 时平赤道$\overparen{QQ'}$与 t_0 时黄道$\overparen{E_0E_0'}$的交点.

根据日、月岁差和行星岁差对春分点的影响有：$\overparen{r_0r'}=\psi'$；$\overparen{r'r}=\lambda'$.

作 rL 垂直于E_oE_o'，$\overparen{\Upsilon' L}$则为 λ' 在$\overparen{E_oE_o'}$上投影. 在日月岁差和行星岁差的综合影响下，平春分点在黄道上的运动速度为：

$$l=\psi'-\lambda'\cos\varepsilon=50''.2564+0''.0222T \qquad (7.9)$$

l 称为黄经总岁差，T 是从 1900 年起算回归世纪数.

$\lambda'\sin\varepsilon=\theta$ 称为黄纬总岁差.

作$\overparen{\Upsilon_0K}$垂直于$\overparen{QQ'}$，则$\overparen{\Upsilon' K}$为赤经日月岁差 $\psi'\cos\varepsilon$，因此有：在日

月岁差和行星岁差综合影响下，平春分点在赤道上运动速度为：

$$\begin{cases} m=\psi'\cos\varepsilon-\lambda' \\ m=46.''0851+0''.0279T \\ \quad =3^s.07234+0^s.00186T \end{cases} \tag{7.10}$$

m 称为赤经总岁差

$\psi'\sin\varepsilon=n$　n 称为赤纬总岁差.

由(7.9)式可知，在岁差的影响下平春分点 ♈ 每年在黄道上以和太阳周年视运动相反的方向移动约 50″.3. 我们知道：太阳连续两次过春分点的时间间隔为一回归年；(一回归年长为 365.2422 平太阳日)而太阳连续两次过黄道上固定点的时间间隔为一恒星年.(一恒星年长为 365.2564 平太阳日)回归年和恒星年之差，就是平春分点在黄道上运动所造成的. 使得回归年短于恒星年，这也是岁差之名的由来.

从 1896 年以来，各国天文年历一直采用纽康确定的岁差常数值. 根据国际天文学会(IAU)大会的决议：从 1984.0 年开始采用新的天文常数系统——IAU1976 年天文常数系统；新的天文参考系——FK5 基本星表. 根据 IAU1976 年天文常数系统，新岁差常数值在纽康给出的岁差常数采用值的基础上做了部分修正和历元间的转换，新的黄经总岁差为：$P=5029''.0966$/(每世纪)，对应标准历元为 J2000.0 年. 该值就是在纽康确定值基础上，加上银河系自转的修正、以及采用新的行星质量对行星岁差的修正，然后再把相对标准历元 1900.0 转换到 J20000.0 年.

从 1984.0 年开始采用新的岁差常数值后，表述岁差的一些参量的数值表达式也作了修正：

黄经总岁差：$P=50''.290966+0''.022223T$

日月岁差：$\psi'=50''.387784+0''.004926T$

行星岁差：$\lambda'=0''.105526-0''.018862T$

赤经总岁差：$m=3^s.0749575+0^s.00186208T$

赤纬总岁差：$n=20''.043109-0''.0085330T$

黄极 Π 的运动速度：

$\pi_A'' = 0''.470029 - 0''.0006603T$

升交点的黄经

$\Pi_A = 174°52'34''.982 + 3289.''4789T + 0''.60622T^2$

公式中 T 是从 J2000.0 年起算的儒略世纪数. 由这些公式算出的是岁差运动在某一历元的周年速度，需要把它和某一时间间隔 t 内的岁差位移区别开来.

如果考虑某一时间间隔 t 内的岁差位移，则黄经总岁差 P、日月岁差、行星岁差的计算公式分别如下：

黄经总岁差：$P = (5029''.0966 + 2''.22226T - 0''.0000427T^2)t + (1.''11161 - 0''.000127T)t^2 - 0''.000113t^3$

日月岁差：$\psi' = (5038.''77844 + 0''.49263T - 0''.000124T^2)t + (1''.07259 - 0''.001106T)t^2 - 0''.001147t^3$

行星岁差：$\lambda' = (10''.5526 - 1''.88623T + 0''.000096T^2)t + (-2''.38064 - 0''.000833T)t^2 - 0''.001125t^3$

公式中 T 是从 J2000.0 年起算到某一时间间隔 t 的起始历元的儒略世纪数；式中的 t 则为从起始历元算到该时间间隔终止历元的儒略世纪数. 例如：求 J1950.0 至 J1994.0 这一段时间间隔内的岁差位移，则起始历元为 J1950.0；终止历元为 J1994.0，根据上述的规定有：

$T = (1950.0 - 2000.0)/100 = -0.5$

$t = (1994.0 - 1950.0)/100 = 0.44$

如果某一时间间隔 t 的起始历元就取 J2000.0 则上式中 $T = 0$，公式则简化成：

黄经总岁差：$P = 5029''.0966t + 1''.11161t^2 - 0''.000113t^3$

日月岁差：$\psi' = 5038.''77844t + 1''.07259t^2$

$-0''.001147t^3$

行星岁差：$\lambda' = 10''.5526t - 2''.38064t^2$

$-0''.001125t^3$

公式中 t 是从 J2000.0 起算到终止历元的儒略世纪数

上面计算某一时间间隔内岁差位移的公式，无论起始历元是否是 J2000.0 年，其计算结果均代表这一段时间间隔内因岁差引起的春分点位移量的大小. 对黄经总岁差 P 则引起春分点 ♈ 沿黄道位移量；日月岁差 ψ' 也是引起春分点 ♈ 沿黄道位移量，只考虑由日月引起的岁差分量；行星岁差 λ' 则引起春分点 ♈ 沿赤道的位移量，没有考虑日月影响，只考虑行星摄动引起的岁差分量；黄经总岁差则是日月岁差分量和行星岁差分量的合成结果.

§7.3　岁差对天体赤道坐标的影响

岁差的影响使得天体的平位置随时间 t 而变化，不同瞬间 t 时的平位置可通过岁差改正得到. 计算岁差对天体赤道坐标($\alpha\delta$)影响可通过下述三种方法，可视具体情况选用.

令($\alpha_0\delta_0$)为天体相对于 t_0 时的平赤道、平春分点的平赤道坐标；($\alpha\delta$)为相对于 t 时的平赤道、平春分点的平赤道坐标.

一、当($t-t_0$)不大时，($\alpha-\alpha_0$)，($\delta-\delta_0$)可表为泰勒级数展开，即

$$\begin{cases} \alpha-\alpha_0 = (t-t_0)\dfrac{d\alpha}{dt} + \dfrac{1}{2}(t-t_0)^2\dfrac{d^2\alpha}{dt^2} + \\ \qquad + \dfrac{1}{6}(t-t_0)^3\dfrac{d^3\alpha}{dt^3} + \cdots\cdots \\ \delta-\delta_0 = (t-t_0)\dfrac{d\delta}{dt} + \dfrac{1}{2}(t-t_0)^2\dfrac{d^2\delta}{dt^2} + \\ \qquad + \dfrac{1}{6}(t-t_0)^3\dfrac{d^3\delta}{dt^3} + \cdots\cdots \end{cases} \tag{7.11}$$

只要推导出各阶导数的表达式，就可用上式计算岁差对天体赤

道坐标的影响.

$\frac{d\alpha}{dt}$和$\frac{d\delta}{dt}$的的推导：

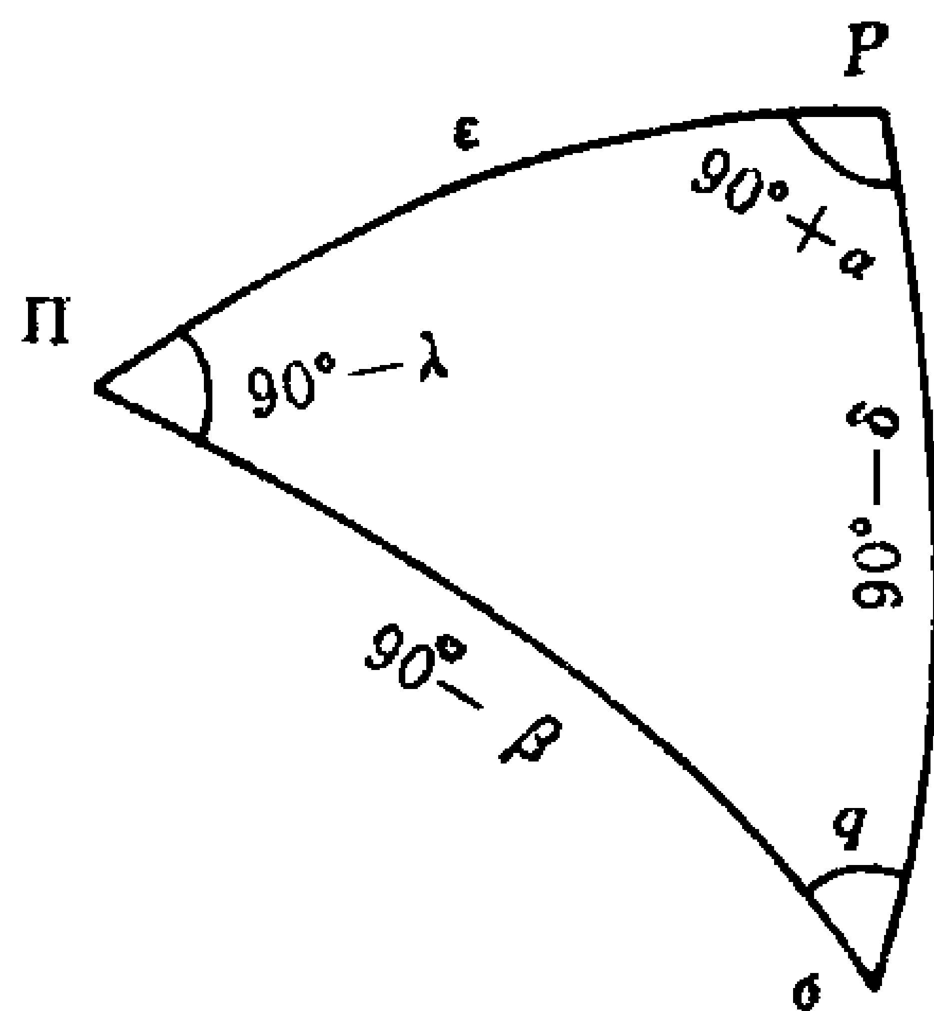


图 7-6

参看图 7-6，这是由北黄极 Π，北天极 P 和天体 σ 组成的球面天文三角形. 其中 $\overset{\frown}{\Pi P}=\varepsilon$，$\overset{\frown}{P\sigma}=90°-\delta$，$\overset{\frown}{\Pi\sigma}=90°-\beta$，$\angle \Pi P\sigma=90°+\alpha$，$\angle P\Pi\sigma=90°-\lambda$，$\angle P\sigma\Pi=q$ 为星位角.

根据球面三角有关公式，有：

$$\begin{cases}\sin\delta=\cos\varepsilon\sin\beta+\sin\varepsilon\cos\beta\sin\lambda \\ \cos\delta\cos\alpha=\cos\beta\cos\lambda\end{cases} \tag{7.12}$$

微分(7.12)中第一式有：

$$\begin{aligned}\cos\delta d\delta=&(\cos\beta\cos\varepsilon\sin\lambda-\sin\beta\sin\varepsilon)d\varepsilon \\ &+\cos\beta\sin\varepsilon\cos\lambda d\lambda+(\cos\varepsilon\cos\beta \\ &-\sin\varepsilon\sin\beta\sin\lambda)d\beta\end{aligned}$$

根据下列三式：

$$\begin{cases}\sin\varepsilon\cos\lambda=\cos\delta\sin q \\ \cos\delta\cos q=\cos\varepsilon\cos\beta-\sin\varepsilon\sin\beta\sin\lambda \\ \cos\delta\sin\alpha=-\sin\beta\sin\varepsilon+\cos\beta\cos\varepsilon\sin\lambda\end{cases}$$

可将微分式整理为：

$$d\delta=\sin q\cos\beta d\lambda+\cos q d\beta+\sin\alpha d\varepsilon \tag{7.13}$$

微分(7.12)第二式有：

$$\begin{aligned}&\cos\delta\sin\alpha d\alpha+\cos\alpha\sin\delta d\delta \\ &=\cos\beta\sin\lambda d\lambda+\cos\lambda\sin\beta d\delta\end{aligned} \tag{7.14}$$

将(7.13)式代入(7.14)式并合并有：

$$\cos\delta\sin\alpha d\alpha=(\sin\lambda-\cos\alpha\sin q\sin\delta)\cos\beta d\lambda$$

$$+(\cos\lambda\sin\beta-\cos\alpha\cos q\sin\delta)\mathrm{d}\beta$$
$$-\cos\alpha\sin\delta\sin\alpha\mathrm{d}\varepsilon$$

根据下列二式：

$$\begin{cases}\sin\lambda=\cos q\sin\alpha+\sin q\cos\alpha\sin\delta\\ \cos\lambda\sin\beta=\sin\alpha\sin q+\cos\alpha\cos q\sin\delta\end{cases}$$

可将上式整理成：

$$\mathrm{d}\alpha=(\cos q\cos\beta\mathrm{d}\lambda-\sin q\mathrm{d}\beta-\sin\delta\cos\alpha\mathrm{d}\varepsilon)\sec\delta \tag{7.15}$$

对公式(7.13)和(7.15)结合日月岁差、行星岁差对坐标影响可简化，首先讨论日月岁差的影响：

因为日月岁差使天体黄经 λ 以速度 ψ' 增加，而对黄纬和黄赤交角没有影响. 所以有 $\mathrm{d}\lambda=\psi'\mathrm{d}t$，$\mathrm{d}\beta=\mathrm{d}\varepsilon=0$，日月岁差对天体赤经、赤纬的影响表达式为：〔根据(7.13)和(7.15)式〕

$$\begin{cases}\mathrm{d}\alpha=\psi'\cos q\cos\beta\sec\delta\mathrm{d}t\\ \mathrm{d}\delta=\psi'\sin q\cos\beta\mathrm{d}t\end{cases} \tag{7.16}$$

根据下列二式

$$\begin{cases}\sin q\cos\beta=\sin\varepsilon\cos\alpha\\ \cos q\cos\beta=\cos\varepsilon\cos\delta+\sin\varepsilon\sin\delta\sin\alpha\end{cases}$$

可将(7.16)式化成：

$$\begin{cases}\mathrm{d}\alpha=(\psi'\cos\varepsilon+\psi'\sin\varepsilon\sin\alpha\mathrm{tg}\delta)\mathrm{d}t\\ \mathrm{d}\delta=\psi'\sin\varepsilon\cos\alpha\mathrm{d}t\end{cases} \tag{7.17}$$

然后讨论行星岁差的影响：行星岁差使天体的赤经以速度 λ' 减小，对赤纬没有影响，所以日月岁差、行星岁差对天体赤经、赤纬的综合影响为：(在忽略黄赤交角变化情况下)

$$\begin{cases}\mathrm{d}\alpha=(\psi'\cos\varepsilon-\lambda'+\psi'\sin\varepsilon\sin\alpha\mathrm{tg}\delta)\mathrm{d}t\\ \mathrm{d}\delta=\psi'\sin\varepsilon\cos\alpha\mathrm{d}t\end{cases} \tag{7.18}$$

因为 $m=\psi'\cos\varepsilon-\lambda'$，$n=\psi'\sin\varepsilon$，上式可写成

$$\begin{cases}\mathrm{d}\alpha=(m+n\sin\alpha\mathrm{tg}\delta)\mathrm{d}t\\ \mathrm{d}_\delta=n\cos\alpha\mathrm{d}t\end{cases}$$

即：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}=m+n\sin\alpha\mathrm{tg}\delta \\ \dfrac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}=n\cos\alpha\end{cases}\tag{7.19}$$

微分(7.19)式可得($\dfrac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2}$，$\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}$)

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}=\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}+\dfrac{1}{2}n^2\sin2\alpha+(\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\sin\alpha \\ \qquad\qquad +mn\cos\alpha)\mathrm{tg}\delta+n^2\sin2\alpha\mathrm{tg}^2\delta \\ \dfrac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2}=\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\cos\alpha-mn\sin\alpha-n^2\sin^2\alpha\mathrm{tg}\delta\end{cases}\tag{7.20}$$

微分(7.20)式得($\dfrac{\mathrm{d}^3\alpha}{\mathrm{d}t^3}$，$\dfrac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}t^3}$)

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^3\alpha}{\mathrm{d}t^3}=\dfrac{mn}{2}+\dfrac{3}{2}mn^2\cos2\alpha+\dfrac{3n}{2}\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\sin2\alpha \\ \qquad\qquad +[(2n^2-m^2+3n^2\cos2\alpha)n\sin\alpha \\ \qquad\qquad +(2m\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}+n\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t})\cos\alpha]\mathrm{tg}\delta \\ \qquad\qquad +(3n\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\sin2\alpha+3mn^2\cos2\alpha)\mathrm{tg}^2\delta \\ \qquad\qquad +[2n^2\sin\alpha(1+2\cos2\alpha)]\mathrm{tg}\delta \\ \dfrac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}t^3}=-m^2n\cos\alpha-n\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\sin\alpha \\ \qquad\qquad -n^2\sin^2\alpha\cos\alpha(1+3n\mathrm{tg}^2\delta) \\ \qquad\qquad -(\dfrac{3}{2}mn^2\sin2\alpha+3n\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\sin^2\alpha)\mathrm{tg}\delta\end{cases}\tag{7.21}$$

微分(7.21)式可得($\dfrac{\mathrm{d}^4\delta}{\mathrm{d}t^4}$ $\dfrac{\mathrm{d}^4\alpha}{\mathrm{d}t^4}$)

如要求的精度在 0″.01 之内，而 $\tau=t-t_0$ 时间间隔不超过一年时，可只取(7.11)式的一次项，即用下式计算岁差对赤道坐标改正：

$$\begin{cases} \alpha-\alpha_0=(m+n\sin\alpha_0\mathrm{tg}\delta_0)\tau \\ \delta-\delta_0=n\cos\alpha_0\tau \end{cases} \tag{7.22}$$

当 τ 不超过 25 年时，可只取到二次项. 时间再长需取到三次项. 利用星表历元平位置求某一历元时的平位置，为了保证精度总是取到三次项.

二、利用纽康(Newcomb)的三个岁差角计算岁差的准确公式.

参看图 7-7，设 t_0 时的黄极、平天极、平赤道、黄道、平春分点分别用 Π_0、P_0、$\overset{\frown}{Q_0Q_0'}$，$\overset{\frown}{E_0E_0'}$，$\Upsilon_0$ 表示；它们在 t 时的位置分别是 Π，P，

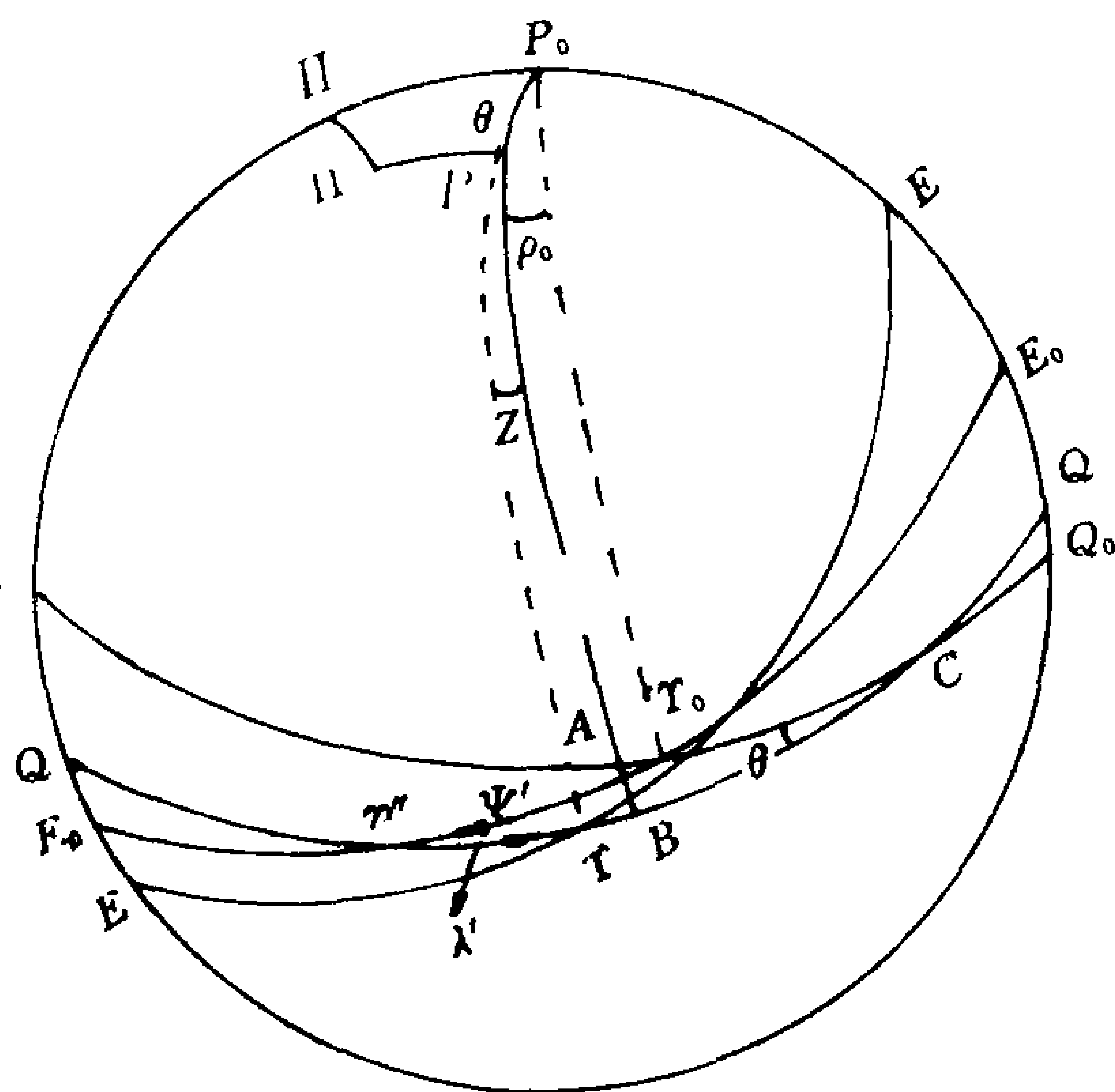


图 7-7

$\overset{\frown}{QQ'}$，$\overset{\frown}{EE'}$，Υ，纽康用三个岁差角 ζ_0，Z，θ 来描述黄极和平天极的岁差运动，从而确定由于岁差造成的春分点在天球上运动情况.

$\overset{\frown}{P_0P}$ 是过 P_0、P 所作的大圆中的一段弧，过 P_0、P 大圆交于

$\widehat{Q_0Q_0'}$于 A 点，交于$\widehat{QQ'}$于 B 点，纽康取$\widehat{P_0P}=\theta$，$\angle\Pi_0P_0P=90°-\zeta_0$，$\angle\Pi PP_0=90°-Z$. 过 $P_0\Upsilon_0$ 作大圆，则因$\angle\Pi_0P_0r_0=90°$，所以有$\widehat{A\Upsilon_0}=\angle AP_0\Upsilon_0=\zeta_0$，再作大圆 p$\Upsilon$，因$\angle\Pi p\Upsilon=90°$，所以有$\widehat{B\Upsilon}=\angle\Upsilon PB=Z$，$C$ 点（$\widehat{Q_0Q_0'}$与$\widehat{QQ'}$的交点）是大圆$\widehat{P_0PA}$的极，所以有$\widehat{\Upsilon_0C}=90°-\zeta_0$，$\widehat{\Upsilon C}=90°+Z$.

纽康给出了这三个岁差量的数学公式为：

$$\begin{cases}\zeta_0=(2304''.250+1.''396T_0)T+0''.302T^2+0''.018T^3\\ Z\ =\zeta_0+0''.791T^2\\ \theta\ =(2004''.682-0''.853T_0)T-0''.426T^2-0''.042T^3\end{cases}\tag{7.23}$$

式中 $T_0=t_0-1900.0$，$T=t_1-t_0$，T_0、T 均以回归世纪为单位. 若取 $t_0=1950.0$ 作为标准历元，则 $T_0=0.5$，所以(7.23)式还可写成：

$$\begin{cases}\zeta_0=2304''.948T_1+0''.302T_1^2+0''.018T_1^3\\ Z=\zeta_0+0''.791T_1{}^2\\ \theta=2004''.255T_1-0''.426T_1{}^2-0''.0416T_1{}^3\end{cases}\tag{7.24}$$

式中 $T_1=t_1-1950.0$，t_1 是待求历元

从 1984.0 开始采用新天文常数系统和 $FK5$ 参考系，纽康的三个岁差角 ζ_A、θ_A、Z_A 相应取下值：

$$\begin{cases}\zeta_A=2036''.2181T+0''.30188T^2+0''.017998T^3\\ \theta_A=2004''.3109T-0''.42665T^2-0''.041833T^3\\ Z_A=2306''.2181T+1''.0968T^2+0''.018203T^3\end{cases}$$

其中 $T=(\text{TDB}-245145.0)/36525.0$，即从 J2000.0 起算的 TDB 儒略世纪数.

设天体在历元 t_0 时的平坐标为$(\alpha_0\delta_0)$，用纽康的三个岁差角 ζ_A、Z_A、θ_A)可以计算 t 时平坐标$(\alpha\delta)$，参照图 7-8：其中$\widehat{P_0\sigma}=90°-\delta_0$，$\widehat{P\sigma}=90°-\delta$，$\widehat{P_0P}=\theta$，$\angle\Pi_0P_0\sigma=90°+\alpha_0$，$\angle\Pi P\sigma=90°+\alpha$.

在球面三角形 $P_0P\sigma$ 中有：

$\angle PP_0\sigma = 90° + \alpha_0 - (90° - \zeta_0) = \alpha_0 + \zeta_A$

$\angle P_0P\sigma = 360° - (90° + \alpha) - (90° - Z_A) = 180° - (\alpha - Z_A)$

令 $a_0 = \alpha_0 + \zeta_A, a = \alpha - Z_A$

则由球面三角的有关公式可得：

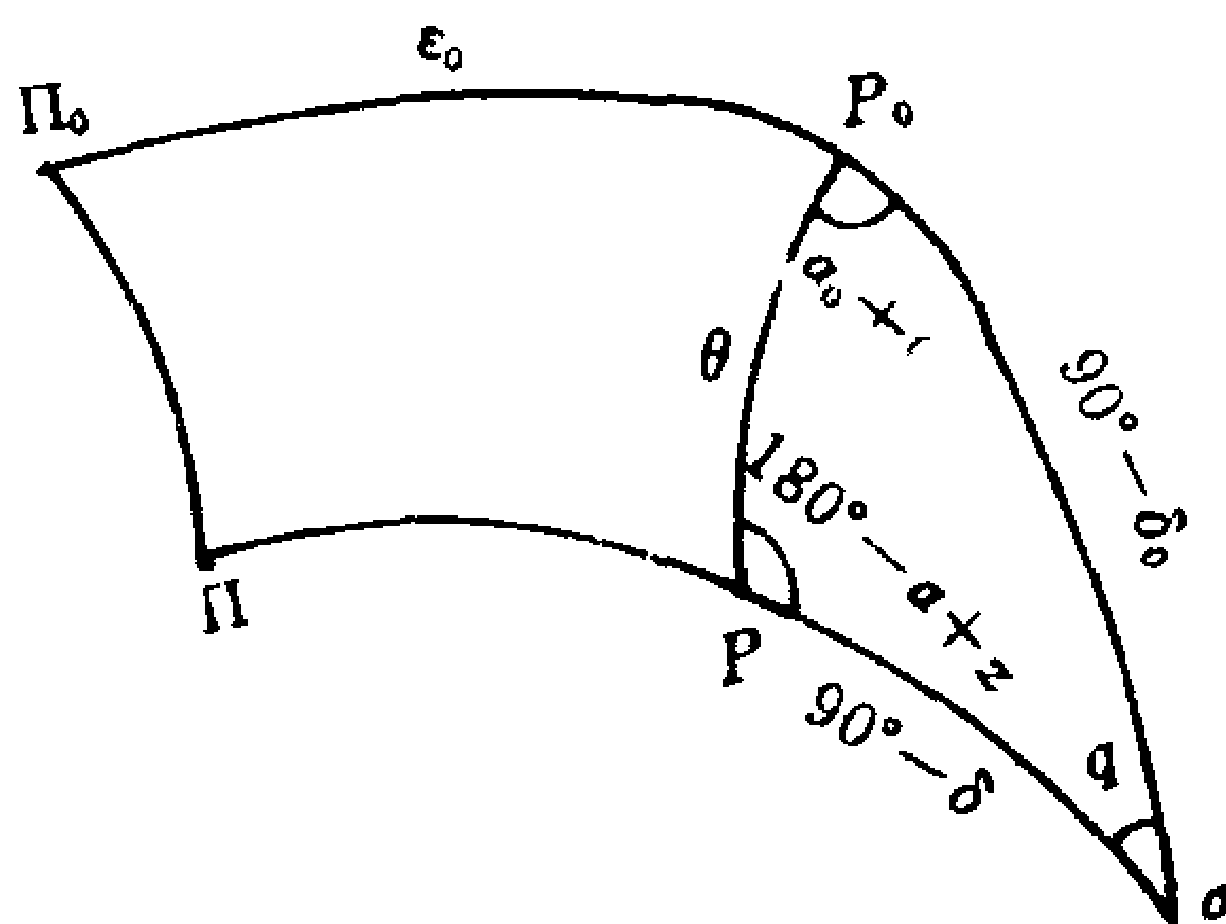


图 7-8

$$\begin{cases} \cos\delta\sin a = \cos\delta_0\sin a_0 \\ \cos\delta\cos a = \cos\theta\cos\delta_0\cos a_0 - \sin\theta\sin\delta_0 \\ \sin\delta = \sin\theta\cos\delta_0\cos a_0 + \cos\theta\sin\delta_0 \end{cases} \tag{7.26}$$

以 $\cos a_0$ 乘(7.26)式中的第一式，$\sin a_0$ 乘第二式，然后相减，再以 $\sin a_0$ 乘第一式，$\cos a_0$ 乘第二式，相加，可得：

$$\cos\delta\sin(a - a_0) = \sin a_0\cos\delta_0(\cos a_0 - \cos\theta\cos a_0 + \sin\theta\mathrm{tg}\delta_0)$$

$$\cos\delta\cos(a - a_0) = \cos\delta_0(\sin^2 a_0 + \cos\theta\cos^2 a_0 - \sin\theta\cos a_0\mathrm{tg}\delta_0)$$

两式相除则有：

$$\mathrm{tg}(a - a_0) = \frac{(\cos a_0 - \cos\theta\cos a_0 + \sin\theta\mathrm{tg}\delta_0)\sin a_0}{\sin^2 a_0 + \cos\theta\cos^2 a_0 - \sin\theta\cos a_0\mathrm{tg}\delta_0}$$

式中令：

$$P = \cos a_0 - \cos\theta\cos a_0 + \sin\theta\mathrm{tg}\delta_0$$

$$= \cos a_0(1 - \cos\theta) + \sin\theta\mathrm{tg}\delta_0 = \sin\theta(\mathrm{tg}\delta_0 + \mathrm{tg}\,\frac{\theta}{2}\cos a_0)$$

则有 $\sin^2 a_0 - \cos\theta\cos^2 a_0 - \sin\theta\cos a_0\mathrm{tg}\delta_0$

$$= 1 - P\cos a_0$$

因此有：

$$\mathrm{tg}(a - a_0) = \frac{P\sin a_0}{1 - P\cos a_0} \tag{7.28}$$

根据球面三角形的纳比耳公式：

$$\mathrm{tg}\ \frac{1}{2}(b-c)=\frac{\sin\frac{1}{2}(B-C)}{\sin\frac{1}{2}(B+C)}\mathrm{tg}\ \frac{1}{2}a$$

可从球面三角形 $PP_o\sigma$ 中导出下式：

$$\mathrm{tg}\ \frac{1}{2}(\delta-\delta_0)=\frac{\cos\frac{1}{2}(a+a_0)}{\cos\frac{1}{2}(a-a_0)}\mathrm{tg}\ \frac{1}{2}\theta \tag{7.29}$$

根据(7.28)、(7.29)式以及(7.27)和 $a_0=\dot{\alpha}+\zeta_A$，$a=\alpha-Z_A$ 就可求出$(\alpha\delta)$来.

需要指出的是：在计算岁差改正以前，应先加自行改正. 自行改正的有关公式待下一章介绍. 如：t_0 时天体平坐标为$(\alpha_0\delta_0)$，加自行改正后为：$(\alpha_0'\delta_0')$：

$$\begin{cases}\alpha_0'=\alpha_0+\mu_\alpha(t-t_0)\\ \delta_0'=\delta_0+\mu_\delta(t-t_0)\end{cases}$$

$(\alpha_0'\delta_0')$是恒星在历元 t 时的平位置，但对应的坐标系是 t_0 时天球平赤道坐标系. 然后加上岁差改正之后，就可将恒星 t_0 时坐标系的平位置转换到 t 时坐标系的平位置.

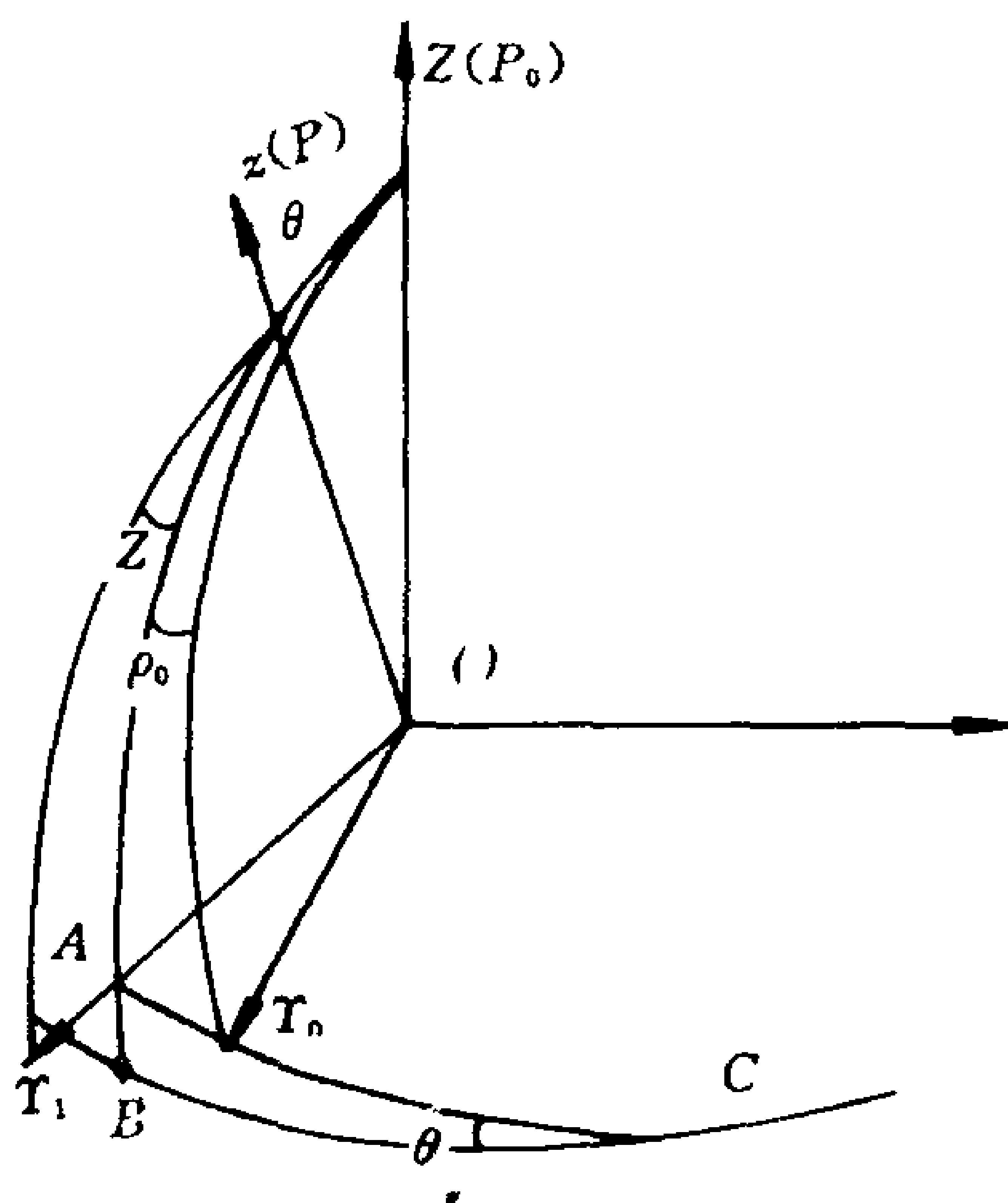


图 7-9

三、利用转换矩阵计算岁差改正

利用转换矩阵计算岁差改正仍然采用纽康所导出的三个岁差角$(\zeta_A、Z_A、\theta_A)$，参照图 7-9，建立两个直角标系，其原点都在天球的中心

O.

参看图 7-9，对于 t_0 时刻天球直角坐标系为 $O—XYZ$，Z 的正向指向 t_0 时平北极 P_0，X 的正向指向 t_0 时平春分点 Υ_0，Y 是 X 轴右旋 90°处地方，构成右旋坐标系. t 时刻天球直角坐标系 $O—xyz$，z 轴的正向指向 t 时平北极 P，x 轴的正向指向 t 时平春分点 Υ，y 是 x 轴右旋 90°处地方，构成右旋坐标系.

由 t_0 时天体的球面位置($\alpha_0\delta_0$)求相应直角坐标(xyz)，其公式为：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0} = \begin{pmatrix} \cos\delta_0\cos\alpha_0 \\ \cos\delta_0\sin\alpha_0 \\ \sin\delta_0 \end{pmatrix} \tag{7.30}$$

根据坐标的转换矩阵，t 时平位置 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\delta}$ 可由下式得到：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\delta} = \boldsymbol{R}_z(-z_A)\boldsymbol{R}_y(\theta_A)\boldsymbol{R}_z(-\zeta_A)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0} \tag{7.31}$$

定义 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{R}_z(-z_A)\boldsymbol{R}_y(\theta_A)\boldsymbol{R}_Z(-\zeta_A)$ (7.32) 为岁差转换矩阵.

其中

$$R_z(-z_A)=\begin{pmatrix} \cos(-z_A) & \sin(-z_A) & 0 \\ -\sin(-z_A) & \cos(-z_A) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos z_A & -\sin z_A & 0 \\ \sin z_A & \cos z_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta_A)=\begin{pmatrix} \cos\theta_A & 0 & \sin\theta_A \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_A & 0 & \cos\theta_A \end{pmatrix}$$

$$R_Z(-\zeta_A)=\begin{pmatrix}\cos\zeta_A & -\sin\zeta_A & 0\\ \sin\zeta_A & \cos\zeta_A & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

将 $R_Z(-z_A)$、$R_y(\theta_A)$、$R_z(-\zeta_A)$代入(7.32)式，则岁差矩阵可写成：

$$P=\begin{pmatrix}\cos\zeta_A\cos\theta_A\cos z_A-\sin\zeta_A\sin z_A & -\sin\zeta_A\cos\theta_A\cos z_A-\cos\zeta_A\sin z_A & -\sin\theta_A\cos z_A\\ \cos\zeta_A\cos\theta_A\sin z_A+\sin_A\cos z_A & -\sin\zeta_A\cos\theta_A\sin z_A+\cos\xi_A\cos z_A & -\sin\theta_A\sin z_A\\ \cos\zeta_A\sin\theta_A & -\sin\zeta_A\sin\theta_A & \cos\theta_A\end{pmatrix} \tag{7.33}$$

定义：

$$P_{11}=\cos\zeta_A\cos\theta_A\cos z_A-\sin\zeta_A\sin z_A$$

$$P_{12}=-\sin\xi_A\cos\theta_A\cos z_A-\cos\zeta_A\sin z_A$$

$$P_{13}=-\sin\theta_A\cos z_A$$

$$P_{21}=\cos\zeta_A\cos\theta_A\sin z_A+\sin\zeta_A\cos z_A$$

$$P_{22}=-\sin\zeta_A\cos\theta_A\sin z_A+\cos\zeta_A\cos z_A$$

$$P_{23}=-\sin\theta_A\sin z_A$$

$$P_{31}=\cos\zeta_A\sin\theta_A$$

$$P_{32}=-\sin\zeta_A\sin\theta_A$$

$$P_{33}=\cos\theta_A$$

则岁差转换矩阵(7.33)式为：

$$P=\begin{pmatrix}P_{11} & P_{12} & P_{13}\\ P_{21} & P_{22} & P_{23}\\ P_{31} & P_{32} & P_{33}\end{pmatrix} \tag{7.34}$$

其中：P_{11}、P_{12}、P_{13}、P_{21}、P_{22}、P_{23}、P_{31}、P_{32}、P_{33}可根据 ζ_A、θ_A、z_A 的数学表达式求出.

由此，我们可将因岁差而引起的天体平位置变化写成：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\delta} = P \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0} \tag{7.35}$$

$(\alpha_0、\delta_0)$为 t_0 时天体平位置;$(\alpha、\delta)$为 t 时天体平位置(只考虑岁差的影响).

$\alpha、\delta$ 具体表达式为

$$\begin{cases} \alpha = \operatorname{arctg}(y/x) \\ \delta = \operatorname{arctg}(z/\sqrt{x^2+y^2}) \end{cases}$$

利用岁差转换矩阵实现天体因岁差的影响不同瞬间平位置间的转换,是目前采用最广泛的一种方法,尤其是大型电子计算机的使用,这种方法既简便、又能保证精度(因为采用纽康三个岁差角 ζ_A、θ_A、z_A,通过球面三角公式,球面三角的高次项要带进累积误差,使得计算精度降低).

实际工作中,经常是岁差和章动一起考虑,中国天文年历给出了岁差章动旋转矩阵元素表,这一问题将在后面详细叙述.

§7.4 章动的基本概念

章动是指外力作用下,地球自转轴在空间绕轴运动的短周期摆动部分.引入了真天极 P 和平天极 P_0 概念以后,章动的描述就可由真天极相对于平天极的运动来表达.即:同一瞬间真天极相对平天极的运动就是章动.章动是由许多短周期运动叠加而成的,其中最大的运动周期为 18.6 年,它所对应的振幅是 9.″210,此值称为章动系数.

章动的最大周期 18.6 年,正好和月球的交点周期一致.交点周期是指月球绕地球转动在天球上的投影,我们称为白道.白道与黄道相交于正好相对两点,二交点连线称为交点线,由于太阳引力作用,白道和黄道两交点不停的沿黄道从东向西移动,每年约移动 20°,每 18.6 回归年交点转过一周.可见章动和月球运动状态是非常密切

的.月球绕地球运动每月有两次过赤道,造成月球对地球引力的变化.由于白道和黄道的交点西退引起白赤交角在23°.5±5°09′范围内变化,因此月球对地球运动的摄动力变化是形成章动现象的主要外力作用,其次才是太阳.

参看图7-10设Π、P_0、P分别为某一瞬间的北黄极、平北天极和真北天极;Υ_0和Υ为平春分点和真春分点;平赤道和黄道的夹角ε_0称为平黄赤交角;真赤道和黄道的夹角ε叫真黄赤交角.章动就是某一瞬间真天极P相对于平天极P_0的运动.由于章动真春分点相对于平春分点、真赤道相对于平赤道都有相应的变化,黄赤交角也有相应的周期变化.

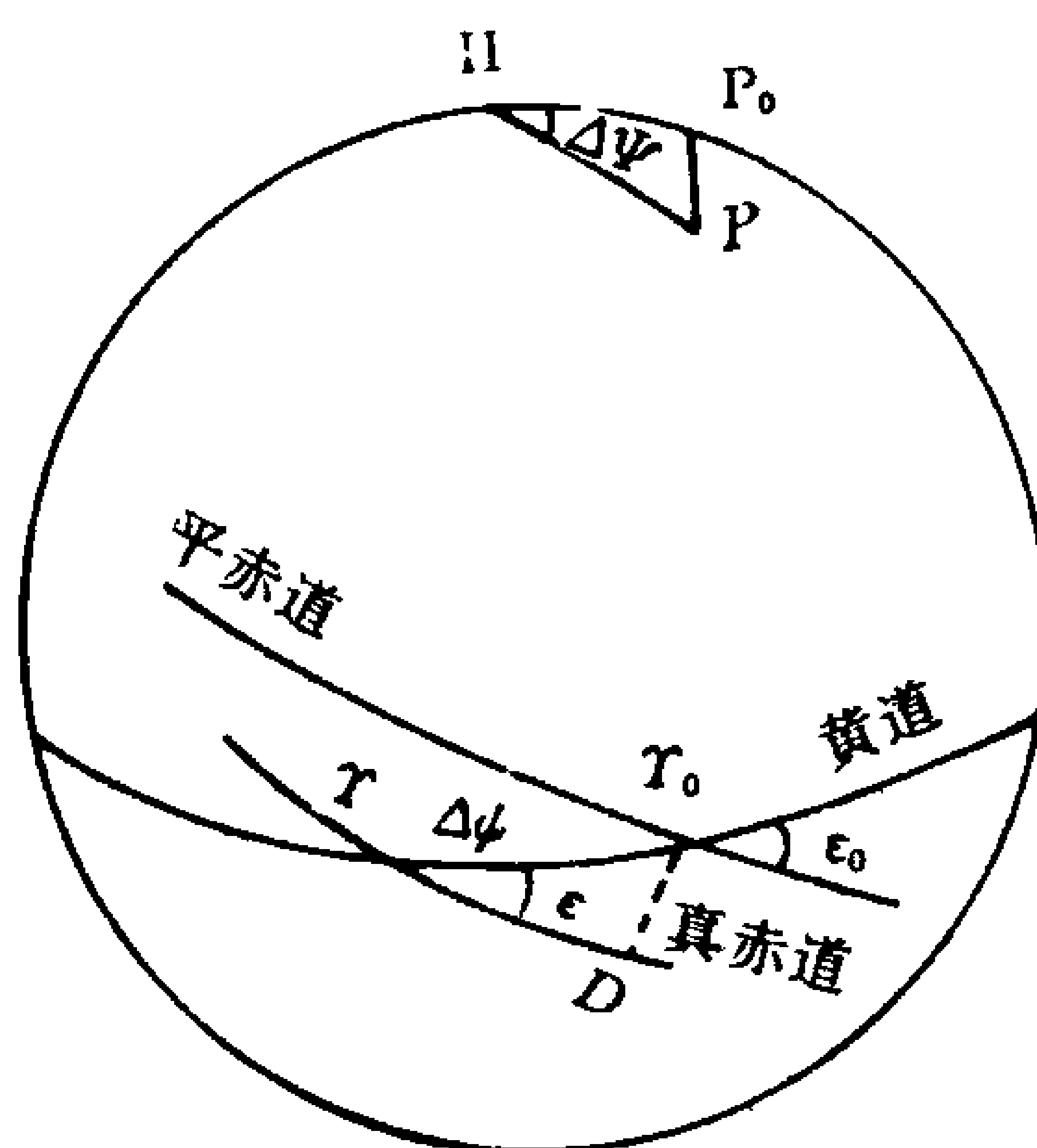


图 7-10

若定义$\triangle\psi$表示自真春分点起量的平春分点的黄经即$\widehat{\Upsilon_0\Upsilon}=\triangle\psi$,用$\triangle\varepsilon=\varepsilon-\varepsilon_0$表示,真黄赤交角相对于平黄赤交角的变化.则$\triangle\psi$、$\triangle\varepsilon$的变化量,就直接反映了真天极相对于平天极的运动情况.因此,我们就以这两个量表征真天极相对平天极运动,即章动.分别称$\triangle\psi$为黄经章动,$\triangle\varepsilon$为交角章动(也称倾角章动).

$\triangle\psi$和$\triangle\varepsilon$的值1983年底以前采用伍拉德(E·W·Woolard)根据刚体地球模型导出的数学表达式,它的主要项为:

$$\begin{aligned}\triangle\psi=&-(17''.2327+0''.01737T)\sin\Omega+(0''.2088\\&+0''.00002T)\sin2\Omega-(1''.2729\\&+0''.00013T)\sin2L+\cdots\cdots\end{aligned}$$

$$\triangle\varepsilon=-(9''.210+0''.0009T)\cos\Omega-(0''.0924$$

$$-0''.00004T)\cos 2\Omega+(0''.5522$$

$$-0''.00029T)\cos 2L\cdots\cdots$$

式中 Ω 为白道升交点的平黄经，Ω 自瞬时平春分点起量. L 为太阳几何平黄经(黄道平太阳的黄经，加了光行差修正后就称太阳几何平黄经). T 为从 1900 年 1 月 0.5 日历书时起算的儒略世纪数.

(7.36)式$\triangle\psi$、$\triangle\varepsilon$ 只是伍拉德给出的表达式的一部分，完整可查阅 Astronomical Journal Vol. 58　1953. P. 1，公式包含着周期自 5.5 日到 6789 日(18.6 年)的系数大于 $0''.0002$ 的项，$\triangle\psi$ 一共有 69 项. $\triangle\varepsilon$ 有 40 项.

实用上，常把黄经章动$\triangle\psi$、倾角章动$\triangle\varepsilon$ 分为长周期项和短周期项两部分. 凡是周期短于 35 天的叫短周期项，用 $d\psi$ 表示. 大于 35 天的统称长周期项. 我国天文年历自 1984 年开始，在太阳历表中登载有以力学时 0^h 为准的黄经章动长周期项和短周期项. 倾角章动$\triangle\varepsilon$ 则登载在天文年历贝塞耳日数表中，贝塞耳日数表中的 B 为倾角章动的长周期项，B' 为倾角章动的短周期项.

自 1984.0 年开始，世界各国编算天文年历不再采用伍拉德的刚体地球模型理论所导出的章动序列，而是采用 IAU1980 年章动序列. IAU1980 年章动序列是根据 John M. Wahr 和 H · Kinoshita(木下宙)给出的章动理论导出的，这个理论所依据地球模型是：一个固体的内核和液体的外核以及"从大量地震资料中推导出来的弹性参数分布."

IAU1980 年章动序列展开式共包括 106 项，相对于定向历元 J2000.0 章动序列的基本自变量：L、L'、F、D、Ω 分别如下：

$$
\begin{cases}
L=134°57'46''.733+(1325'+198°52'02''.633)T \\
\qquad +31''.310T^2+0''.064T^3 \\
L'=357°31'39''.804+(99'+359°03'01''.224)T \\
\qquad -0''.577T^2-0''.012T^3 \\
F=93°16'18''.877+(1342'+82°01'03''.137)T \\
\qquad -13''.257T^2+0''.011T^3 \\
D=297°51'01''.307+(1236'+307°06'41''.328)T \\
\qquad -6''.891^2+0''.019T^3 \\
\Omega=125°02'40''.280-(5'+134°08'10''.539)T \\
\qquad +7''.455T^2+0''.008T^3
\end{cases}
\tag{7.37}
$$

其中T由定向历元J2000.0起算．L为月亮平近点角，L'为太阳平近点角，F为月亮平升交点角距，D为日月平角距，Ω为月亮轨道对黄道平均升交点的黄经．

根据这五个基本自变量和IAU1980年章动理论给出的章动表(共计106项)就可以计算黄经章动和交角章动：

$$
\begin{cases}
\triangle\psi=\sum_{i=1}^{106}(a_i+b_iT)\times\sin(m_{1i}L+m_{2i}L'+m_{3i}F+m_{4i}D+m_{5i}\Omega) \\
\triangle\varepsilon=\sum_{i=1}^{106}(c_i+d_iT)\times\cos(m_{1i}L+m_{2i}L'+m_{3i}F+m_{4i}D+m_{5i}\Omega)
\end{cases}
\tag{7.38}
$$

其中：a_i和c_i是黄经章动$\triangle\psi$和交角章动$\triangle\varepsilon$的系数，b_i和d_i是这两个系数随时间的变化率．m_{1i}、m_{2i}、m_{3i}、m_{4i}、m_{5i}分别是L、L'、F、D、Ω的系数．这些值是由章动表给出．详见附表三．

T为从J2000.0起算的TDB(质心力学时)的儒略世纪数：$T=(JD-245145.0)/36525$

自真春分点Υ起计量的平春分点的赤经叫做赤经章动．赤经章动数值上等于$\triangle\psi\cos\varepsilon$．

在图7-10中可以这样表示：过真天极P和平春分点Υ_0做Υ_0的赤经圈，则$\overparen{P\Upsilon_0}$与真赤道的交点为D，因为$\triangle\psi$不超过20″，故可近似

认为$\triangle \Upsilon\Upsilon_0 D$为平面三角形，所以赤经章动$\widehat{\Upsilon D}=\triangle\psi\cos\varepsilon$，我国天文年历中刊有每天世界时$0^h$的赤经章动（在“世界时和恒星时”表内）.

由此，可引出真恒星时和平恒星时的关系来.

恒星时是以春分点周日视运动为依据建立起来的计时系统．由于春分点有真春分点和平春分点之分，所以也有真恒星时和平恒星时之分．真恒星时等于以小时表示的真春分点时角．平恒星时等于以小时表示的平春分点的时角，二者差别就是赤经章动．即：

真恒星时＝平恒星时＋赤经章动

赤经章动是黄经章动在赤道上分量，它和黄经章动$\triangle\psi$一样也具有长周期项和短周期项．长周期项振幅变化在$\pm 1^s.2$之间；短周期项变化在$\pm 0^s.02$之间．因此赤经章动变化是在一定范围内，是一个不均匀的量．由此得到真恒星时的变化也是不均匀的，真恒星时只能用来确定时刻而不能用来计量时间间隔．我国天文年历刊有恒星时，并分别给出对应的平恒星时和真恒星时（在“世界时和恒星时”表内）。

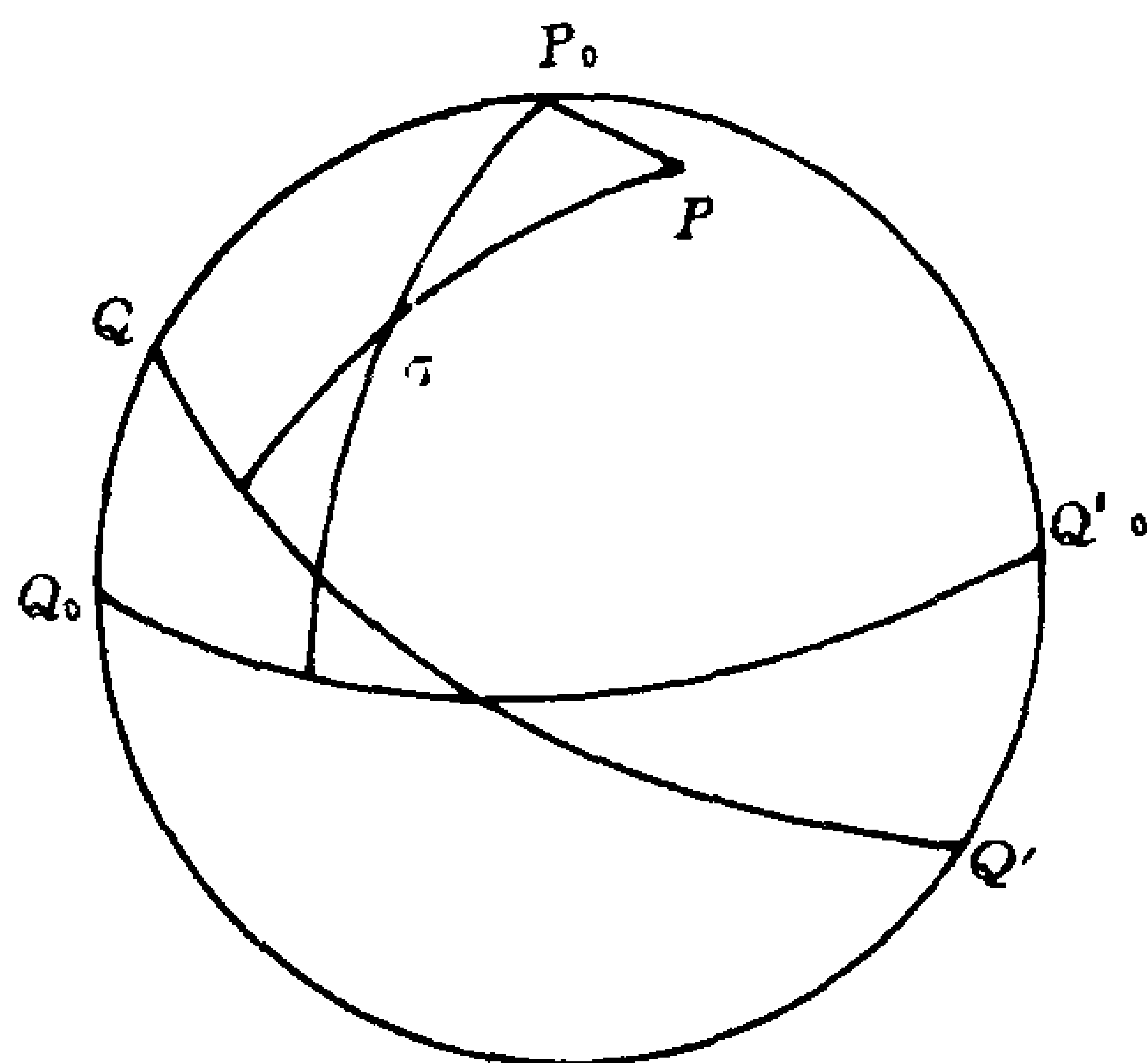


图 7-11

参看图 7-11，由于章动是真天极P相对平极P_0运动，它使天极、天赤道、春分点、黄赤交角均发生变化，天体σ的赤经圈也发生了变化，但是章动不涉及黄极和黄道在空间的位置，因此章动对天体坐标的影响分别为：

对天体赤道坐标α、δ均有影响，而对黄道坐标只影响天体坐标黄经分量，对黄纬无影响.

§7.5 章动对天体赤道坐标的影响

章动对天体赤道坐标的影响讨论方法也有三种，近似计算时可采用前两种方法导出的有关公式，精确计算应采用矢量通过章动转换矩阵.

一、近似计算

根据北黄极 Π、北天极 P、天体 σ 组成的球面三角形依据球面三角公式(参看图 7-12)

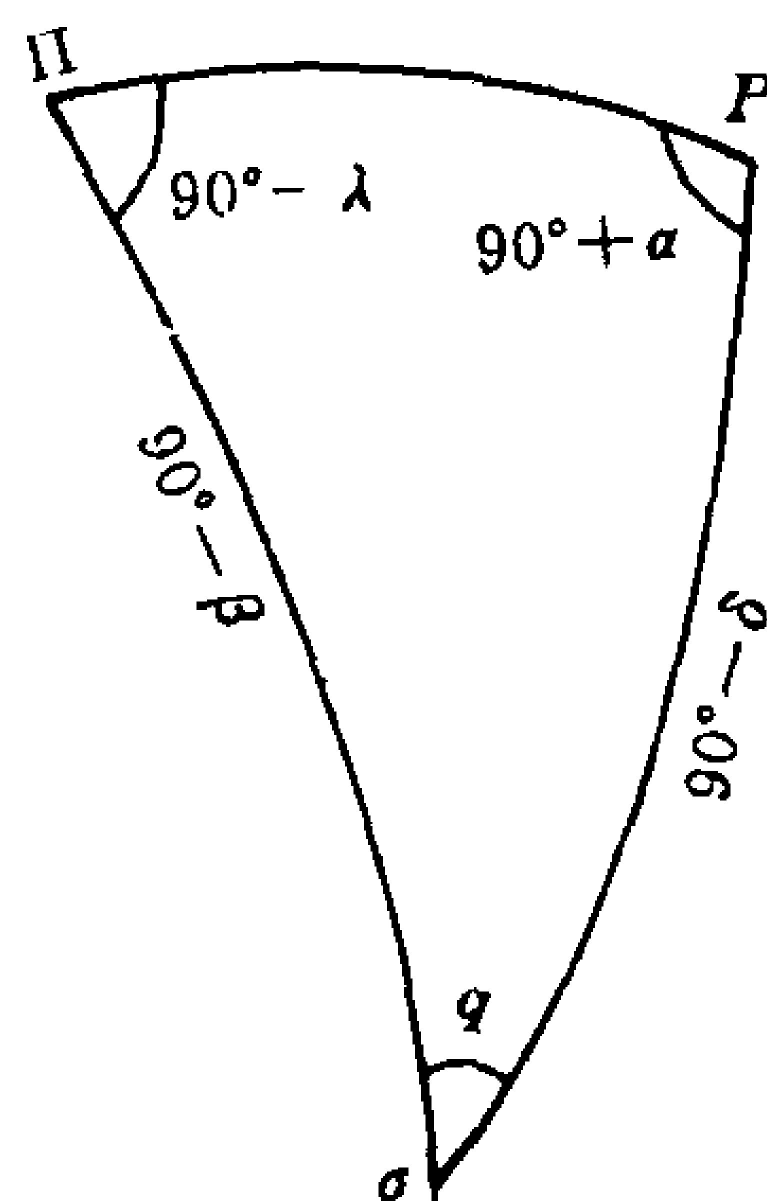


图 7-12

$$\begin{cases}\sin\delta=\cos\varepsilon\sin\beta+\sin\varepsilon\cos\beta\sin\lambda\\ \cos\delta\cos\alpha=\cos\beta\cos\lambda\end{cases}$$

通过微分得到 $d\alpha$、$d\delta$ 表达式

$$\begin{cases}d\alpha=(\cos q\cos\beta d\lambda-\sin q d\beta-\sin\delta\cos\alpha d\varepsilon)\sec\delta\\ d\delta=\sin q\cos\beta d\lambda+\cos q d\beta+\sin\alpha d\varepsilon\end{cases}\tag{7.39}$$

对(7.39)式通过章动对天体坐标影响，来确定 $d\alpha$、$d\delta$ 的结果. 设某一瞬间天体的平赤道坐标为($\alpha_o\delta_0$)，真坐标为($\alpha\delta$). 由于章动对天体黄经的影响为$\triangle\psi$，对黄赤交角影响为$\triangle\varepsilon$(交角章动)对天体的黄纬没有影响即 $d\beta=0$，由此 $d\lambda=\triangle\psi$，$d\varepsilon=\triangle\varepsilon$.

应用这一分析结果(7.39)式变成：

$$\begin{cases}\alpha-\alpha_o=(\cos q\cos\beta\triangle\psi-\sin\delta\cos\alpha\triangle\varepsilon)\sec\delta\\ \delta-\delta_o=\sin q\cos\beta\triangle\psi+\sin\alpha\triangle\varepsilon\end{cases}\tag{7.40}$$

由于：

$$\begin{cases}\sin q\cos\beta=\sin\varepsilon\cos\alpha\\ \cos q\cos\beta=\cos\varepsilon\cos\delta+\sin\varepsilon\sin\delta\sin\alpha\end{cases}$$

(7.40)式变成：

$$\begin{cases}\alpha-\alpha_0=\triangle\psi(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\sin\alpha\mathrm{tg}\delta)-\triangle\varepsilon\mathrm{tg}\delta\cos\alpha\\ \delta-\delta_0=\triangle\psi\sin\varepsilon\cos\alpha+\triangle\varepsilon\sin\alpha\end{cases}$$

习惯上，以$\triangle\psi$、$\triangle\varepsilon$代表章动长周期项；$d\psi$、$d\varepsilon$代表章动短周期项。因而上式写成：

$$\begin{cases}\alpha-\alpha_0=(\triangle\psi+\mathrm{d}\psi)(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\sin\alpha\mathrm{tg}\delta)\\ \qquad -(\triangle\varepsilon+\mathrm{d}\varepsilon)\mathrm{tg}\delta\cos\alpha\\ \delta-\delta_0=(\triangle\psi+\mathrm{d}\psi)\sin\varepsilon\cos\alpha+(\triangle\varepsilon+\mathrm{d}\varepsilon)\sin\alpha\end{cases}\tag{7.41}$$

(7.41)式就是章动对天体赤道坐标影响计算式.

(7.41)式也可通过下述方法推导出来：

参看图 7-13，Π、P_0、P 分别为某一瞬间 t 黄极、平天极、真天极，σ 为天体.

过 P_0、P 分别作天体 σ 黄经圈，不难证得$\angle P\Pi P_0=\triangle\psi$ 且有 $\overset{\frown}{P\Pi}=\varepsilon$，$\overset{\frown}{P_0\Pi}=\varepsilon_0$(平黄赤交角).

以 P_0 为原点建立直角坐标系 P_0-xy，x 轴正向指向平春分点 Υ_0，y 轴正向背离黄级 Π 方向，设$\overset{\frown}{P_0P}$与 x 轴夹角为 θ，设天体 σ 在以平天极 P_0、平赤道、平春分点 Υ_0 的天球赤道坐标系中坐标为$(\alpha_0\delta_0)$，在真天极、真赤道、真春分点的天球真赤道坐标系坐标为$(\alpha\delta)$.

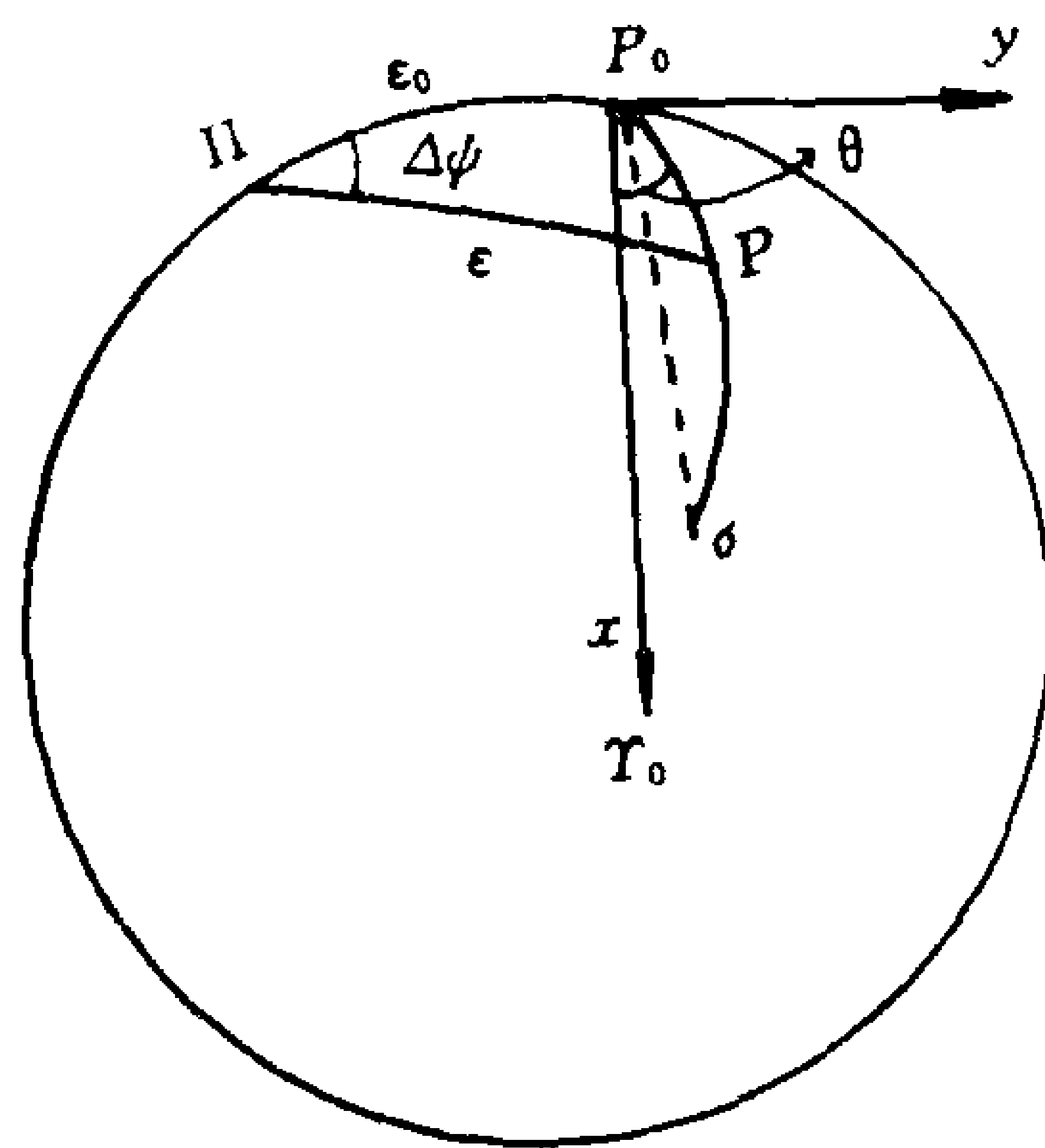


图 7-13

根据假定条件有：$\angle PP_0\sigma=\theta-\alpha_0$，$\overset{\frown}{P\sigma}=90°-\delta$，$\overset{\frown}{P_0\sigma}=90°-\delta_0$

过 P 作垂直$\overset{\frown}{P_0\sigma}$的大圆交于一点 D，则有：

$$\overset{\frown}{PD}=\delta-\delta_0=x\cos\alpha_0+y\sin\alpha_0$$

而：$\begin{cases} x \doteq \triangle\psi\sin\varepsilon \\ y \doteq \triangle\varepsilon \end{cases}$

$$\therefore \delta-\delta_0 = \triangle\psi\sin\varepsilon\cos\alpha_0+\triangle\varepsilon\sin\alpha_0$$

$$= (\triangle\psi+d\psi)\sin\varepsilon\cos\alpha_o+(\triangle\varepsilon+d\varepsilon)\sin\alpha_o \tag{7.42}$$

推导 $\alpha-\alpha_0$，可根据球面三角形 $\Pi P_0\sigma$ 和 $\Pi P\sigma$（参看图 7-14）因 $\overset{\frown}{\Pi\sigma}$ 是两个球面三角形的共边，可有：

$$\cos\varepsilon\sin\delta-\cos\varepsilon_0\sin\delta_0$$

$$=\sin\varepsilon\cos\delta\sin\alpha-\sin\alpha_o\cos\delta_0\sin\varepsilon_0$$

设：$\triangle\varepsilon=\varepsilon-\varepsilon_0$

$\delta-\delta_0=\triangle\delta$

并有 $\triangle\delta=\triangle\psi\sin\varepsilon\cos\alpha+\triangle\varepsilon\sin\alpha$

$\triangle\alpha=\alpha-\alpha_0$

代入上式，并略去二阶小量有：

图 7-14

$$\begin{cases} \cos\varepsilon\sin\delta-\cos\varepsilon_0\sin\delta_0 \\ =\cos\varepsilon\sin\delta-\cos(\varepsilon_0-\triangle\varepsilon)\sin(\delta-\triangle\delta) \\ \doteq\triangle\varepsilon(\sin\alpha\cos\varepsilon\cos\delta-\sin\varepsilon\sin\delta)+\triangle\psi\sin\varepsilon\cos\varepsilon\cos\alpha\cos\delta \\ \sin\varepsilon\cos\delta\sin\alpha-\sin\varepsilon_0\cos\delta_0\sin\alpha_0 \\ \doteq(\alpha-\alpha_o)\sin\varepsilon\cos\delta\cos\alpha+\triangle\varepsilon(\cos\varepsilon\cos\delta\sin\alpha \\ \quad -\sin\varepsilon\sin\delta\sin^2\alpha)-\triangle\psi\sin^2\varepsilon\cos\alpha\sin\alpha\sin\delta \end{cases}$$

因而有：

$$\alpha-\alpha_0 = \triangle\psi(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\sin\alpha_0\mathrm{tg}\delta_0)-\triangle\varepsilon\cos\alpha_0\mathrm{tg}\delta_0$$

$$=(\triangle\psi+d\psi)(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\sin\alpha_o\mathrm{tg}\delta_0)-$$

$$-(\triangle\varepsilon+d\varepsilon)\cos\alpha_0\mathrm{tg}\delta_0 \tag{7.43}$$

二、利用章动转换矩阵计算天体赤道坐标

参看图 7-15. Π、P_0、P 分别对应某一瞬间 t 时的北黄极，平北极，真北极. $\overset{\frown}{\Pi P}=\varepsilon$，$\overset{\frown}{\Pi P_o}=\varepsilon_o$，$\angle P_o\Pi P=\triangle\psi$

设 t 瞬间天体 σ 的平位置为$(\alpha_0\delta_0)$，真位置为$(\alpha\delta)$，下面根据章动转换矩阵实现由平位置到真位置(即进行章动对天体赤道坐标改正)转换.

以天球中心 O 为原点建立两个直角坐标系，一个对应某一瞬间天球平赤道坐标系，一个对应同一瞬间天球真赤道坐标系. 参看图 7-15.

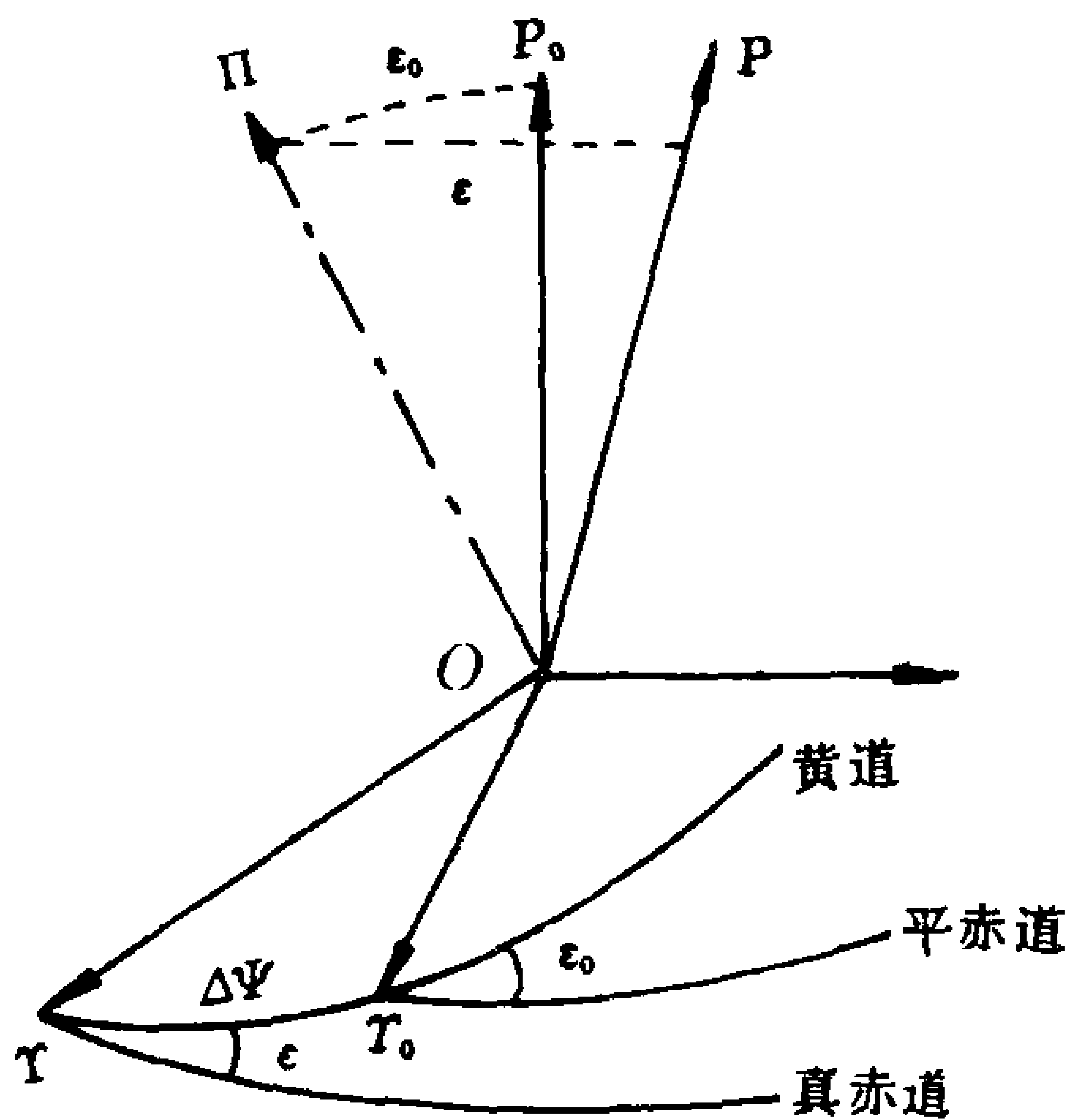


图 7-15

对应天球平赤道坐标系的空间直角坐标系为：Z 轴正向指向 t 瞬间平北极，X 轴正向指向 t 瞬间平春分点 Υ_0，Y 轴为 X 轴右旋 90°地方，构成右旋坐标系.

对应天球真赤道坐标系的空间直角坐标系为：z 轴正向指向 t 瞬间真北极，x 轴正向指向 t 瞬间真春分点 Υ，y 轴为 x 轴右旋 90°地方，构成右旋坐标系.

由 t 瞬间天体球面坐标$(\alpha_0\delta_0)$可求对应的$(xyz)_{\alpha_0\delta_0}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0} = \begin{pmatrix} \cos\delta_0 & \cos\alpha_0 \\ \cos\delta_0 & \sin\alpha_0 \\ \sin\delta_0 & \end{pmatrix} \tag{7.44}$$

t 瞬间天体 σ 的真位置$(\alpha\delta)$可通过转换矩阵得到：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\delta} = \boldsymbol{R}_x(-\varepsilon)\boldsymbol{R}_Z(-\triangle\psi)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon_0)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0}$$

$$= \boldsymbol{R}_x(-\varepsilon_0 - \triangle\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-\triangle\psi)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon_0)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0} \tag{7.45}$$

由(7.44)式可得 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0}$,进而可得$(\alpha\delta)$

$$\begin{cases} \alpha = \operatorname{arctg}(y/x) \\ \delta = \operatorname{arctg}(z/\sqrt{x^2+y^2}) \end{cases}$$

实际计算中经常采用赤经章动$\triangle\mu=\triangle\psi\cos\varepsilon$,赤纬章动$\triangle\nu=\triangle\psi\sin\varepsilon$的转换矩阵.

参看图 7 16,$\overset{\frown}{\Upsilon D}=\triangle\psi_x\cos\varepsilon=\triangle\mu$ 为赤经章动,$\overset{\frown}{\Upsilon_0 D}=\triangle\psi\sin\varepsilon=\triangle\nu$ 为赤纬章动. 采用赤经章动$\triangle\mu$和赤纬章动$\triangle\nu$其转换形式如下:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\delta} = \boldsymbol{R}_x(-\triangle\varepsilon)\boldsymbol{R}_y(\triangle\nu)\boldsymbol{R}_Z(-\triangle\mu)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0} \tag{7.47}$$

同样根据(7.47)式可由(xyz)求得$(\alpha\delta)$.

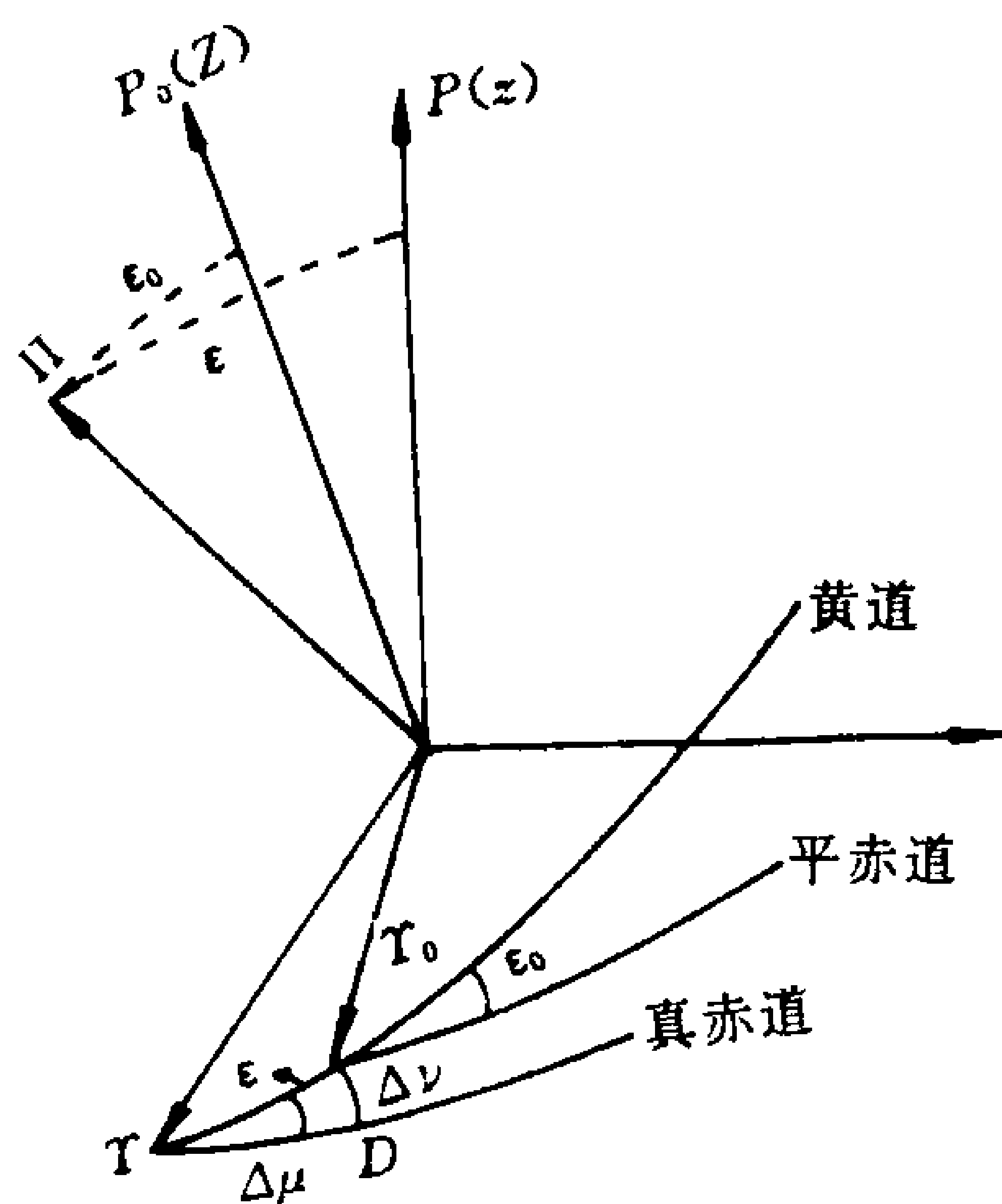


图 7-16

定义(7.45)和(7.47)式中的转换矩阵的积：

$$\begin{cases} \boldsymbol{N}=\boldsymbol{R}_x(-\varepsilon_o-\triangle\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-\triangle\psi)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon_o) \\ \boldsymbol{N}_o=\boldsymbol{R}_x(-\triangle\varepsilon)\boldsymbol{R}_y(\triangle\nu)R_x(-\triangle\mu) \end{cases} \quad \text{为章动转换矩阵}$$

应用黄经章动$\triangle\psi$、交角章动$\triangle\varepsilon$时，章动转换矩阵具体可以写成：

$$N=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\varepsilon_o-\triangle\varepsilon) & \sin(-\varepsilon_0-\triangle\varepsilon) \\ 0 & -\sin(-\varepsilon_0-\triangle\varepsilon) & \cos(-\varepsilon_0-\triangle\varepsilon) \end{pmatrix}\times$$

$$\begin{pmatrix} \cos(-\triangle\psi) & \sin(-\triangle\psi) & 0 \\ -\sin(-\triangle\psi) & \cos(-\triangle\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon_0) & \sin(\varepsilon_0) \\ 0 & -\sin(\varepsilon_0) & \cos(\varepsilon_0) \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{pmatrix} \tag{7.48}$$

其中定义：

$$n_{11}=\cos\triangle\psi$$

$$n_{12}=-\sin\triangle\psi\cos\varepsilon_0$$

$$n_{13}=-\sin\triangle\psi\sin\varepsilon_0$$

$$n_{21}=\sin\triangle\psi\cos(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)$$

$$n_{22}=\cos\triangle\psi\cos\varepsilon_0\cos(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)+\sin\varepsilon_0\sin(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)$$

$$n_{23}=\cos\triangle\psi\sin\varepsilon_0\cos(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)-\cos\varepsilon_0\sin(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)$$

$$n_{31}=\sin\triangle\psi\sin(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)$$

$$n_{32}=\cos\triangle\psi\cos\varepsilon_0\sin(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)-\sin\varepsilon_0\cos(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)$$

$$n_{33}=\cos\triangle\psi\sin\varepsilon_0\sin(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)+\cos\varepsilon_0\cos(\varepsilon_0+\triangle\varepsilon)$$

式中赤经章动$\triangle\psi$、交角章动$\triangle\varepsilon$从1984.0年开始采用IAU1980章动序列.ε_0为平黄赤交角.我国天文年历登载有岁差章动旋转矩阵元素表，表载从标准历元J2000.0平春分点到表列日期0^hTDB时刻春分点应作的岁差和章动改正的矩阵元素A_{11}、A_{12}、A_{13}……A_{33}.

具体表达式为：

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{NP}=\begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}$$

使用时可根据待求时刻时间 t 到岁差章动旋转矩阵元素表中去查，省去繁琐的计算、其中 A_{11} $A_{12}\cdots\cdots A_{33}$的计算是根据新的岁差角($\zeta_A$、$\theta_A$、$Z_A$)和 IAU1980 章动序列得到的.

应用赤经章动$\triangle\mu=\triangle\psi\cos\varepsilon$、赤纬章动$\triangle\nu=\triangle\psi\sin\varepsilon$ 进行章动改正时，章动转换矩阵 N_0 具体形式如下：

$$\boldsymbol{N}_0=\boldsymbol{R}_x(-\triangle\varepsilon)\boldsymbol{R}_y(\triangle\nu)\boldsymbol{R}_z(-\triangle\mu)$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & -\triangle\mu & -\triangle\nu \\ -\triangle\varepsilon\triangle\nu+\triangle\mu & \triangle\varepsilon\triangle\mu\triangle\nu+1 & -\triangle\varepsilon \\ \triangle\nu+\triangle\varepsilon\triangle\mu & -\triangle\varepsilon\triangle\mu\triangle\nu+\triangle\varepsilon & 1 \end{pmatrix}$$

略去$\triangle\mu$、$\triangle\nu$、$\triangle\varepsilon$ 的二阶项和高阶项

$$\boldsymbol{N}_o=\begin{pmatrix} 1 & -\triangle\mu & -\triangle\upsilon \\ \triangle\mu & 1 & -\triangle\varepsilon \\ \triangle\nu & \triangle\varepsilon & 1 \end{pmatrix} \tag{7.49}$$

公式(7.49)就是应用赤经章动$\triangle\mu$、赤纬章动$\triangle\nu$、交角章动$\triangle\varepsilon$进行章动改正时的章动转换矩阵. 矩阵元素是根据 IAU1980 年章动序列给出的$\triangle\psi$、$\triangle\varepsilon$ 值，根据$\triangle\mu=\triangle\psi\cos\varepsilon$、$\triangle\nu=\triangle\psi\sin\varepsilon$ 关系式得到$\triangle\mu$、$\triangle\nu$

§7.6 岁差常数及其测定方法

一、岁差常数 ψ'

参看图 7-17，$\overset{\frown}{Q_oQ_o'}$，$\overset{\frown}{E_oE_o'}$，$\Upsilon_0$ 为 t_0 瞬间的平赤道、黄道和平春分

点；$\widehat{QQ'}$、$\widehat{EE'}$、Υ 为 t 瞬间的平赤道、黄道和平春分点.
$\widehat{\Upsilon_0\Upsilon'}=\psi'$ 为黄经日月岁差. $\widehat{\Upsilon'\Upsilon}=\lambda'$ 为赤经行星岁差.

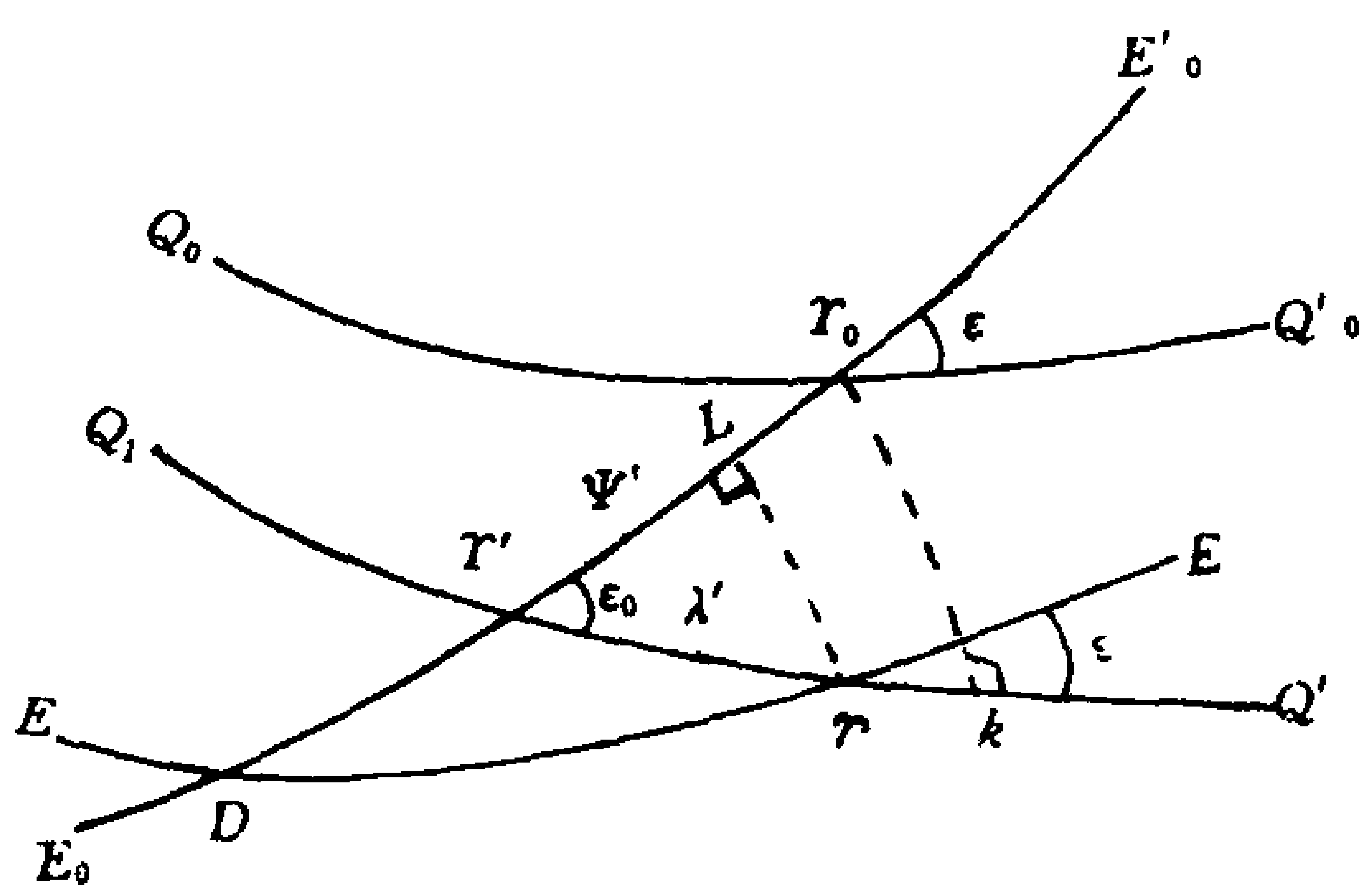


图　7-17

由此可导出：

$$
\begin{cases}
\text{黄经总岁差}\ P(l)=\psi'-\lambda'\cos\varepsilon \\
\text{黄纬总岁差}\quad s=\lambda'\sin\varepsilon \\
\text{赤经总岁差}\quad m=\psi'\cos\varepsilon-\lambda' \\
\text{赤纬总岁差}\quad n=\psi'\sin\varepsilon
\end{cases}
\tag{7.50}
$$

其中黄经日月岁差 ψ' 是通过天文观测而得到的，称为岁差常数. 赤经行星岁差 λ' 是根据天体力学定律计算出来的，它是个理论值.

天文常数系统中的黄经总岁差 P 的采用值是根据黄经日月岁差 ψ' 和赤经行星岁差 λ' 两个合成得到的. 因为黄经日月岁差 ψ' 是根据天文实测得到的，黄经总岁差 P 也作为天文常数系统中的基础常数. 作为天文常数中的基础常数的黄经总岁差 P 的取值：1984. 0 年以前黄经总岁差 P 为 5025″. 64/每世纪，相对标准历元 B1900. 0 年. 该值是纽康(Newcomb)根据 1750 年～1890 年间大量恒星视位置观测中，加以综合分析得到的，该值被 1896 年在巴黎召开的国际基本

恒星会议所确认，各国天文年历编算中凡是涉及黄经总岁差值的地方都要采用纽康所确定的黄经总岁差值. 该值从 1896 年一直采用到 1984.0 年. 从 1984.0 年开始采用 IAU1976 年天文常数系统中新的黄经总岁差值. 该值为：$P=5029''.0966$/每世纪，相对标准历元 J2000.0 年，它是在纽康确定的黄经总岁差值的基础上，加了关于银河系自转的修正以及根据新的行星质量数值对行星岁差的改正，然后将相对 B1900.0 年的值转换到相对标准历元 J2000.0 年得到的.

定义的岁差常数 ψ' 通常写成 $\psi'+\triangle\psi'$，ψ' 就是从 1896 年被国际采用的纽康岁差常数值. $\triangle\psi'$ 是岁差常数 ψ' 的改正值. 它可以根据实际观测得到对纽康岁差常数 ψ' 的修正. 所谓岁差常数的测定，实际上就是测定纽康岁差常数值 ψ' 的改正值 $\triangle\psi'$.

下面具体讨论岁差常数值 ψ' 的改正值 $\triangle\psi'$ 的测定方法和所依据的公式：

假定 $\triangle P$、$\triangle\lambda'$、$\triangle m$、$\triangle n$、$\triangle\psi'$ 为纽康岁差常数采用值的改正量，则(7.50)式可写成：

$$\begin{cases}\triangle P=\triangle\psi'-\triangle\lambda'\cos\varepsilon\\ \triangle m=\triangle\psi'\cos\varepsilon-\triangle\lambda'\\ \triangle n=\triangle\psi'\sin\varepsilon\end{cases}\tag{7.51}$$

假定 $\triangle e$ 为采用纽康岁差值而造成的春分点运动的误差，即由非岁差原因造成的春分点的虚假运动. $\triangle e$ 使所有恒星的赤经产生一种虚假的运动，用 $\triangle M$ 表示，则有：$\triangle M=\triangle m-\triangle e$. 令 $\triangle E=\triangle\lambda'+\triangle e$

$$\text{由}\begin{cases}\triangle M=\triangle m-\triangle e\\ \triangle E=\triangle\lambda'+\triangle e\end{cases}\Rightarrow\triangle K=\triangle\psi'\cos\varepsilon-\triangle E$$

$$=\triangle n\,\mathrm{ctg}\,\varepsilon-\triangle E\tag{7.52}$$

如果我们能够求得 $\triangle K$、$\triangle n$ 则可由(7.52)式就能导出 $\triangle\psi'$，这就是 $\triangle\psi$ 测定原理公式.

根据上面的分析，测定岁差常数采用值的改正值 $\triangle\psi'$ 通常有三种方法：(1)分析星表中恒星自行决定岁差常数改正值 $\triangle\psi'$.(2)相对

河外星系求得恒星自行决定岁差常数改正值$\triangle\psi'$.(3)分析行星运动决定岁差常数改正值$\triangle\psi'$.

二、岁差常数改正值$\triangle\psi'$的测定方法

①由恒星自行决定岁差常数改正值

关于恒星自行μ有关知识将在下一章介绍,这里为讨论方便先给出恒星自行的定义.恒星自行是指恒星的空间运动在天球上投影部分.令μ_α为恒星自行μ的赤经分量;μ_δ为恒星自行μ的赤纬分量.利用恒星自行μ决定岁差常数改正值的基本出发点是:观测到的恒星自行μ是由下列四种因素造成的:(1)由于太阳在空间运动而产生的恒星相对位移,称为视差动用$(\mu)_\odot$表示.(2)所依据的天球平赤道坐标系因岁差旋转时,由于岁差常数采用值的误差造成的恒星位移,用$(\mu)_{rot}$表示.(3)由于银河系自转,造成的恒星的运动,用$(\mu)_g$表示.(4)剩余自行:主要包括恒星本动和自行测量误差用$(\mu)_{res}$表示.并认为大量恒星统计结果,恒星的剩余自行$(\mu)_{res}$应等于零.写成公式有

$$\begin{cases}\mu_\alpha=(\mu_\alpha)_\odot+(\mu_\alpha)_{rot}+(\mu_\alpha)_g+(\mu_\alpha)_{res}\\ \mu_\delta=(\mu_\delta)_\odot+(\mu_\delta)_{rot}+(\mu_\delta)_g+(\mu_\delta)_{res}\end{cases}\tag{7.53}$$

(1)视差动$(\mu)_\odot$:太阳空间运动引起的恒星相对位移

令太阳空间运动速度在日心赤道直角坐标系的三个分量分别为$(X、Y、Z)$,由于太阳的运动所造成的恒星运动,即视差动和恒星的赤经自行和赤纬自行的关系为:

$$\begin{cases}(\mu_\alpha)_\odot\cos\delta=\pi(X\sin\alpha-Y\cos\alpha)\\ (\mu_\delta)_\odot\qquad=\pi(X\cos\alpha\sin\delta+Y\sin\alpha\sin\delta-Z\cos\delta)\end{cases}\tag{7.54}$$

其中π为恒星视差,$(\alpha、\delta)$为恒星的赤道坐标值.

(2)坐标系旋转因岁差常数采用值不准确而造成恒星自行

这里是指岁差常数采用值不准确(包括$\triangle\psi'$、$\triangle\lambda'$)所造成的恒星虚假运动,其表达式为:

$$\begin{cases}(\mu_\alpha)_{rot}\cos\delta = \triangle K\cos\delta + \triangle n\sin\alpha\sin\delta \\ (\mu_\delta)_{rot} \qquad = \triangle n\cos\alpha\end{cases} \tag{7.55}$$

(3)由银河系自转引起的恒星自行$(\mu)_g$

$$\begin{cases}(\mu_\alpha)_g\cos\delta = \dfrac{A}{4.74}(\cos 2l\cos b\cos q \\ \qquad\qquad + \dfrac{1}{2}\sin 2l\sin 2b\sin q) \\ \qquad\qquad + \dfrac{B}{4.74}\cos b\cos q \\ \qquad (\mu_\delta)_g = \dfrac{A}{4.74}(\cos 2l\cos b\sin q \\ \qquad\qquad - \dfrac{1}{2}\sin 2l\sin 2b\cos q) \\ \qquad\qquad + \dfrac{B}{4.74}\cos b\sin q\end{cases} \tag{7.56}$$

其中A、B为奥尔特常数. q为北天极、北银极、恒星σ组成球面三角形在恒星处的张角,规定由银经圈按逆时针方向量到赤经圈0°～360°,(l,b)为恒星的银道坐标.

(4)恒星剩余自行$(\mu)_{res}$假定大量恒星统计结果恒星本动和自行测量误差为零(因恒星本动的大小和方向各异,大量恒星统计结果为零).

基于上面分析总的误差方程可写成下列基本关系:

$$\begin{cases}\mu_\alpha\cos\delta = (\mu_\alpha)_\odot\cos\delta + (\mu_\alpha)_{rot}\cos\delta + (\mu_\alpha)_g\cos\delta \\ \qquad \mu_\delta = (\mu_\delta)_\odot + (\mu_\delta)_{rot} + (\mu_\delta)_g\end{cases} \tag{7.57}$$

等式左边取自星表中恒星的自行,通过大量恒星可解出[illegible]、$\triangle K$,从而得到$\triangle\psi'$. 但这种方法存在不合理的因素,那就是实际上恒星本动不是随机的.

②相对河外星系测恒星自行[illegible]岁差常数改正值$\triangle\psi'$

假定对某一天区的恒星以河外星系为背景,求得的自行为μ_g,并设μ_c为同一天区的恒星在基本星表中的自行. 由于河外星系相当

遥远，可以认为是不动的．有：

$$\begin{cases}\mu_g=S+\mu+\sigma_g \\ \mu_c=S+\mu+\sigma_c+\triangle P\end{cases} \tag{7.58}$$

其中 S 是恒星的各种系统运动（包括视差动，银河系较差位移等）对自行的影响；μ 是剩余自行的随机分量；σ 为测定自行时的系统误差，$\triangle P$ 是岁差的总误差（包括黄经日月岁差，赤经行星岁差以及春分点的虚假运动）．

假定 μ_g 与 μ_c 之间的差别仅与岁差常数误差有关因而可得到：

$$\begin{cases}\triangle\mu_\alpha\cos\delta=\triangle K\cos\delta+\triangle n\sin\alpha\sin\delta \\ \triangle\mu_\delta=\triangle n\cos\alpha\end{cases} \tag{7.59}$$

根据对河外星系得到的 μ_g 及基本星表中 μ_c 可得 $\triangle\mu_\alpha$、$\triangle\mu_\delta$ 用最小二乘法可求得 $\triangle n$、$\triangle K$；由 $\triangle n=\triangle\psi'\sin\varepsilon$ 可得到 $\triangle\psi'$；由 $\triangle n$、$\triangle K$ 可得 $\triangle\lambda'+\triangle e$.

③分析行星运动决定岁差常数改正值 $\triangle\psi'$：

分析行星运动确定岁差常数改正值方法通常称为动力学方法．动力学方法是建立在遵守牛顿定律基础上，对这些行星要求有准确的运动理论，以及根据理论所计算出来的理论视位置（包括距离）的历表．通过观测得到行星的观测视位置．行星坐标的观测值和历表值之差可以认为是坐标系统误差造成的．这个系统误差是由观测以及用来计算行星历表值的行星和地球轨道根数不准确造成的，还可因为天球基本坐标系的零点误差〔春分点改正和赤道改正〕以及某些天文常数误差：如岁差常数 ψ' 的误差，黄赤交角长期变化等误差造成的．写成公式：

$$\begin{cases}\alpha_H-\alpha_e=\triangle\alpha_0+(\triangle\alpha_e)_P+(\triangle\alpha_e)_\oplus+\text{某些天文常数误差} \\ \delta_H-\delta_e=\triangle\delta_0+(\triangle\delta_e)_P+(\triangle\delta_e)_\oplus+\text{某些天文常数误差}\end{cases} \tag{7.60}$$

$(\alpha_H\delta_H)$ 为行星的观测值，$(\alpha_e\delta_e)$ 为行星历表值．$(\triangle\alpha_0\triangle\delta_0)$ 分别为天球基本坐标系的分点改正和赤道改正．$(\triangle\alpha_e)_P$、$(\triangle\delta_e)_P$ 是行星轨道根数误差：$(\triangle\alpha_e)_\oplus(\triangle\delta_e)_\oplus$ 是地球轨道根数的误差．

$$\begin{cases}(\triangle\alpha_e)_P=\sum\limits_{i=1}^{6}\dfrac{\partial\alpha}{\partial E_i}\triangle E_i\\(\triangle\delta_e)_P=\sum\limits_{i=1}^{6}\dfrac{\partial\delta}{\partial E_i}\triangle E_i\end{cases}\tag{7.61}$$

其中 E_i 代表行星轨道根数对于行星 $i=1$、2……6

$$\begin{cases}(\triangle\alpha_e)_\oplus=\sum\limits_{i=1}^{5}\dfrac{\partial\alpha}{\partial E_i'}\triangle E_i'\\(\triangle\delta e_\oplus=\sum\limits_{i=1}^{5}\dfrac{\partial\delta}{\partial E_i'}\triangle E_i'\end{cases}\tag{7.62}$$

其中 E'_i 代表地球轨道根，$i=1$、2……5

假定天文常数误差中只存在黄经总岁差 P 的误差，则后面可写成具体项 $\frac{\partial\alpha}{\partial P}\triangle P$、$\frac{\partial\delta}{\partial P}\triangle P$、如果不仅存在黄经总岁差的话，只是在后面再填上其它天文常数误差项，如黄赤交角长期变化误差，$\frac{\partial\alpha}{\partial\varepsilon}\triangle\varepsilon$，$\frac{\partial\delta}{\partial\varepsilon}\triangle\varepsilon$，……等.

天文常数误差中如只考虑存在黄经总岁差的误差时，则(7.60)式可写成：

$$\begin{cases}\alpha_H-\alpha_e=\triangle\alpha_0+\sum\limits_{i=1}^{6}\dfrac{\partial\alpha}{\partial E_i}\triangle E_i+\sum\limits_{i=1}^{5}\dfrac{\partial\alpha}{\partial E_i'}\triangle E_i'+\dfrac{\partial\alpha}{\partial p}\triangle P\\\delta_H-\delta_e=\triangle\delta_o+\sum\limits_{i=1}^{6}\dfrac{\partial\delta}{\partial E_i}\triangle E_i+\sum\limits_{i=1}^{5}\dfrac{\partial\delta}{\partial E_i'}\triangle E_i'+\dfrac{\partial\delta}{\partial P}\triangle P\end{cases}\tag{7.63}$$

公式(7.63)左端为已知量，系数 $\frac{\partial\alpha}{\partial E_i}$，$\frac{\partial\alpha}{\partial E_i'}$，$\frac{\partial\delta}{\partial E_i}$，$\frac{\partial\delta}{\partial E_i'}$，可根据行星运动理论推出为已知函数.〔详见天体力学有关星历表计算一部分〕

$\frac{\partial\alpha}{\partial P}$和$\frac{\partial\delta}{\partial P}$可根据岁差对天体赤道坐标影响导出.(取一级近似)

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\alpha}{\partial T}=m+n\sin\alpha\,\mathrm{tg}\delta\\ \dfrac{\partial\delta}{\partial T}=n\cos\alpha\end{cases}$$

式中 $m=\psi'\cos\varepsilon-\lambda'$，$n=\psi'\sin\varepsilon$ 而 $P=\psi'-\lambda'\cos\varepsilon$ 将 m、n 代入上式有：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\alpha}{\partial T}=(\psi'\cos\varepsilon-\lambda')+\psi'\sin\varepsilon\sin\alpha\,\mathrm{tg}\delta\\ \dfrac{\partial\alpha}{\partial T}=\psi'\sin\varepsilon\cos\alpha\end{cases}$$

将 ψ' 用 P 替代：($\psi'=P+\lambda'\cos\varepsilon$)有公式：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\alpha}{\partial T}=(P+\lambda'\cos\varepsilon)\cos\varepsilon-\lambda'+(P+\lambda'\cos\varepsilon)\sin\varepsilon\sin\alpha\,\mathrm{tg}\delta\\ \dfrac{\partial\delta}{\partial T}=(P+\lambda'\cos\varepsilon)\sin\varepsilon\cos\alpha\end{cases}$$

由上式可得：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\alpha}{\partial P}=(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\sin\alpha\,\mathrm{tg}\delta)T\\ \dfrac{\partial\delta}{\partial P}=\sin\varepsilon\cos\alpha T\end{cases}\qquad(7.64)$$

(7.64)中(α、δ)为行星的赤经、赤纬，ε 为黄赤交角，T 为从 1900.0 起算的儒略世纪数. $\dfrac{\partial\alpha}{\partial P}$、$\dfrac{\partial\delta}{\partial P}$也是已知的函数.

在解(7.63)式时，整个表达式所对应赤道、春分点、黄道等应是同一历元，特别是轨道根数(Ω、w、ι)，黄赤交角 ε，太阳的地心直角坐标(X、Y、Z)，如不统一，需经岁差改正化为一致.

三、岁差常数的相对论效应

一回归年中的黄经日月岁差 ψ' 定义为岁差常数，它是由观测得到，因此存在着相对论效应. 岁差常数的相对论修正称为测地岁差，用 Q 表示. Q 的含义是坐标轴的转动速率，假如地球在宇宙空间中不受任何外力作用，〔孤立的天体〕它的运动应该是惯性的，与它固连

的坐标系其坐标轴将不会改变它们相对恒星的方向. 牛顿力学所有量都是参照这样的坐标系. 但是，地球的运动是处在太阳的引力场中，因此地球的运动并不是惯性的. 根据广义相对论的原理，则认为原点在地心的任何坐标系，由于处在引力场中而受到摄动力影响，该坐标系将相对同此引力场无关的惯性坐标系转动. 坐标轴转动速率表为：

$$Q=\frac{3}{2}M_{\odot}\frac{v}{A_0^2} \tag{7.65}$$

其中 Q 称为测地岁差. $M_{\odot}$ 为太阳质量，v 是地球轨道速度，A_0 是地球轨道半长轴.

如果引力常数取为 1，地球绕太阳运动为圆轨道时，太阳质量 $M_{\odot}$ 以引力单位表示时，将为：

$$M_{\odot}=\frac{v^2}{c^2}A_0=\frac{n^2A_0^3}{c^2} \tag{7.66}$$

式中 c 为光速，n 为地球的平均运动速度，以弧度/秒为单位.

将(7.66)代入(7.65)得到：

$$Q=\frac{3}{2}\left(\frac{nA_0}{c}\right)^2\cdot n \tag{7.67}$$

根据光行差常数的表达式：

$K=\frac{n}{86400}\ \frac{A_0}{c\ \sqrt{1-e^2}}$ 我们可以求出 n 的表达式.

再根据太阳视差 $\pi_{\odot}$ 和地球赤道半径 a_e 关系式

$\pi_{\odot}=\frac{a_e}{A_0}206265''$　　可以得到 A_0 的表达式，然后将 n、A_0 表达式代入(7.67)有：

$$Q=\frac{3}{2}\frac{\pi_{\odot}\sin1''}{a_e}(86400)^3K^3c\ \sqrt{(1-e^2)^3} \tag{7.68}$$

将太阳地平视差 $\pi_{\odot}$ 值、光行差(周年)常数值 K，地球赤道半径 a_e 值，地球轨道偏心率 e 值代入(7.68)就可得出 Q 大小.

如取 $\pi_{\odot}=8''.808$，$a_e=6378244$(米)，$K=20''.47$，$c=299790\times10^3$ 米，$e=0.016751$，则 $Q=1''.915$/每回归世纪；黄经日月岁差 ψ' 加

上相对论修正(即测地岁差 Q)即 $P'=\psi'+Q$ 称为牛顿日月岁差.牛顿(Newtem)日月岁差 P' 等于由观测得到的黄经日月岁差 ψ' 加上它的相对论改正(测地岁差);或者说:牛顿日月岁差等于岁差常数 ψ' 加上测地岁差 Q. 目前采用 IAU1976 年天文常数系统,太阳视差 $\pi_{\odot}$、光行差常数 K、地球赤道半径 a_e、地球轨道偏心率 e 值均采用了新值,根据这些新值推导出来的 Q 值略有不同.

纽康(Newcomb)认为岁差常数应当这样定义:$P\cos\varepsilon=\psi'$ 其中 P 为岁差常数.考虑由观测而得到黄经日月岁差 ψ' 的相对论效应后,Newcomb 的岁差常数 $P=\dfrac{P'}{\cos\varepsilon}$,$P'$ 为牛顿日月岁差.其中 $P'=\psi'+Q=5037''.08+1''.915$,求得纽康的岁差常数值为 $5492''.75$/回归世纪.

纽康岁差常数 P 是根据牛顿日月岁差得到的,因此它计算了相对论改正.那么根据纽康日月岁差计算出来的黄经总岁差 $P(l)=P\cos\varepsilon-\lambda'\cos\varepsilon$,赤经总岁差 $m=P\cos^2\varepsilon-\lambda'$,赤纬总岁差 $n=P\cos\varepsilon\sin\varepsilon$ 即考虑了岁差常数 ψ' 的相对论改正.由于 λ' 是通过天体力学定律计算出来的,它不存在相对论效应.因此在测定黄经日月岁差时(测定岁差常数 ψ' 时)加了相对论改正(测地岁差),那么计算黄经总岁差、赤经、赤纬总岁差时,就不必考虑相对论效应了.

§7.7 章动常数及其测定方法

真天极相对平天极运动称为章动.章动是由许多周期运动叠加而成,其中最长的周期运动是 18.6 年.假如不考虑其它短周期运动(章动的)那么真天极绕平天极的 18.6 年周期运动轨迹近似看成是一个椭圆.椭圆的中心是平天极,长轴方向指向北黄极,短轴方向指向春分点.真天极绕平天极的 18.6 年周期运动轨迹通常称为章动椭圆,章动椭圆半长轴的数值定义为章动常数.(也就是交角章动 $\triangle\varepsilon$

展开式中第一项 $\cos\Omega$ 前的系数)用 N 表示. IAU1976 年天文常数系统,标准历元 J2000 年章动常数 $N=9''.2109$,从 1984.0 年开始采用. 1984.0 年以前章动系数值为 $9''.210$ 相对标准历元为 B1900.0 年.

章动常数 N 可以根据恒星位置或纬度观测资料来确定. 原则上用一颗星不少于 18.6 年的观测资料就可以确定章动常数. 但通常是选择更多恒星更长的观测资料来确定章动常数. 章动常数的测定可以用来检验各种地球模型和真实地球接近程度. 下面介绍三种测定章动常数方法:

一、根据恒星的赤经确定章动常数. 这种方法基于岁差常数. 光行差常数等不存在误差的假设条件下,只是由于章动常数 N 和恒星平赤经 α_0 存在误差 dN、$d\alpha_0$,通过恒星位置的观测来确定章动常数 N 和恒星的平赤经 α_0 的改正:dN 和 $d\alpha_0$

令 α_0 是某一历元恒星的平位置,α_{ap}是它的视位置;α_{obs}是由观测得到的观测位置. 假定 α_0 和章动常数数 N 为已知的近似值. 根据恒星赤经自行 μ_α,可以列出如下的条件方程:

$$\alpha_{obs}-\alpha_{ap}=d\alpha_0+\mu_\alpha t+n_\alpha dN \tag{7.69}$$

其中 n_α 为赤经章动系数,可由章动对赤经影响求得:

$$n_\alpha=\triangle\psi(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\ \sin\alpha \mathrm{tg}\delta)-\triangle\varepsilon \mathrm{tg}\delta\cos\alpha$$

$\triangle\psi$、$\triangle\varepsilon$ 取其章动主要项(n_α 以时秒为单位).

根据公式(7.69)可得一系列方程式. 通过最小二乘法就可得到计算视位置时所采用的章动常数 N 的改正值 dN.

二、章动常数 N 的改正值也可根据恒星测纬资料来确定. 中天时恒星的天顶距,观测地纬度、恒星的赤纬 δ 有关系:

$$\begin{cases}\varphi=z+\delta & \text{(天顶以南上中天)}\\ \varphi=\delta-z & \text{(天顶以北上中天)}\\ \varphi=180^\circ-(z+\delta) & \text{下中天}\end{cases}$$

假定观测地纬度 φ 变化是由极移引起的,恒星赤纬的误差是由

于视位置归算中使用天文常数不准确引起的. 如果观测地纬度变化是已知的，可得平均纬度 φ_0

$$\varphi_0=z+\delta_0+B \quad (\delta_0\text{ 为历元平位置}, B\text{ 为对视位置的归算})$$

而观测瞬间的纬度 φ

$$\varphi=z+\delta+B+n_\delta\cdot \mathrm{d}N+\mu \mathrm{d}t$$

$$\varphi-\varphi_0=\mathrm{d}\delta+\mu \mathrm{d}t+n_\delta \mathrm{d}N \tag{7.70}$$

n_δ 是赤纬章动系数，可由章动对赤纬的影响求得：

$$n_\delta=\Delta\varphi\sin\varepsilon\cos\alpha+\Delta\varepsilon\sin\alpha$$

根据(7.70)式，用最小二乘法求解，就可以得到 $\mathrm{d}N$.

三、章动常数也可根据天文常数间的数学公式推导出来. 牛顿日月岁差 P'，章动常数 N 以及地球质量为单位的月球质量 m 之间满足下式：

$$N=(47.6237P')/(\frac{1}{m}+178.822) \tag{7.71}$$

它是根据下述关系式推导的：

牛顿日月岁差 P'(即经过相对论改正的黄经日月岁差)，章动常数 N、以地球质量为单位的月球质量 m 满足关系式：

$$\begin{cases} P'=(P+Q\dfrac{m}{1+m})\dfrac{C-A}{C}\cos\varepsilon \\ N=R\dfrac{m}{1+m}\dfrac{C-A}{C}\cos\varepsilon \end{cases} \tag{7.72}$$

公式中 A、C 为地球的主惯性距，推导(7.71)式时取地球的力学的扁率 $(C-A)/C=0.00327893$. P、Q、R 是月球轨道要素和太阳轨道要素的已知函数，并由下式计算：

$$\begin{cases} P=\dfrac{3}{2}\dfrac{n_\odot^2}{w}\dfrac{(1-e^2)^{-\frac{3}{2}}}{1+M}T_r \\ Q=\dfrac{3}{2}\dfrac{n}{w}T N_1 \\ R=\dfrac{-Q}{N_1\Omega_1\sin 1''}N_2 \end{cases} \tag{7.73}$$

$n_\odot$ 为太阳平均周日角速度，n 为月亮平均周日角速度，w 是地球自转角速度，T_r 是回归年长度，Ω_1 是每回归年的月亮交点的平均运动值，e 是地球轨道偏心率，M 是地月系质量.

$N_1=0.9953716$，$N_2=0.089987$.

第八章　恒星自行

§8.1　恒星自行及其对天体坐标的影响

一、恒星的空间运动

前几章的讨论都是假定观测对象:天体是不动的,这种假定即使对恒星而言也是不成立.因为不少恒星的空间位置在观测期间相对观测者有觉察到的变化.大量观测表明:恒星在运动.而且运动大小和方向也是各异的.人们通常将恒星相对于太阳的运动,称为恒星的空间运动.观测表明:太阳在宇宙空间也存在着运动.因此,恒星的空间运动至少包括以下几种因素:

1.恒星本身固有的运动,称为恒星本动.恒星本动速度是恒星相对于星群形心的运动速度.星群形心是指一群星的几何中心.统计表明:恒星本动的速度大小和方向是各异的,而且在天空中,一些区域的恒星存在着沿某个方向运动的恒星比沿与垂直这个方向上运动的恒星为多,运动速度也大.形成所谓"星流"现象.

2.太阳空间运动的反映,称为恒星视差动.通过恒星自行 μ 和视向速度 V_r 的分析,人们很早就发现了太阳在空间有运动.太阳空间运动速度和向点,是根据太阳周围一群恒星的星群形心确定的.研究表明:用不同星群的自行和视向速度计算出来的太阳运动速度和向点不同,如果选择亮恒星(太阳周围的)有关资料,计算得到的太阳运动速度平均为:$V_{\odot}=19.5\text{km/sec}$,向点坐标为 $\alpha=270°$,$\delta=30°$

恒星视差动是一种系统性的运动,它和恒星位置、距离有关.

3.银河系自转引起的太阳处和恒星处转动速度不同,形成的较

差位移. 奥尔特从理论上推出了银河系自转对恒星视向速度和自行影响的表达式. 利用恒星视向速度和自行资料证实了银河系转动. 但是,银河系转动是一个复杂问题,目前尚不能用一个统一的转动模型来描述.

4. 其它原因引起的恒星运动,这些因素包括坐标系旋转时因采用的岁差常数值不精确、天文常数不准确等误差所造成的恒星位置的变化.

恒星相对于太阳的空间运动速度,可通过观测来确定. 参看图 8-1 假定恒星 σ 相对于太阳的空间运动速度为 $\boldsymbol{V}$,$\boldsymbol{V}$ 和视向方向的夹角为 θ,恒星运动速度 $\boldsymbol{V}$ 可分解成沿视向方向的视向速度 V_r 和垂直于视向的切向速度 V_t 它们之间关系式如下:

$$\begin{cases} V_r = V\cos\theta = \mathrm{d}r/\mathrm{d}t \\ V_t = V\sin\theta = r \cdot \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t \end{cases} \tag{8.1}$$

$$\begin{cases} V = \sqrt{V_r^2 + V_t^2} \\ \mathrm{tg}\theta = V_t/V_r \end{cases} \tag{8.2}$$

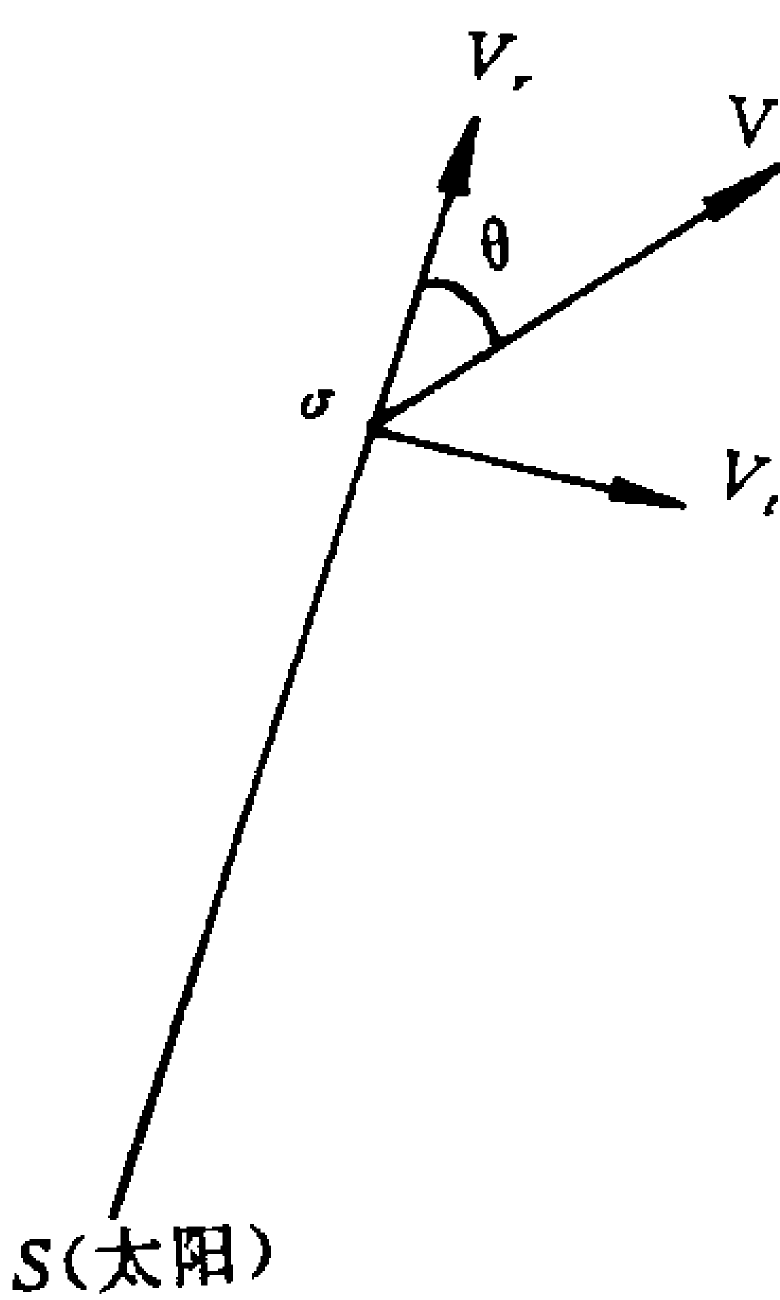


图 8-1

如果我们测得 V_r 和 V_t,则恒星空间运动速度 V 就可求. 下面分别讨论 V_r 和 V_t 的测定问题.

恒星视向速度 V_r 可通过观测恒星光谱线多普勒位移直接得到. 根据多普勒位移原理,当恒星相对观测者存在着视向速度 V_r 时,光谱线将产生位移. 当恒星远离我们而去时,谱线朝红端位移;当恒星朝向我们运动时,谱线朝紫端位移. 其位移大小可用下式表达:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\triangle\lambda}{\lambda_0} = \frac{V_r}{C} \tag{8.3}$$

其中 C 为光速,λ_0 为相对观测者静止的光源所产生的谱线波长,λ 为

实测的波长．根据测出的谱线位移量$\triangle\lambda$和λ．就可以求出恒星视向速度V_r．但是，要求出恒星相对太阳的视向速度，还需要做地球公转运动、自转运动、绕地月系质心运动的改正，以及谱线弯曲等项的改正．

恒星的切向速度V_t可通过观测到的恒星自行μ，依据公式：

$$V_t = 4.74r \cdot \mu \qquad (8.4)$$

得到．其中μ为恒星自行，单位为角秒/年；r为恒星到太阳的距离，$r=\frac{1}{\pi}$，π为恒星视差，可以由恒星视差测定得到．由此可见(8.4)式适用于视差π和自行μ已知的恒星．

有了V_r和V_t后，便可求得恒星空间运动速度V．由于恒星空间运动导致了恒星位置在空间的变化．这种变化对于精确决定恒星空间位置和研究恒星运动规律是不可忽视的量．为此人们引入恒星自行μ这一概念，具体描述恒星的空间运动对恒星位置的影响及改正方法．

二、恒星自行μ

参看图8-2，σ为任意一颗恒星，σV代表恒星空间运动方向，O为观测者，σC为与视线方向垂直的方向，$O\sigma$方向为视向方向．

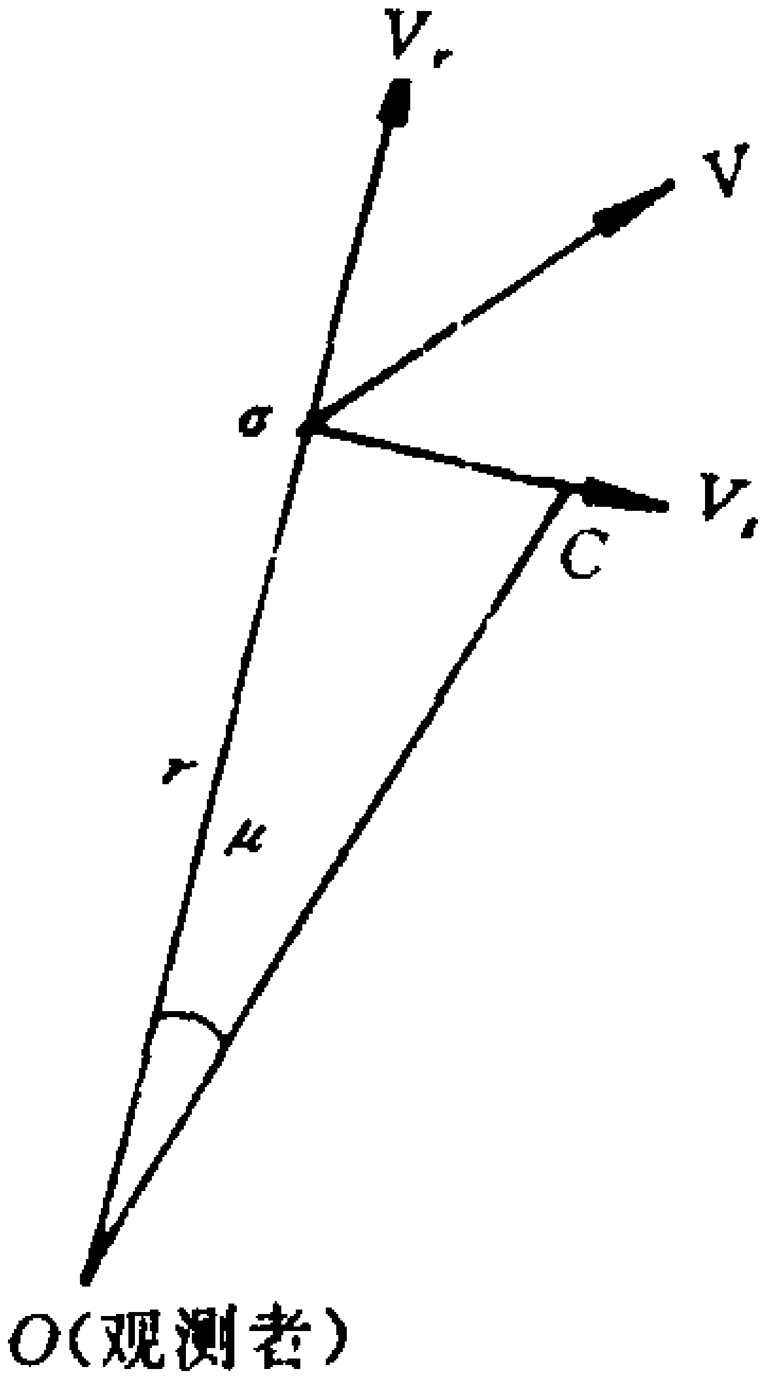


图 8-2

恒星自行μ是恒星相对太阳的运动所引起的每年在天球上的角位移，或者说，恒星空间运动V在垂直于视线方向上，一年所走过距离对观测者所张的角度．

因此，恒星自行既不是恒星空间运动的整体，也不完全等同于空间运动的切向分量．实际上应是恒星空间运动V在天球上投影部

分. 它反映了恒星位置在天球上的变化. 因为恒星运动的视向速度 V_r 不改变恒星在天球上位置，根据恒星自行 μ 是小量，则切向速度 V_t 可以用恒星自行 μ 来表达，有 $V_t=4.74r\mu$.（其中 V_t 单位为公里/秒，r 为秒差距，μ 为角秒/年）

恒星自行 μ 可用赤经自行 μ_α、赤纬自行 μ_δ 来描述. 参看图 8-3.

以观测者 O 为原点作天球，将恒星空间运动 σV 投影到天球上. 则大圆上一段弧 $\widehat{\sigma C}$ 就是恒星自行 μ.

图中 P 为北天极；$\widehat{Q,Q'}$ 为天赤道；σ 为恒星；$\widehat{\sigma C}$ 为该天体自行 μ.

过 P、σ；P、C 分别作赤经圈. 二赤经圈夹角为 $\triangle\alpha$. 过 σ 和 C 分别作天赤道 $\widehat{QQ'}$ 的平行圈，分别交于 $\widehat{P\sigma}$、$\widehat{PC}$ 一点 L、M. 由图可见：

$$\begin{cases}\triangle\alpha \doteq \widehat{\sigma M}/\cos\delta \\ \triangle\delta \doteq \widehat{\sigma L}\end{cases} \tag{8.5}$$

$\triangle\alpha$、$\triangle\delta$ 就是恒星的赤经自行和赤纬自行. 若时间以年为单位，则分别称为赤经周年自行，用 μ_α 表示；赤纬周年自行，用 μ_δ 表示. 则：

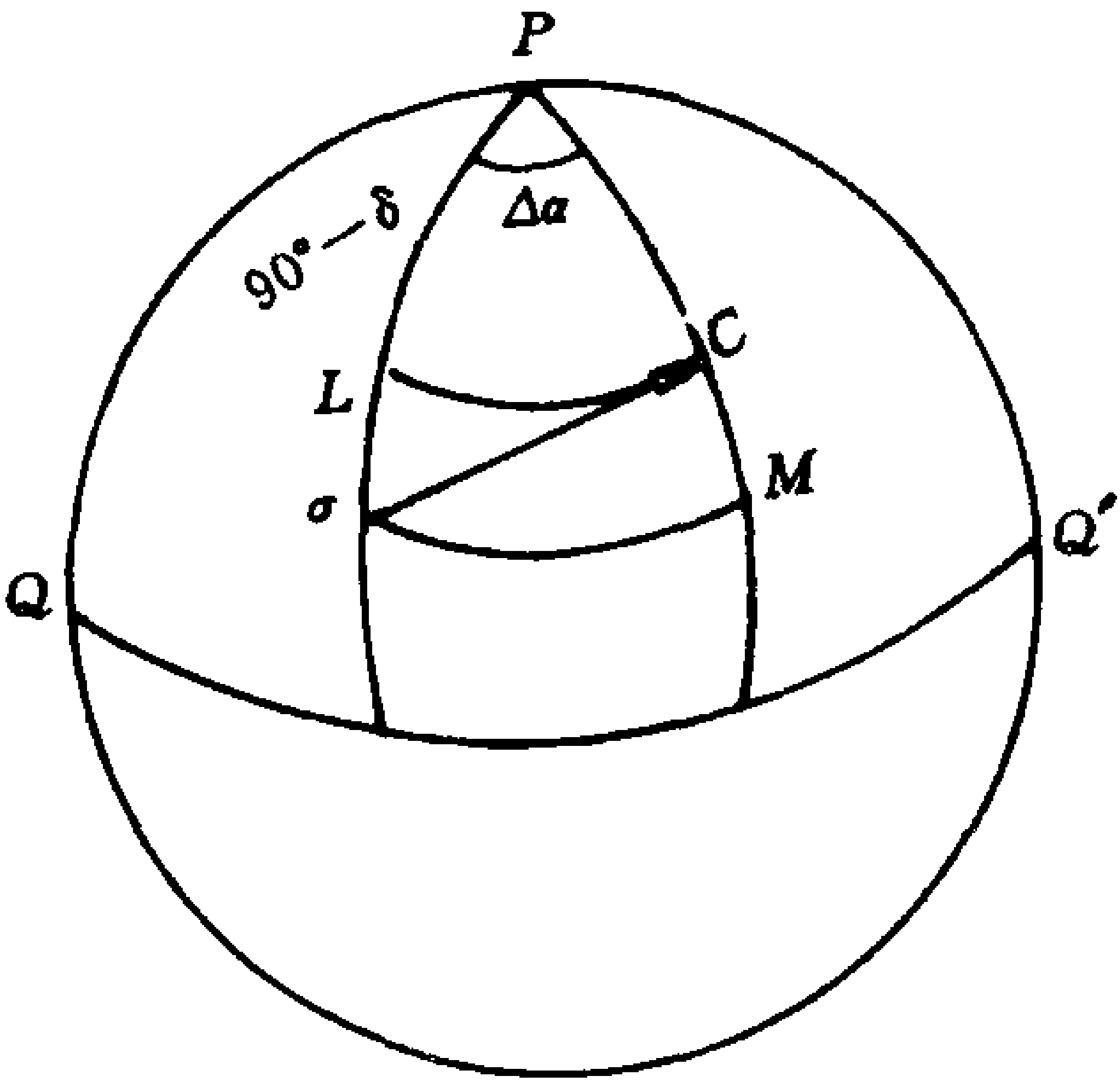


图 8-3

$$\begin{cases}\mu_\alpha = \widehat{\sigma M}/\cos\delta & \mu_\alpha \text{ 单位：时秒/年} \\ \mu_\delta = \widehat{\sigma L} & \mu_\delta \text{ 单位：角秒/年}\end{cases}$$

设恒星自行 μ 的方向位置角为 ψ，（ψ 是恒星自行 μ 与恒星赤经

圈的夹角)则有：

$$\begin{cases}\mu\sin\psi=\mu_{\alpha}\cos\delta\\ \mu\cos\psi=\mu_{\delta}\end{cases}\tag{8.6}$$

由此可得：

$$\begin{cases}\mu''=\sqrt{(\mu_{\alpha}''\cos\delta)^2+(\mu_{\delta}'')^2}\\ \mathrm{tg}\psi=\mu_{\alpha}''\cos\delta/\mu_{\delta}''\end{cases}\tag{8.7}$$

同时也可求出恒星空间运动切向分量沿赤经、赤纬的速度值 V_{α}、V_{δ}：

$$\begin{cases}V_{\alpha}=4.74\mu_{\alpha}''\cos\delta/\pi''\\ V_{\delta}=4.74\mu_{\delta}''/\pi''\end{cases}\tag{8.8}$$

V_{α}、V_{δ} 单位为公里/秒.

三、恒星自行 μ 对天体赤道坐标影响：

假定天体 σ 在 t_0 时的赤道坐标为$(\alpha_0\delta_0)$，它对应以 t_0 时的春分点 Υ_0 所建立起来的天球赤道坐标系. 由于恒星自行的影响，t 时刻天体的赤道坐标$(\alpha、\delta)$可由下式得到：

$$\begin{cases}\alpha=\alpha_0+\mu_{\alpha}(t-t_0)\\ \delta=\delta_0+\mu_{\delta}(t-t_0)\end{cases}\tag{8.9}$$

$(t-t_0)$以年为单位.

由(8.9)式求出来的$(\alpha\delta)$是 t 瞬间对应 t_0 时刻的天球赤道坐标系的坐标值. 它是由 t_0 到 t 期间恒星自行引起的. t_0 到 t 瞬间坐标系的变化对天体位置的影响并没有计算在内，因此$(\alpha、\delta)$不是 t 时的天体确切位置，只是加进自行引起的恒星坐标变化部分.

§8.2 恒星自行 μ 的变化引起 μ_α、μ_δ 的重新分布

一、恒星的视向运动速度 V_r 与恒星自行 μ 的变化

参看图 8-4，由前面分析可知：恒星空间运动速度 V 沿视向和切向方向速度满足：

$$\begin{cases} V_r = \mathrm{d}r/\mathrm{d}t = V\cos\theta \\ V_t = r\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t = V\sin\theta \end{cases}$$

由切向速度 V_t 与恒星自行 μ 的关系：

$V_t = r \cdot \mu$ 得到：

$$\mu = \frac{V\sin\theta}{r} \tag{8.10}$$

设 t 时恒星空间运动速度 V 和视线方向夹角为 θ，$t+\triangle t$ 时和视线方向夹角为 $\theta+\triangle\theta$，

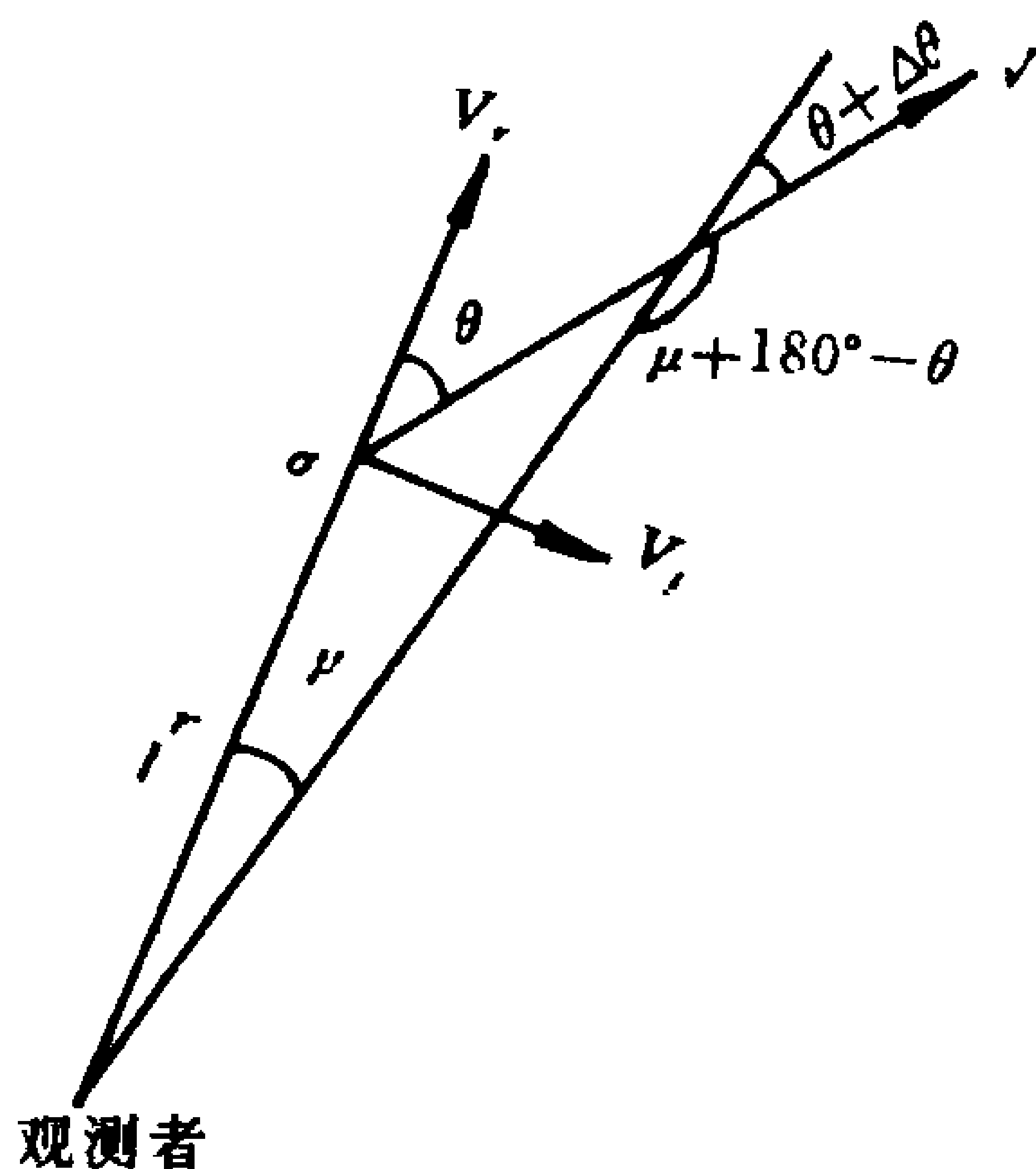


图 8-4

由图 8-4 可知：

$$(\theta+\triangle\theta)+[\mu+(180°-\theta)]=180°$$

由此可得：

$$\mu = -\triangle\theta = -\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{8.11}$$

假定恒星空间运动速度 V 在相当长一段时间内为一常量，恒星自行 μ 随时间 t 的变化由(8.10)式可得：

$$\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t} = \frac{-V\sin\theta}{r^2}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} + \frac{V\cos\theta}{r}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = -2\frac{\mu}{r}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \tag{8.12}$$

由(8.12)式可看出恒星自行 μ 随时间变化和视向速度 $V_r = \mathrm{d}r/\mathrm{d}t$ 的

关系.

二、恒星自行 μ 的变化引起 μ_α, μ_δ 重新分布：

根据恒星自行 μ 与赤经自行 μ_α，赤纬自行 μ_δ 的关系：

$$\begin{cases}\mu_\alpha=\mu\sin\psi\sec\delta\\ \mu_\delta=\mu\cos\psi\end{cases}$$

可以导出 μ_α、μ_δ 随时间变化与恒星自行 μ 的变化关系如下：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\mu_\alpha}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t}\sin\psi\sec\delta+\mu\cos\psi\sec\delta\dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}+\mu\sin\psi\sec\delta\mathrm{tg}\delta\dfrac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}\mu_\delta}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t}\cos\psi-\mu\sin\psi\dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\end{cases}\tag{8.13}$$

其中$\dfrac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}=\mu_\delta$；$\dfrac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t}=-2\dfrac{\mu}{r}\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$.

公式(8.13)式右端，$\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}t$、$\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}t$表达式为已知，$\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t$具体表达式需要进一步导出. 为此，假定在同一定向历元 T_0 中，在一段时间内恒星自行 μ 随时间变化是小量，参照图 8-5：P_0 为定向历元 T_0 时北天极，σ 为位置历元 t_0 时恒星位置，σ' 为位置历元 $t_0+\triangle t$ 时位置，恒星自行 μ 与 t_0 时天体赤经圈夹角为 ψ_0，与 $t_0+\triangle t$ 时天体赤经圈夹角为 ψ'，$\sigma\sigma'=\mu\cdot\triangle t$

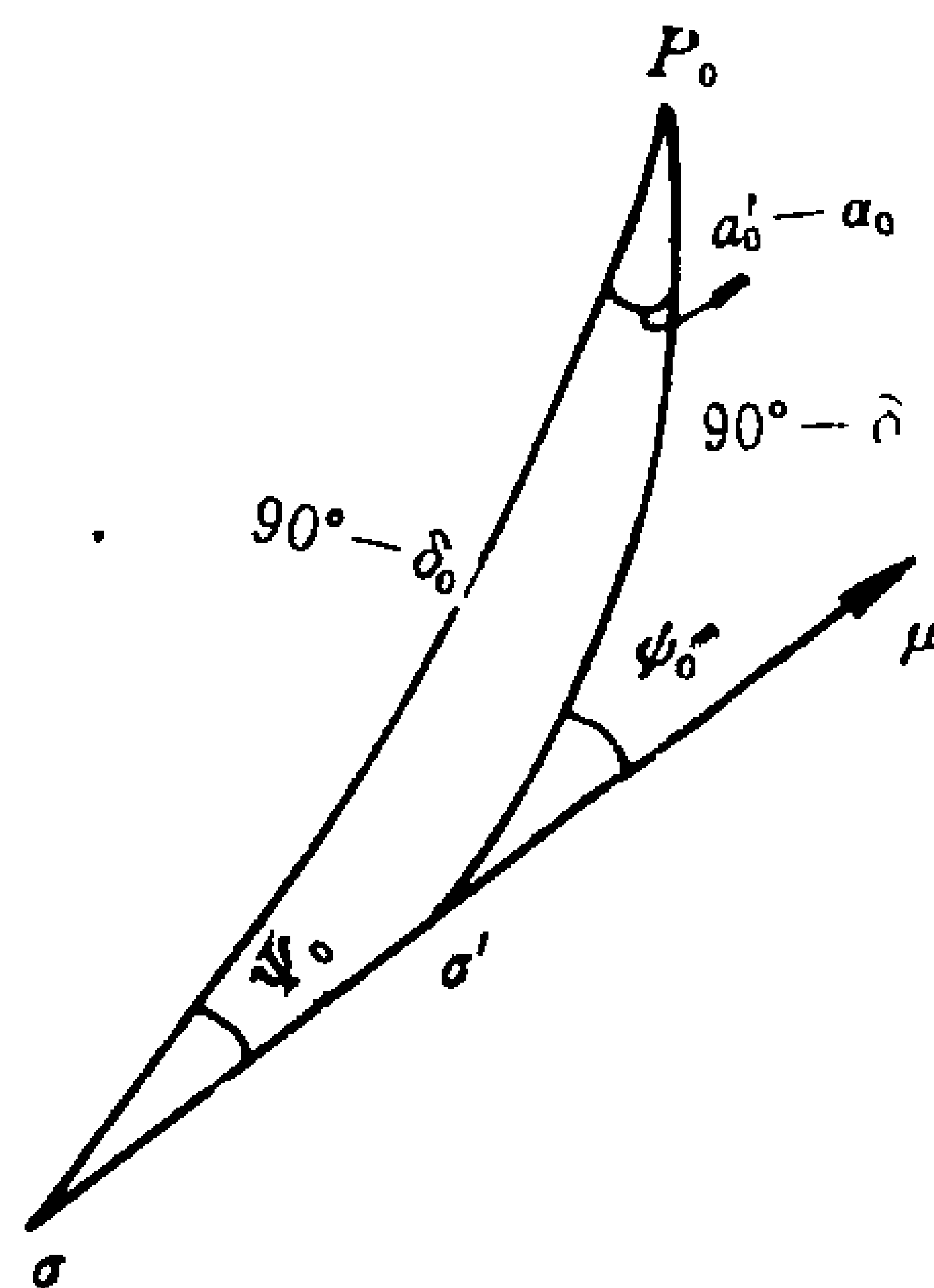


图 8 5

由图可知：

$$\frac{\sin\psi_o}{\sin(90°-\delta_o')}=\frac{\sin(180°-\psi_0')}{\sin(90°-\delta_0)}$$

$$\sin\psi_o\cos\delta_o=\sin\psi_o'\cos\delta_o'$$

当$\triangle t$ 取不同值时，均满足上式. 因此上式可以写成：$\sin\psi\cos\delta=C$（常数） (8.14)

由(8.14)可以导出 $\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t$

$$\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=\frac{\sin\delta\sin\psi}{\cos\delta\cos\psi}\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}=\mu_\alpha\sin\delta \tag{8.15}$$

将(8.12)、(8.15)式代入(8.13)式有：

$$\begin{cases}\mathrm{d}\mu_\alpha/\mathrm{d}t=-2\dfrac{\mu_\alpha}{r}\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}+2\mu_\alpha\mu_\delta\mathrm{tg}\delta\\ \mathrm{d}\mu_\delta/\mathrm{d}t=-2\dfrac{\mu_\delta}{r}\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}-\mu_\alpha^2\sin\delta\cos\delta\end{cases} \tag{8.16}$$

自行 μ 的变化引起的 μ_α、μ_δ 重新分布是小量，一般取泰勒展开式一次项就够了，则有：

$$\begin{cases}\mu_\alpha(t)=\mu_{\alpha_0}(t_0)+\mathrm{d}\mu_{\alpha_0}/\mathrm{d}t(t-t_0)\\ \mu_\delta(t)=\mu_{\delta_0}(t_0)+\mathrm{d}\mu_{\delta_0}/\mathrm{d}t(t-t_0)\end{cases}$$

将$\dfrac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t}$代入上式则有：

$$\begin{cases}\mu_\alpha(t)=\mu_{\alpha_0}(t_0)+\left[-2\dfrac{\mu_{\alpha_0}}{r}\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}+2\mu_{\alpha_0}\mu_{\delta_0}\mathrm{tg}\delta_0\right](t-t_0)\\ \mu_\delta(t)=\mu_{\delta0}(t_0)+\left[-2\dfrac{\mu_{\delta0}}{r}\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}-\mu_{\alpha_0}^2\sin\delta\cos\delta\right](t-t_0)\end{cases} \tag{8.17}$$

其中 $t-t_0$ 为两个位置历元间的时间间隔.

假定 t_0 时恒星坐标为$(\alpha_0\delta_0)$，t 时坐标为$(\alpha\delta)$，则恒星因为自行 μ 随时间变化而引起的坐标变化计算公式为：

$$\begin{cases}\alpha=\alpha_0+\mu_\alpha(t)(t-t_0)\\ \quad=\alpha_0+\left\{\mu_{\alpha_0}(t_0)+\left[-2\dfrac{\mu_{\alpha_0}}{r}\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}+2\mu_{\alpha0}\mu_{\delta0}\mathrm{tg}_{\delta0}\right](t-t_0)\right\}(t-t_0)\\ \delta=\delta_0+\mu_{\delta0}(t)(t-t_0)\\ \quad=\delta_0+\left\{\mu_{\delta0}(t_o)+\left[-2\dfrac{\mu_{\delta0}}{r}\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}-\mu_{\alpha_0}^2\sin\delta\cos\delta\right](t-t_o)\right\}(t-t_o)\end{cases}$$

(8.18)

公式(8.18)需要已知恒星视向速度$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$.

§8.3 岁差对自行分量的影响

假定天体的自行 μ 在很长一段时间内可看成常量，仅由于岁差引起天球平赤道坐标系变化，对自行分量 μ_α、μ_δ 的影响. 参看图 8-6，设 T_0 时的平天极为 P_0，黄极为 Π_0，$S(T_0 t_0)$ 为天体在位置历元 t_0 时的位置，自行为 μ(单位：角秒/年). μ_{α_0}、μ_{δ_0} 为天体在定向历元 T_0 时的赤经自行和赤纬自行. T 时平天极为 P，黄极为 Π，根据上述规定 T_0 时的 $\mu_{\alpha_0}\mu_{\delta_0}$ 可写成下式：

$$\begin{cases} \mu_{\alpha_0}\cos\delta_0 = \mu\sin\psi_0 \\ \mu_{\delta_0} = \mu\cos\psi_0 \end{cases} \tag{8.19}$$

其中 $\psi_0 = 90° - q_0$，(q_0 为 T_0 时自行 μ 的位置角)ψ_0 实为自行 μ 与 T_0 时天体赤经圈夹角. δ_0 为$(t_0 T_0)$时恒星的赤纬.

同样令 μ'_{α_0}　μ'_{δ_0} 为定向历元 T 时的赤经和赤纬自行，则有：

$$\begin{cases} \mu'_{\alpha_0}\cos\delta_0' = \mu\sin\psi_0' \\ \mu_{\delta 0}' = \mu\cos\psi_0' \end{cases} \tag{8.20}$$

δ_0' 为(t_0, T)时天体赤纬.

在球面三角形 P_0PS 中：

$$\angle P_0SP = \psi_0' - \psi_0, \overset{\frown}{PP_0} = \theta$$

(θ 为纽康的岁差角)

在只考虑岁差影响情况下有

$$\frac{\sin(\psi_0' - \psi_0)}{\sin\theta} = \frac{\sin(\alpha_0 + \zeta_0)}{\sin(90° - \delta_0')}$$

$$\sin(\psi_0' - \psi_0) \doteq \sin\theta\sin\alpha_0\sec\delta_0'$$

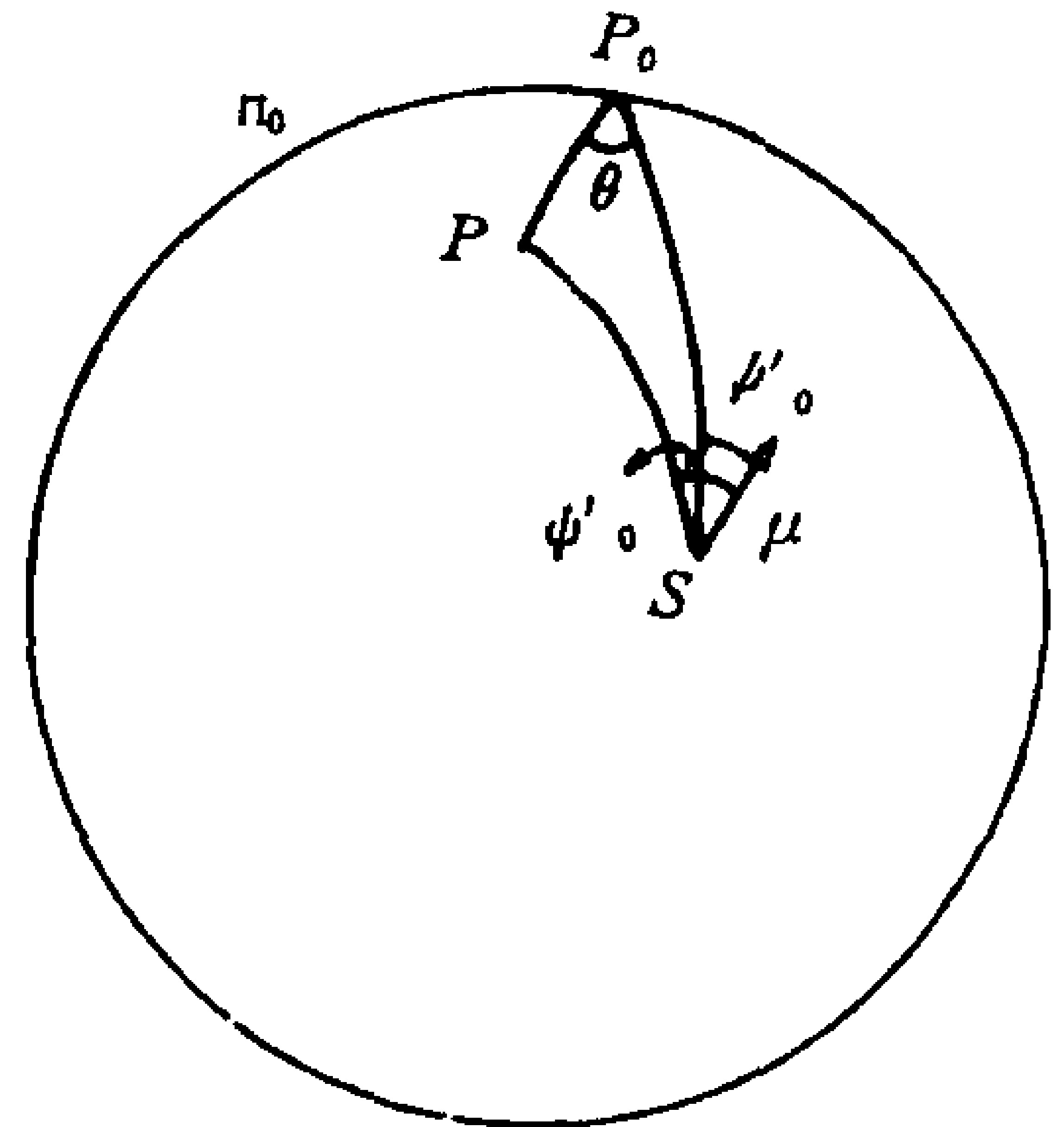


图　8-6

由于 $\psi_0' - \psi_0$ 和 $\theta = n(T - T_0)$ 均为小量，(n 为赤纬总岁差)，

δ_0'与 δ_0 相差很小可互代，有：

$$\triangle\psi=\psi_0'-\psi_0=n(T-T_0)\sin\alpha_0\sec\delta_0 \tag{8.21}$$

过 P 作垂直于$\overset{\frown}{P_0S}$大圆交于一点 L 则：

$$\overset{\frown}{P_0L}=\delta_0'-\delta_0=\triangle\delta_0$$

在$\triangle P_0PL$ 中：$\triangle\delta_0\cong\theta\cos\alpha_0=n(T-T_0)\cos\alpha_0$ (8.22)

根据(8.20)式有：

$$\begin{cases}\mu_{\alpha_0}'=\mu\ \sin\psi_0'\sec\delta_0' \\ \mu_{\delta_0}'=\mu\ \cos\psi_0'\end{cases} \tag{8.23}$$

由(8.23)第一式得：

$$\mu_{\alpha_0}'=\mu\frac{\sin(\psi_0+\triangle\psi_0)}{\cos(\delta_0+\triangle\delta_0)}\approx\mu\frac{\sin\psi_0+\triangle\psi_0\cos\psi_0}{\cos\delta_0(1-\triangle\delta_0\mathrm{tg}\delta_0)}$$

将$\triangle\psi_0$、$\triangle\delta_0$ 代入上式，并略去二阶小量有：

$$\begin{aligned}\mu'_{\alpha_0}=&\mu\sec\delta_0\sin\psi_0\\&+\mu n(T-T_0)\cos\alpha_0\sec\delta_0\sin\psi_0\mathrm{tg}\delta_0\\&+\mu n(T-T_0)\sin\alpha_0\sec^2\delta_0\cos\psi_0\end{aligned} \tag{8.24}$$

同样对(8.23)第二式有：

$$\begin{aligned}\mu'_{\delta_0}&=\mu\cos\psi_0'=\mu\cos(\psi_0+\triangle\psi_0)\\&=\mu(\cos\psi_0-\triangle\psi_0\sin\psi_0)\\&=\mu\cos\psi_0-n\mu(T-T_0)\sin\alpha_0\sec\delta_0\sin\psi_0\end{aligned} \tag{8.25}$$

将(8.24)和(8.25)式分别减去(8.19)式对应的部分有：

$$\begin{aligned}\triangle\mu_{\delta_0}&=\mu'_{\alpha_0}-\mu_{\alpha_0}\\&\doteq n(T-T_0)(\mu_{\alpha_0}\cos\alpha_0\mathrm{tg}\delta_0+\mu_{\delta_0}\sin\alpha_0\sec^2\delta_0)\\\triangle\mu'_{\delta_0}&=\mu'_{\delta'_0}-\mu_{\delta_0}\\&=-n(T-T_0)\mu_{\alpha_0}\sin\alpha_0\end{aligned} \tag{8.26}$$

(8.26)式为岁差对自行分量的影响，即在定向历元 T_0 时自行变换到

定向历元 T 时自行的改正量，也可以写成一般的形式：

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \mu_\alpha}{\partial T}=n(\mu_\alpha\cos\alpha\,\mathrm{tg}\delta+\mu_\delta\sin\alpha\sec^2\delta) \\
\dfrac{\partial \mu_\delta}{\partial T}=-n\mu_\alpha\sin\alpha
\end{cases}
\tag{8.27}
$$

因此历元 T 时自行分量：

$$
\begin{cases}
\mu_\alpha=\mu_{\alpha_0}+\triangle\mu_{\alpha_0} \\
\quad=\mu_{\alpha_0}+n(T-T_0)(\mu_{\alpha_0}\cos\alpha_0\mathrm{tg}\delta_0+\mu_{\delta_0}\sin\alpha_0\sec^2\delta_0) \\
\mu_\delta=\mu_{\delta_0}+\triangle\mu_{\delta_0}=\mu_{\delta_0}-n(T-T_0)\mu_{\alpha_0}\sin\alpha_0
\end{cases}
\tag{8.28}
$$

或写成一般形式有：

$$
\begin{cases}
\mu_\alpha(T)=\mu_\alpha(T_0)+(T-T_0)\dfrac{\partial \mu_\alpha}{\partial T} \\
\mu_\delta(T)=\mu_\delta(T_0)+(T-T_0)\dfrac{\partial \mu_\delta}{\partial T}
\end{cases}
\tag{8.29}
$$

§8.4 恒星平位置和恒星自行

§8.1 我们讨论了恒星自行对天体赤道坐标($\alpha\delta$)的影响，得出改正公式(8.9). (8.9)式是计算位置历元由 t_0 到位置历元 t 时间内由于自行而引起的天体位置变化. 但是由时刻 t_0 到时刻 t 这期间，描述天体位置所依据的天球坐标系同样也要发生变化，这就是岁差和章动现象. 由于岁差和章动也要引起天体位置的变化，由不同瞬间天球平赤道坐标系计算得到的同一天体平位置之间的差别，就是这个期间的岁差改正. 而章动是同一瞬间平坐标系和真坐标系的连系. 章动是平位置向真位置转换需要考虑的量，并不直接和恒星自行发生关系.

因此由 t_0 瞬间到 t 瞬间天体平位置的变化包括两部分：其 一是

t_0 到 t 瞬间计算天体位置所依据的天球平赤道坐标系变化了，这就是岁差改正. 其二是天体本身相对于某一惯性系(或者说天体本身有相对运动)有运动，即天体的自行.

而这种运动和我们所依据的天球平赤道坐标系无关，即使天球平赤道坐标系不变化，天体位置由位置历元 t_0 到 t 瞬间也是不同的，这是由恒星自行引起的. 所以对恒星的平位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 可写成 $\boldsymbol{r}(Tt)$，其中 T 为天球平赤道坐标系对应的历元，称为定向历元，t 为天体位置对应的历元称为位置历元. 定向历元间的转换就是岁差. 位置历元间转换就是自行.

下面具体说明天体平位置 $\boldsymbol{r}(t_0T_0)$ 转换成 $\boldsymbol{r}(Tt)$ 的过程：分两步

(一) 定向历元间转换，是通过岁差转换矩阵 P 实现的. 即：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha\delta(T)} = \boldsymbol{P}(T_0, T) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0(T_0)}$$

$$\boldsymbol{P}(T_0, T) = \boldsymbol{R}_z(-z)\boldsymbol{R}_y(\theta)\boldsymbol{R}_z(-\zeta_0)$$

此项转换对 $\boldsymbol{r}(t_0T_0)$ 到 $\boldsymbol{r}(tT)$ 是这样的过程，位置历元 t 没有变化，(即没有计算自行的影响)只是定向历元改变(即作了岁差改正)，可写成下式：

$$\boldsymbol{r}(tT) = \boldsymbol{P}(T, T_0)\boldsymbol{r}(tT_0) \qquad (8.30)$$

(二) 位置历元间的转换：即自行的改正：

(8.30)式中的 $\boldsymbol{r}(tT_0)$ 是由 $\boldsymbol{r}(t_0T_0)$ 通过自行转换而来的.

假定恒星位置相对于某一惯性坐标系(例如某一历元的天球赤道坐标系)运动是匀速的，位置历元 t 时的位置就等于：

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}(t_0) + \dot{\boldsymbol{r}}(t_0)(t - t_0) \qquad (8.31)$$

其中 $\boldsymbol{r}(t_0)$ 为位置历元 t_0 时的位置，$\dot{\boldsymbol{r}}$ 是天体匀速运动速度，并认为是常量. 写成矩阵形式：

$$\boldsymbol{r}(t)=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{\alpha\delta}=\begin{pmatrix}\cos\delta\cos\alpha\\\cos\delta\sin\alpha\\\sin\delta\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{r}(t_0)=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}_{\alpha_0\delta_0}=\begin{pmatrix}\cos\delta_0\cos\alpha_0\\\cos\delta_0\sin\alpha_0\\\sin\delta_0\end{pmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{r}}=\begin{pmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{z}\end{pmatrix}=\dot{\delta}\begin{pmatrix}-\sin\delta\cos\alpha\\-\sin\delta\sin\alpha\\\cos\delta\end{pmatrix}+\dot{\alpha}\begin{pmatrix}-\cos\delta\sin\alpha\\\cos\delta\cos\alpha\\0\end{pmatrix}$$

$\dot{\alpha}$即为天体赤经自行 μ_α(时秒/年)；$\dot{\delta}$为天体赤纬自行 μ_δ(角秒/年). 但是这种转换计算天体位置依据的天球平赤道坐标系的定向历元并没有变化. 所以可写成

$$\boldsymbol{r}(tT_0)=\boldsymbol{r}(t_0T_0)+(t-t_0)\dot{\boldsymbol{r}}(t_0T_0) \tag{8.32}$$

将(8.32)式代入(8.30)式：

$$\boldsymbol{r}(tT)=\boldsymbol{P}(T_0T)[\boldsymbol{r}(T_0t_0)+(t-t_0)\dot{\boldsymbol{r}}(T_0t_0)] \tag{8.33}$$

(8.33)式为计算天体位置因岁差和恒星自行引起的天体平位置变化的表达式.

引入恒星自行 μ 概念后，计算天体平位置要进行岁差和自行两项改正. 而天球平赤道坐标系不同定向历元间的转换只有岁差. 恒星自行 μ 沿赤经、赤纬方向分量，赤经自行 μ_α，赤纬自行 μ_δ 的分布规律不仅受岁差的影响(定向历元变化)而且也受自行变化的影响，因此当由 t_0 时自行(μ_{α_0}、μ_{δ_0})转换到 t 时自行(μ_α，μ_δ)时要同时考虑岁差和自行 μ 变化对 μ_α、μ_δ 分布的影响. 具体公式见 § 8.2 中的(8.18)式和 § 8.3 中的(8.29)式.

§ 8.5　恒星自行的测定

恒星自行分为绝对自行和相对自行两类. 绝对自行是根据恒星

赤经和赤纬的绝对测定结果，把不同时期所测定出来的同一恒星坐标(α、δ)值，归算到同一个定向历元(即化为对于同一个瞬间的春分点、赤道而言的坐标值)，然后将不同时期经过归算后的同一恒星坐标值进行比较，便得到这颗恒星的绝对自行. 相对自行是恒星相对邻近一些自行值不大的恒星而言的自行. 这些邻近的恒星称为比较星，它们的自行值应为已知.

测定恒星自行是一项非常有意义的工作. 因为目前天文学上所采用的惯性参考系 FK5 就是由一组恒星的位置给出的，即一份基本星表，这些恒星位置和星位随时间的变化的精确确定，是建立高精度天球参考系所必需的. 同时，研究银河系结构和动力学特性也需要高精度恒星自行.

引起星位的变化因素是多方面的，正如 § 8.1 中所讲的：既有恒星本身的运动，又有坐标系的变化. 求得的恒星自行，既反映了恒星的空间运动，也反映了太阳系的空间运动. 因此，由恒星星位的观测值决定恒星自行，需要做一系列的改正.

自行理论上就是恒星平位置相对于一个理想的、静止的参考系的变化速率. 利用观测值计算恒星自行，首先要把不同时间的观测值归算到同一标准历元的坐标系所对应的值.

从观测历元 t 的观测位置计算到标准历元 T_0 时平位置时，需要采用岁差转换. 不同的岁差常数值，会从同一原始观测值中产生不同的自行值. 例如：取岁差对赤道坐标系的影响一级近似时：

$$\begin{cases}\triangle\alpha=\triangle t(m+n\sin\alpha\operatorname{tg}\delta)\\ \triangle\delta=\triangle tn\cos\alpha\end{cases}$$

如果取岁差常数采用值分别为 P_A、P_B，相应的自行为 μ_A、μ_B，则由于岁差常数采用值不一样而引起的自行变化：

$$\begin{cases}\triangle\mu_\alpha=\mu_{\alpha A}\cos\delta-\mu_{\alpha B}\cos\delta=(m_A-m_B)+(n_A-n_B)\sin\alpha\operatorname{tg}\delta\\ \triangle\mu_\delta=\mu_{\delta A}-\mu_{\delta B}=(n_A-n_B)\cos\alpha\end{cases}\tag{8.34}$$

由此可见，自行的精确确定，需要一个准确的岁差常数采用值，

以减少归算中的误差，而引起的同一原始资料计算出来不同自行值.

由于所采用的观测资料，观测过程中受系统误差的影响〔包括我们所介绍的视差、光行差、大气折射、岁差、章动等〕. 因此由观测星位所求得的自行也包括有系统误差的影响. 因此，恒星自行的确定，只有在用来测定恒星自行的系统是已知情况下，恒星自行才能被唯一确定. 也就是应用系统差把对应某一系统的自行过渡到另一种系统中去.

原则上，由两个不同历元的恒星坐标($\alpha\delta$)利用下式就可以求得恒星自行 μ，但需化归同一系统.

$$\mu_\alpha=\frac{\alpha_2-\alpha_1}{t_2-t_1},\quad \mu_\delta=\frac{\delta_2-\delta_1}{t_2-t_1}$$

这样求得的自行，应当是对应某一历元时的恒星自行. 如果要求得到较高精度的恒星自行，需要加自行随时间的变化. 当 α_0,δ_0,r_0，和 α、δ、r 都为已知时，可由下式(艾科恩和拉斯特公式)求 μ_α、μ_δ：

$$\begin{cases}\operatorname{tg}(\alpha-\alpha_0)=\dfrac{\mu_\alpha(t-t_0)}{1+(\dfrac{\dot r}{r_0}-\mu_\delta\operatorname{tg}\delta_0)(t-t_0)}\\[2ex]\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}(\delta-\delta_0)=\dfrac{\mu_\delta(t-t_0)+[1-\dfrac{r}{r_0}+\dfrac{\dot r_0}{r_0}(t-t_0)]\operatorname{tg}\delta_0}{[1+(\dfrac{\dot r_0}{r_0}-\mu_\delta\operatorname{tg}\delta_0)(t-t_0)]\sec(\alpha-\alpha_0)+\dfrac{r}{r_0}}\end{cases}\tag{8.35}$$

其中 r/r_0 是由下式得到的：

$$(\frac{r}{r_0})^2-1=\{2\frac{r_0}{r}+[(\frac{r_0}{r})^2+$$
$$+\mu_\alpha{}^2\cos^2\delta_0+\mu_\delta{}^2](t-t_0)\}(t-t_0)$$

如果在自行测定中，包含两个以上的星位，就存在一个平差问题. 每个观测位置 $\alpha(t_i)$由下列条件方程决定：(赤纬 δ 也一样)

$$\alpha(t_i)=\alpha(t_0)+\mu_\alpha(t_i-t_0)$$

其中 $\alpha(t_0)$和 μ_α 是未知数. t_0 是某一选定的历元. 通常取为 t_i 的加权

平均值. 即 $t_0=\sum P_i t_i/\sum P_i$ 其中 P_i 是对应于 $\alpha(t_i)$的权重. 根据最小二乘平差可得:

$$\begin{cases}\alpha(t_0)=\sum P_i\alpha(t_i)/\sum P_i \\ \mu_a=\sum P_i[\alpha(t_i)-\alpha(t_0)](t_i-t_0)/\sum P_i(t_i-t_0)^2\end{cases}\tag{8.36}$$

通过平差处理得到的自行 μ_a 就与 $\alpha(t_0)$在同一系统里. 由于恒星位置的变化慢,即自行是小量. 因而需要相当长的时间间隔,才能精确的测定自行.

用照相方法测定恒星自行是最简单的一种方法. 特别是对暗于 9^m 的恒星. 在相当长的(通常相差 20 年)两个不同历元,对想要测定自行的同一天区,拍照两次. 这要在尽可能类似的环境中进行,也就是说最好采用同一架望远镜,同一型号的底片,及同一个切点,在这种情况下,可以认为同一恒星在两张底片上星像不同,是由自行以及两张底片的定向和比例尺不同引起的. 在最简单的情况,每颗恒星将按下列条件方程决定:

$$\begin{cases}E_x+\mu_x+\triangle x=Ax+By+C \\ E_y+\mu_y+\triangle y=A_y-B_x+D\end{cases}\tag{8.37}$$

其中$\triangle y$ 和$\triangle y$ 分别等于 $x(t_2)-x(t_1)$,$y(t_2)-y(t_1)$. E_X 和 E_y 是$\triangle x$、$\triangle y$ 的偶然误差. A、B、C、D 为两张底片的联系系数. x、y 是恒星在底片上的量度坐标.

求解上式时通常是把自行的两个分量 μ_x、μ_y 本身看成是随机的. 并把全部观测的恒星作为条件方程. 这样考虑的实质就不考虑视差动和银河系较差自转. 从而求得恒星相对自行. 然后根据自行已知的定标星再建立形如(8.37)式的条件方程,求得绝对自行. 此种方法严重缺陷是望远镜几十年不可能保持同一状态,所以具体解时需在(8.37)式右端加上 x 和 y 的多项式,有时加上星等 m 和色指数 C 的改正.

根据上述方法发展起来的较差照相测量方法更为实用. 例如将

第二张底片透过玻璃曝光，这样两张底片可以膜对底片膜夹在一起，可以直接测量星象的坐标差，而不必测量它们的坐标. 如果底片是选自不同望远镜的也可通过平差处理，求得恒星自行.

目前所有亮星和一批较暗的恒星自行值已经精确地测定了. 这些值反映在各类星表中，也有自行的专用星表.

本世纪 40 年代末，开始相对于河外星系测定恒星的绝对自行. 这是由于建立高精度的天球惯性参考系提出来的. 因为河外星系离我们非常遥远，自行小于每年 0″. 00001，在现代的观测技术和观测精度下，暗的河外星系可以认为是不动的. 因此暗的河外星系可以构成稳定的、不动的参考坐标系.

相对河外暗的星系测定恒星的绝对自行工作，早在本世纪 30 年代美国和前苏联都相继制定了研究和观测计划，经过方案论证和国际天文学会相应专业委员会的认可，实施了这些庞大的观测计划.

美国的计划是由 Lick（里克）天文台北天自行计划（Northern Proper motion Program），简称 NPM 和 Yale/San Juan 南天自行计划，简称 SPM，两部分组成. Lick 天文台北天自行计划，其观测范围是赤纬 $\delta=-23°$以北的整个北半天球，观测对象：大约 300000 颗恒星相对暗的河外星系测定绝对自行，使用 20 英寸双筒天体照相仪. 底片的视物是 6°×6°天区. 第一期照片在 1947 年—1954 年间完成. 第二期底片从 1969 年开始到 1987 年完成了 $\delta=-15°$——$+90°$. 两观测历元相隔 20 年. Yale/San Juan 南天自行计划是 Lick 天文台北天自行计划在南天的继续. 根据 SPM 计划，最终在南天相对暗的河外星系测定出大约一百万颗天体的绝对自行. 它的观测范围是 $\delta=-17°$以南的南半天球，为了和北天更好的连接在 $\delta=-17°$以北又增加 94 个观测天区. 拍照使用 50cm 双筒天体照相仪，每张底片对应的天区为：6°. 3×6°. 3 观测第一个历元是在 1965 年—1974 年间完成的；第二期观测是从 1987 年开始，目前已完成重复观测约占 1/3. 目前 NPM 已完成了底片测量和数据归算工作；SPM 也有了第一批

结果计算出来.第一批结果是围绕南银极区大约1000平方度范围内的天区.

前苏联的计划,也开始本世纪30年代.他们的目的要建立微星星表,将参考系建在河外星系上.该计划是普耳科沃天文台负责,整个计划涉及整个天空.他们在全天空选择了306个星系区域和464个基本微星区域,由此建立一个星等在15^m-16^m具有绝对自行的微星星表.他们在全世界建立一个广泛协作网,开展这一工作.由现有天体照相仪参加观测工作.我国上海天文台佘山观测站也参加了这一计划.50—60年代初期,根据普耳科沃计划,拍照一批星系和基本微星底片.第二期工作开始于80年代初,整个微星星表计划普耳科沃天文台正在执行中,并且已把观测扩大到南天.1962—1973年期间在智利进行了观测.

相对河外星系测定恒星绝对自行工作,对研究银河系结构、运动特性、建立惯性参考系都起到关键性作用,今天实现与空间天体测量的连接仍需这些结果.

70年代初,甚长基线干涉仪(VLBI)开始用于恒星的精确定位观测以来,人们可以利用它来测定天体的位置,推导出恒星自行,为恒星自行的测定又增加了新的手段.

第九章　恒星位置的计算

§9.1　恒星的视位置、真位置和平位置

处于地面的观测者所观测到的天体位置，由于大气折射、周日视差、周年视差、周日光行差、周年光行差、岁差、章动和恒星自行等因素的影响，观测到的天体位置和天体在天球上真实位置不同．为了实际工作的需要，对观测到的天体位置，进行了改正．所以，同一天体的位置根据改正的内容而又区分为：观测位置、视位置、真位置、平位置、年首平位置．同一天体各种位置的确切含义如下：

观测位置：根据天文定位观测，由天文仪器直接测定的天体位置．天体的观测位置已扣除了仪器本身各种误差的影响．

视位置：观测位置修正了大气折射、周日光行差、和周日视差的影响后，所得天体地心坐标．天体的视位置相当于一个在地心的观测者在没有大气情况下所见天体的位置．视位置对应观测瞬间的天球赤道坐标系（真春分点、真赤道）．

真位置：视位置修正了周年光行差和周年视差以及光线引力弯曲影响后，所得到的天体日心坐标（确切地说应是以太阳系质心为原点的天体质心坐标）．天体真位置相当于一个在日心（实际应为太阳系质心）的观测者所见的天体位置．天体真位置所依据的天球坐标系为观测瞬间天球真赤道坐标系（由真春分点、真赤道构成）．

观测瞬间平位置：真位置修正了章动影响后，所得到的天体太阳系质心坐标（日心坐标）．它仍然相当于在日心（太阳系质心）的观测者．所见天体的位置．但天体的观测瞬间平位置所参照的天球坐标

系，确与真位置不一样．它是观测瞬间的天球平赤道坐标系（原点：太阳系质心，但基本圈、点为平赤道、平春分点）．

年首平位置：星表和天文年历中所刊载的恒星平位置，都是对应星表历元和该年的贝塞尔年首平位置，贝塞尔假年的开始瞬间为贝塞尔年首，它相当于每年太阳几何平黄经恰好为 280°这一瞬间．贝塞尔假年的长度为一回归年．年首平位置就是指星表历元的贝塞尔年首平位置；以及天文年历的每年贝塞尔年首平位置．

年首平位置和观测瞬间天体平位置的关系：观测瞬间平位置等于年首平位置加上由年首到观测瞬间的岁差改正和恒星自行的影响．

不同历元间的年首平位置，它们之间的差别是：两历元间的岁差改正和恒星自行．

同一恒星的各种位置之间的关系可归纳为下列四个关系式：

观测位置＝视位置＋大气折射＋周日光行差＋周日视差

视位置＝真位置＋周年光行差＋周年视差＋光线引力弯曲改正

真位置＝观测瞬间平位置＋章动

观测瞬间平位置＝年首平位置＋岁差＋自行

而视位置和年首平位置之间关系：

视位置＝年首平位置＋岁差＋章动＋周年光行差＋周年视差
＋自行＋光线引力弯曲改正

星表历元平位置（贝塞尔年首平位置）和观测年的年首平位置之间关系为：

观测年年首平位置＝历元（星表）年首平位置±（岁差和自行）
“＋”观测在星表历元后

对于恒星来说，由于距离遥远，周日视差可忽略不计．恒星的地面坐标可以代替恒星的地心坐标．周日光行差的改正跟观测者所处地球上位置有关（与纬度 φ 有关），因此周日光行差具有地方性．而大气折射和观测地点、观测瞬间的大气状况（气温、气压等）有关．因此

它不但具有地方性而且具有时间性. 这二种因素的改正和观测地点有关. 而周年光行差、周年视差、光线引力弯曲改正、岁差、章动和恒星自行则与观测地点无关. 因此天文学实际工作中，常采用的恒星位置是：视位置、平位置（其中包括观测瞬间的平位置和年首平位置）两类；像天文年历中就刊有供用户使用的“恒星视置表”，它是每隔十天给一值. 并且还给出了该星的年首平位置；星表所给出的是星表历元年首平位置.

恒星位置的计算大体上是两个方面：一个方面是根据对恒星位置的绝对测定或相对测定，得到恒星的观测位置. 进而经过一系列改正，得到某一标准历元的年首平位置，也就是通常所说的原始星表. 在若干挑选出来的精度较高的原始星表基础上，可以编制一本基本星表，基本星表的恒星位置就定义了一个天球基本坐标系（平赤道坐标系）. 这个参考系就是当时由天文观测所能决定的与惯性坐标系的最佳近似. 恒星位置计算的另一方面，就是根据星表或天文年历所给出来的恒星平位置计算任意瞬间的视位置提供天文观测初始恒星坐标.

本章将通过由星表历元平位置计算观测瞬间视位置的过程，给出恒星视位置计算的一般方法. 以及掌握影响天体位置的各种因素：大气折射、周日视差、周年视差、周日光行差、周年光行差、光线引力弯曲改正、岁差、章动和自行等在计算恒星位置中的作用. 关于由观测位置，经过一系列改正，得到某一标准历元的平位置，将在天文参考系一章讲述.

§9.2　由星表历元平位置计算年首平位置

在天文实际工作中常需要知道观测瞬间的恒星视位置. 有些恒星的视位置可从天文年历中的“恒星视位置”表查得，有些恒星的视位置在天文年历中查不到. 只能根据星表中给出的星表历元平位置

来计算. 利用星表来计算恒星的视位置,根据球面坐标转换方法,首先要算出的是观测那一年的年首平位置.

不同瞬间的恒星平位置,彼此相差的是岁差和自行的影响. 设 $(\alpha_0\delta_0)$ 为恒星在星表历元 t_0 时的平位置,$(\alpha\delta)$ 为观测年年首 t 时平位置. 根据岁差对天体位置影响近似计算方法,并加上恒星自行改正有:

$$\begin{cases}\alpha=\alpha_0+\mu_\alpha(t-t_0)+(t-t_0)\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}+\dfrac{(t-t_0)^2}{2}\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}+\dfrac{(t-t_0)^3}{6}\dfrac{\mathrm{d}^3\alpha}{\mathrm{d}t^3}\\ \delta=\delta_0+\mu_\delta(t-t_0)+(t-t_0)\dfrac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}+\dfrac{(t-t_0)^2}{2}\dfrac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2}+\dfrac{(t-t_0)^2}{6}\dfrac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}t^3}\end{cases}\tag{9.1}$$

若取 $\mathrm{d}t$ 为一年,则$\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$,$\dfrac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}$分别是赤经、赤纬的周年岁差,简写为$(P\cdot a)\alpha$,$(P\cdot a)\delta$. 周年岁差和一年内恒星的自行之和是恒星位置的周年变化量,简称为年变,用$(V\cdot a)_\alpha$,$(V\cdot a)_\delta$ 表示. 即:

$$\begin{cases}(V\cdot a)_\alpha=(P\cdot a)_\alpha+\mu_\alpha\\ (V\cdot a)_\delta=(P\cdot a)_\delta+\mu_\delta\end{cases}\tag{9.2}$$

$\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}$,$\dfrac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2}$是周年岁差的变化. 因年变的变化很小,一般总是取 100 年内的变化,称为百年变化或长期变化,记为:$(V\cdot S)_\alpha$,$(V\cdot S)_\delta$

$$\begin{cases}(V\cdot S)_\alpha=100\,\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}\\ (V\cdot S)_\delta=100\,\dfrac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2}\end{cases}\tag{9.3}$$

(9.1)式中含$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t^3}$,$\dfrac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}t^3}$的项称为第三项,其简写符号和计算公式没有通用的规定,各星表都不尽相同,若以 $\mathrm{III}_\alpha\mathrm{III}_\delta$ 表示时,可令:

$$\begin{cases}\mathrm{III}_\alpha=\dfrac{100^3}{6}\dfrac{\mathrm{d}^3\alpha}{\mathrm{d}t^3}\\ \mathrm{III}_\delta=\dfrac{100^3}{6}\dfrac{\mathrm{d}^3\delta}{\mathrm{d}t^3}\end{cases}\tag{9.4}$$

则(9.1)式可写成：

$$\begin{cases}\alpha=\alpha_0+(t-t_0)(V\cdot a)_\alpha+\dfrac{(t-t_0)^2}{200}(V\cdot S)_\alpha+(\dfrac{t-t_0}{100})^3\,\mathrm{III}_\alpha \\ \delta=\delta_0+(t-t_0)(V\cdot a)_\delta+\dfrac{(t-t_0)^2}{200}(V\cdot S)_\delta+(\dfrac{t-t_0}{100})^3\,\mathrm{III}_\delta\end{cases}\tag{9.5}$$

在星表中，每个恒星的坐标后面都附有该星的年变，长期变化，第三项.因此，可用上式计算观测年的年首平位置.(9.5)式为由星表历元平位置计算观测年的年首平位置的近似方法；也可根据纽康的三个岁差角(Z、θ、ζ_0)通过转换矩阵来实现岁差改正；自行也可用自行转换矩阵计算，即采用空间直角坐标.通过转换矩阵，由星表历元平位置计算观测年年首平位置的计算方法将在§9.4中一并给出.

§9.3 根据年首平位置计算视位置

由恒星的年首平位置($\alpha_0\delta_0$)计算观测瞬间的视位置($\alpha\delta$)，需经下列几步：

(一)、由年首平位置($\alpha_0\delta_0$)计算观测瞬间平位置($\alpha_平\ \delta_平$)需要加上由年首t_0到观测瞬间t期间内的岁差和自行的影响.为了保证计算精度，t在上半年时，t_0取当年年首；t在下半年时，t_0取下一年年首.这样可使$t-t_0=\tau$不超过半年.在计算岁差改正时，可只取展开式的第一项.由($\alpha_0\delta_0$)计算($\alpha_平\ \delta_平$)所用公式为：

$$\begin{cases}\alpha_平=\alpha_0+(m+n\sin\alpha_0\mathrm{tg}\delta_0)\tau+\mu_\alpha\tau \\ \delta_平=\delta_0+n\cos\alpha_0+\mu_\delta\tau\end{cases}\tag{9.6}$$

式中($\mu_\alpha\mu_\delta$)为自行的周年分量，τ是以年为单位的小数，此值可根据观测日期由天文年历查得.

(二)、由观测瞬间平位置($\alpha_平\ \delta_平$)计算其真位置($\alpha_真\ \delta_真$)，这一步骤只需在观测瞬间的平位置($\alpha_平\ \delta_平$)基础上加上章动改正，就得观测瞬间真位置($\alpha_真\ \delta_真$).所用公式为章动对天体赤道坐标影响公式：

$$\begin{cases}\alpha_{真}=\alpha_{平}+(\triangle\psi+d\psi)(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\sin\alpha_0\operatorname{tg}\delta_0)-(\triangle\varepsilon+d\varepsilon)\cos\alpha_0\operatorname{tg}\delta_0\\ \delta_{真}=\delta_{平}+(\triangle\psi+d\psi)\sin\varepsilon\cos\alpha_0+(\triangle\varepsilon+d\varepsilon)\sin\alpha_0\end{cases}\tag{9.7}$$

公式的黄经章动$\triangle\psi$，交角章动$\triangle\varepsilon$采用1980.0IAU章动序列.

（三）、由观测瞬间真位置（$\alpha_{真}\ \delta_{真}$）计算其视位置（$\alpha_{视}\ \delta_{视}$）实现这一步只需加上周年光行和周年视差的改正，所用公式为：（略去了光线引力弯曲改正）

$$\begin{cases}\alpha_{视}=\alpha_{真}+(\frac{1}{c}\frac{dx_c}{dt}-Ke\sin\omega)\sin\alpha_0\sec\delta_0\\ \quad+(\frac{1}{c}\frac{dy_c}{dt}-Ke\cos\omega\cos\varepsilon)\times\cos\alpha_0\sec\delta_0\\ \quad-\pi\frac{r}{a}[\cos\alpha_0\cos\varepsilon\sin\lambda_{\odot}-\sin\alpha_0\cos\lambda_{\odot}]\sec\delta_0\\ \delta_{视}=\delta_{真}+(-\frac{1}{c}\frac{dx_c}{dt}-Ke\sin\omega)\sin\delta_0\cos\alpha_0\\ \quad+(\frac{1}{c}\frac{dy}{dt}-Ke\cos\omega\cos\varepsilon)\\ \quad\times[\operatorname{tg}\varepsilon\cos\delta_0-\sin\alpha_0\sin\delta]\\ \quad-\pi\frac{r}{a}[(\cos\delta_0\sin\varepsilon-\sin\delta_0\sin\alpha_0\cos\varepsilon)\\ \quad\times\sin\lambda_{\odot}-\sin\delta_0\cos\alpha_0\cos\lambda_{\odot}]\end{cases}\tag{9.8}$$

由(9.8)式求出的视位置（$\alpha_{视}\ \delta_{视}$）没有改正周年光行差E项.光行差的相对论效应、光线引力弯曲改正等，这种计算是近似计算.

(9.6)、(9.7)、(9.8)三式合并到一起，便是由年首平位置（$\alpha_0\delta_0$）计算观测瞬间视位置（$\alpha\delta$）的综合表达式.具体计算时是通过贝塞尔日数或者独立日数.我国天文年历刊载供计算使用的“贝塞尔日数”和“独立日数”表.根据这些表计算起来是比较方便的.

具体使用“贝塞尔日数和独立日数表”计算恒星视位置时，得先看天文年历的说明部分（有关贝塞尔日数和独立日数表），根据说明

就能计算了.

§9.4 利用空间直角坐标计算恒星视位置

利用空间直角坐标系通过矩阵转换，由初始历元平位置($\alpha_0\delta_0$)计算观测瞬间的视位置，整个过程归纳起来包括三种运算：(1)根据矢量合成计算天体因视差和自行引起的位移 (2)根据矢量偏转有关公式计算天体因光行差和光线引力弯曲效应的改正 (3)根据坐标系的旋转计算章动和岁差的改正.计算中要考虑光行差的相对论效应.

下面结合FK5的J2000.0平位置($\alpha_0\ \delta_0$)计算观测历元视位置过程，介绍空间直角坐标计算恒星视位置的方法及其所用公式：

一、已知的初始数据

由FK5基本星表系统可得到下列数据：($\alpha_0\delta_0$)：对应标准历元为J2000·0平位置(儒略日JD=2451545.0)($\mu_\alpha\mu_\delta$)：以儒略世纪为时间单位

π：恒星视差，单位角秒；v_r：恒星视向速度，以千米/秒为单位，以离开地球运动方向为正.

二、计算步骤和方法

1.根据已知初始数据计算J2000.0平直角标系中的初始坐标值($x_0y_0z_0$)及速度($\dot{x}_0\dot{y}_0\dot{z}_0$)

($x_0y_0z_0$)由下式决定

$$\begin{cases} x_0=\rho_0\cos\delta_0\cos\alpha_0 \\ y_0=\rho_0\cos\delta_0\sin\alpha_0 \\ z_0=\rho_0\sin\delta_0 \\ \rho_0=206264''.8062470964/\pi'' \end{cases}$$

(π为视差)写成矩阵形式：

$$
\boldsymbol{R}_0=\begin{pmatrix}x_0\\y_0\\z_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\rho_0\cos\delta_0\cos\alpha_0\\\rho_0\cos\delta_0\sin\alpha_0\\\rho_0\sin\delta_0\end{pmatrix}
\tag{9.9}
$$

根据(9.9)式 $\mathrm{d}\boldsymbol{R}_0/dt$ 可得速度$(\dot{x}_0\dot{y}_0\dot{z}_0)$

$$
\begin{pmatrix}\dot{x}_0\\\dot{y}_0\\\dot{z}_0\end{pmatrix}=\dot{\rho}_0\begin{pmatrix}\cos\delta_0\cos\alpha_0\\\cos\delta_0\sin\alpha_0\\\sin\delta_0\end{pmatrix}+\dot{\delta}_0\rho_0\begin{pmatrix}-\sin\delta_0\cos\alpha_0\\-\sin\delta_0\sin\alpha_0\\+\cos\delta_0\end{pmatrix}+\dot{\alpha}_0\rho_0\begin{pmatrix}-\cos\delta_0\sin\alpha_0\\\cos\delta_0\cos\alpha_0\\0\end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix}x_0\\y_0\\z_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}V_r\cos\delta_0\sin\alpha_0-\mu_\delta\sin\delta_0\cos\alpha_0/\pi-\mu_\alpha\cos\delta_0\sin\alpha_0/\pi\\V_r\cos\delta_0\sin\alpha_0-\mu_\delta\sin\delta_0\sin\alpha_0/\pi+\mu_\alpha\cos\delta_0\cos\alpha_0/\pi\\V_r\sin\delta_0+\mu_\delta\cos\delta_0/\pi\end{pmatrix}
\tag{9.10}
$$

其中 $\dot{\rho}_0$ 就是初始视向速度 V_r；$\dot{\delta}_0$ 为 μ_δ；$\dot{\alpha}_0$ 为 μ_α. 整理时注意单位的统一. $\rho_0=\dfrac{1}{\pi}$

下面给出由 μ_α、μ_δ、V_r 通过转换矩阵的方法求出$(\dot{x}_0\dot{y}_0\dot{z}_0)$

参照图 9-1 天球上点 S 为恒星，以恒星 S 为原点建立右手直角坐标 $S-\xi\eta\zeta$，坐标轴 $S\xi$ 指向赤经增加方向；$S\eta$ 指向赤纬增加方向，$S\zeta$ 指向 V_r 的正向(视线方向).

由此可以导出恒星空间速度矢量的表达式：(以天文单位/日为单位)

$$
\boldsymbol{V}=\begin{pmatrix}V_\xi\\V_\eta\\V_\zeta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15\mu_\alpha\cos\delta_0/(36525\pi)\\\mu_\delta/(36525\pi)\\V_r\times86400/\mathrm{KMAU}\end{pmatrix}
$$

式中 KMAU 为天文单位所含公里数，在新天文常数系统中为 $\mathrm{KMAU}=14959787066\times10^8(\mathrm{KM})$；86400 为一日秒数，$\pi$ 为视差.

S-$\xi\eta\zeta$ 是个过渡坐标系，它将通过二次旋转和一次平移把坐标系 S-$\xi\eta\zeta$ 转换到 0-$\dot{x}_0\dot{y}_0\dot{z}_0$ 上来. 坐标系原点的平移，不改变天体坐标

的变化率.因此可将 $S-\xi\eta\zeta$ 坐标系先绕 ξ 轴转 $-(90°-\delta_0)$；使 ζ 轴和 z_0 方向一致，再绕 ζ 轴旋转 $-(90°+\alpha_0)$ 使两坐标系重合，因此有：

$$\boldsymbol{r}_0=\boldsymbol{R}_z[-(90°+\alpha_0)]\boldsymbol{R}_x[-(90°-\delta_0)]\boldsymbol{V}$$

式中 $\boldsymbol{R}_z$、$\boldsymbol{R}_x$ 分别为绕 z 轴和 x 轴的转换矩阵.

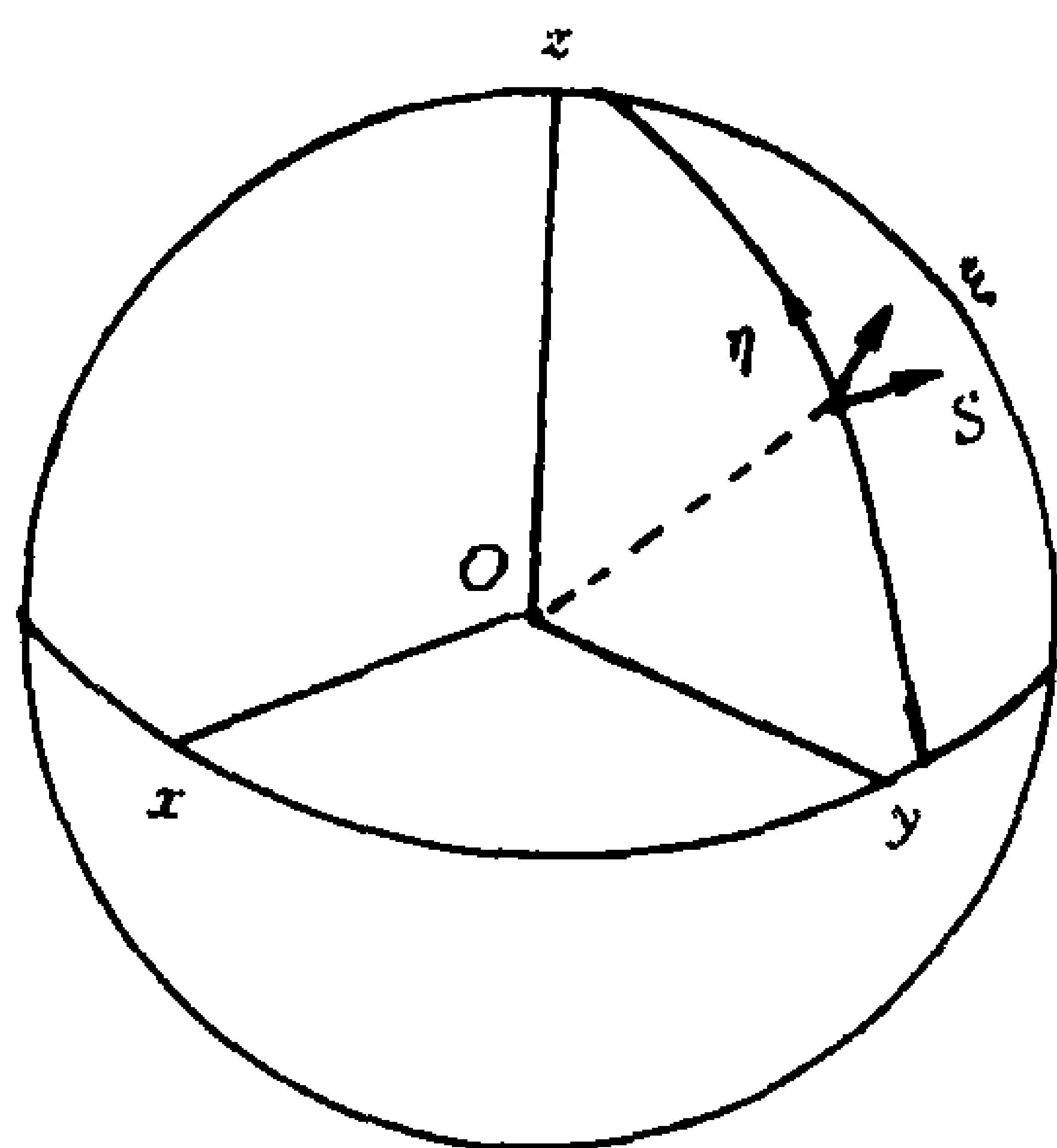


图 9-1

$$\dot{\mathbf{r}}_0=\begin{pmatrix}\dot{x}_0\\\dot{y}_0\\\dot{z}_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-V_\xi\sin\alpha_0-V_\eta\sin\delta_0\cos\alpha_0+V_\zeta\cos\delta_0\cos\alpha_0\\V_\xi\cos\alpha_0-V_\eta\sin\delta_0\sin\alpha_0+V_\zeta\cos\delta_0\sin\alpha_0\\V_\eta\cos\delta_0+V_\zeta\sin\delta_0\end{pmatrix}$$

将 $(V_\xi V_\eta V_\zeta)$ 值代入上式：

$$\dot{\boldsymbol{r}}_0=\begin{pmatrix}\dot{x}_0\\\dot{y}_0\\\dot{z}_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\mu_\alpha\cos\delta_0\sin\alpha_0/\pi-\mu_\delta\sin\delta_0\cos\alpha_0/\pi+V_r\cos\delta_0\cos\alpha_0\\\mu_\alpha\cos\delta_0\cos\alpha_0/\pi-\mu_\delta\sin\delta_0\sin\alpha_0/\pi+V_r\cos\delta_0\sin\alpha_0\\\mu_\delta\cos\delta_0/\pi+V_r\sin\delta_0\end{pmatrix}\tag{9.11}$$

2. 作自行改正

$(x_0y_0z_0)$ 是星表历元(J2000.0)日心平直角坐标转到观测历元 t 时视位置，需做自行改正.用 $\boldsymbol{R}$ 表示改正后的位置有：

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}_0+\dot{\boldsymbol{R}}_0(t-t_0)\tag{9.12}$$

t_0=J2000.0，$(t-t_0)$ 以儒略世纪为单位.

3. 视差改正(周年视差)

因速度单位是"天文单位/日"，视差位移 $\triangle\boldsymbol{R}_\pi$ 为 $\triangle\boldsymbol{R}_\pi=-\boldsymbol{r}_\oplus$(参

照视差一章)，$\boldsymbol{r}_{\oplus}$是地球在以太阳系质心为坐标原点的坐标系中坐标值. 它可由行星历表给出. 视差改正后的位置用 $\boldsymbol{R}_2$ 表示：

$$\boldsymbol{R}_2=\boldsymbol{R}_1+\triangle\boldsymbol{R}_\pi=\boldsymbol{R}_1-\boldsymbol{r}_\odot \tag{9.13}$$

4. 作光线引力弯曲改正

光线引力弯曲的改正不能通过矢量的合成来计算，而必须根据矢量的偏转来计算. 计算光线引力弯曲所依据公式为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{S}'=\dfrac{-\sin\theta}{\sin D}\boldsymbol{a}+(\cos\theta-\dfrac{\sin\theta\cos D}{\sin D})\boldsymbol{S} \\ \cos D=\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{a} \\ \sin D=|\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{a}| \\ \theta=0''.00407\,\dfrac{1+\cos D}{\sin D} \end{cases} \tag{9.14}$$

其中 $\boldsymbol{S}$ 为不受引力弯曲的恒星方向单位矢量 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{R}_2/|\boldsymbol{R}_2|$；$\boldsymbol{S}'$ 为受引力影响后的恒星方向 $\boldsymbol{S}'=\boldsymbol{R}_3/|\boldsymbol{R}_2|$(因为光线引力弯曲只改变天体方向，而不影响位置)$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{r}_\oplus/|\boldsymbol{r}_\oplus|$，$\boldsymbol{r}_\oplus$是地球在以日心为原点的坐标系中位置，可由行星历表查得.

由(9.14)一组公式可得 $\boldsymbol{S}'$(∵S、a、θ 已知)由引力弯曲影响后的恒星位置 $\boldsymbol{R}_3$ 就等于：

$$\boldsymbol{R}_3=|\boldsymbol{R}_2|\boldsymbol{S}'=|\boldsymbol{R}_2|(\frac{-\sin\theta}{\sin D}\boldsymbol{a})+(\cos\theta-\frac{\sin\theta\cos D}{\sin D})\boldsymbol{R}_2 \tag{9.15}$$

其中 θ、$\boldsymbol{a}$、D 由(9.14)式给出.

5. 光行差改正(周年光行差)

光行差效应使天体位置矢量 $\boldsymbol{R}_3$ 产生偏折，计算光行差效应引起的矢量偏转公式为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{S}'=\dfrac{\sin\theta}{\sin D}\boldsymbol{a}+(\cos\theta-\dfrac{\sin\theta\cos D}{\sin D})\boldsymbol{S} \\ \cos D=\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{a} \\ \sin D=|\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{a}| \\ \sin\theta=K\sin D-\dfrac{1}{4}K^2\sin 2D \end{cases} \tag{9.16}$$

式中：$K=\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}/c$ $\dot{r}_{\oplus}$是地球相对于太阳系质心速度. $r_{\oplus}$是地球中心相对于太阳系质心的坐标. c 为光速，$c=299792458\times10^5$km/sec＝1.731446328×10^2 天文单位/日. $\boldsymbol{S}$ 为未受光行差影响的天体方向单位矢量 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{R}_3/|\boldsymbol{R}_3|$，$\boldsymbol{S}'$为受光行差影响后的天体视方向单位矢量，$\boldsymbol{S}'=\boldsymbol{R}_4/|\boldsymbol{R}_4|$，$\boldsymbol{a}=\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}/|\dot{\boldsymbol{r}}_{\oplus}|$

$$\boldsymbol{R}_4=|\boldsymbol{R}_3|\boldsymbol{S}'=|R_3|\frac{\sin\theta}{\sin D}\boldsymbol{a}+(\cos\theta-\frac{\sin\theta\sin D}{\sin D})\boldsymbol{R}_3 \quad (9.17)$$

(9.17)式中的 a、D、θ 值由(9.16)式决定.

6. 岁差改正

根据以上几步得到的天体位置 R_4 是相对于标准历元 J2000.0 天球平直角坐标系的位置. 相对观测历元 t 时平坐标系，需将参考系作岁差旋转，计算公式为：

$\boldsymbol{R}_5=\boldsymbol{P}\boldsymbol{R}_4$，其中 $\boldsymbol{P}$ 为岁差转换矩阵，它是由下式决定的：

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{R}_z(-z)\boldsymbol{R}_y(\theta)\boldsymbol{R}_z(-\zeta_0)$$

$\boldsymbol{P}$ 的展开式为(7.33)式决定. 所以 $\boldsymbol{R}_5$ 可写成：

$$\boldsymbol{R}_5=\boldsymbol{R}_z(-z)\boldsymbol{R}_y(\theta)\boldsymbol{R}_z(-\zeta_0)\boldsymbol{R}_4 \quad (9.18)$$

对应新的系统，纽康三个岁差量表达式为：

$$\begin{cases}\zeta_A=2036''.2181T+0''.30188T^2+0''.01798T^3\\ \theta_A=2004''.3109T+0''.42665T^2-0''.041833T^3\\ Z_A=2306''.2181T+1''.09468T^2+0''.018203T^3\end{cases}$$

其中 T＝(TDB－2451545.0)/36525.0 即是从 J2000.0 起算的儒略世纪数.

7、章动改正

章动改正是通过章动转换矩阵 N 实现的.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_6&=\boldsymbol{N}\boldsymbol{R}_5\\ &=\boldsymbol{R}_x(-\varepsilon_0-\triangle\varepsilon)\boldsymbol{R}_z(-\triangle\psi)\boldsymbol{R}_x(\varepsilon_0)\boldsymbol{R}_5\end{aligned} \quad (9.19)$$

其中：

黄赤交角 ε_0 在 IAU1976 年天文常数系统中为：

$$\varepsilon_A=(84381''.448-46''.8150T-0''.00059T^2$$
$$+0''.001813T^3)+(-46''.815-0''.00117T$$
$$+0''.005439T^2)t+(-0''.00059+0''.005439T)t^2$$
$$+0''.001813t^3$$

t、T 意义同岁差部分.

$\triangle\psi$、黄经章动，$\triangle\varepsilon$ 为交角章动，由 IAU1980 章动序列给出(共 106 项).

8、化直角坐标为球面坐标

$$\begin{cases}\alpha=\text{arc tg}(y_6/x_6)\\ \delta=\text{arc tg}[z_6/(x_6^2+y_6^2)^{1/2}]\end{cases}$$

(α、δ)就是观测历元 t 时的视位置.

第十章　天球惯性参考系

§10.1　建立天球惯性参考系的意义

天文学是研究天体(人造天体和自然天体)的一门科学.如同物理学中研究物理事件需要有坐标系一样,研究天体的位置和运动也要有天文参考系.天文参考系跟物理学中的坐标系有所不同.物理学中,为了描述物理事件是选择某种坐标系,被选择的坐标系应是便于物理事件的研究,因此它是理想的、抽象的.或者说是定义了某种坐标系.天文参考系则不仅是定义一个坐标系,而是要通过选定"基准点"的坐标具体实现一个参考坐标系.因此,天文参考系是一个实体,既能观测又能再现.

目前,天文学所采用的参考坐标系是天球平赤道坐标系,我们计算恒星位置和研究它的运动就是在这种参考系中进行的.

天球平赤道坐标系是描述天体位置和运动的依据.它和天文学理论、天文观测相联系.因此,建立天文参考系的问题变得十分复杂.目前,建立天文参考系需要一个以地面天文台站为"基准点"的地球参考系;和一个以天体为"基准点"的天球参考系.地球参考坐标系是建立天球参考坐标系的基础,它以某种形式与天球参考系相连结.因此,这里所说的天文参考系应当包括两个坐标系:一个是地球参考坐标系,这是以地面天文台站的地理坐标为"基准点";一个是天球参考坐标系,它是以选定的天体位置坐标为"基准点"的.描述天体的位置和运动就是依据天球参考坐标系.目前使用的天球参考坐标系是天球平赤道坐标系.它和第一章中所给出的天球各种坐标系不同,它是

以天体位置坐标来体现的.

理想的参考系无疑应是惯性的.为了保证天球参考系的惯性要求,需要选用的"基准点"(一组恒星或射电源)的方向,在空间应保持不变;或者虽有变化,但需要严格地知道这些"基准点"在空间变化量是多少.在目前的观测条件下,这一要求是达不到的.因此,只能是一定观测精度意义下的标准.例如:当天体的位置精度在 5×10^{-9}弧度时,用这样一组恒星或射电源作为"基准点"建立的天球参考系,就满足了惯性的要求.对地球参考系而言,为保证惯性的要求.地球参考系相对真实地球的平均地幔应没有相对运动.对这一要求,目前达到也有相当的难度,也只能是一定精度意义下的惯性系.

天文惯性参考系的建立是一个既有理论又有实测要求的课题.它包括:作为"基准点"的天体(包括地球在内)在宇宙空间可能有的各种形态的运动和描述天体运动的理论模型的研究;对选作"基准点"的天体(恒星或河外射电源)观测技术和观测方法的研究;观测过程中可能产生的误差及消除误差方法的研究;建立起来的参考系可能有非惯性的旋转及消除方法的研究.内容涉及天体力学和天体测量学.近十几年来,天文参考系研究成为天文学、地球物理学、大地测量学等学科共同关心的课题.

天文惯性参考系建立的目的:就是要提供一个由"基准点"的坐标具体化了的系统,以便能够描述在地—月系、太阳系、银河系乃至宇宙更深层所能观测到的各种运动.例如:地球在宇宙空间的运动;太阳系内行星的运动;各种人造天体以及银河系内恒星的运动;河外射电源等都离不开天文惯性参考系.

目前,天文学中使用的天球参考系具体地说:就是一本恒星位置的星表.从 1984.0 开始采用的 FK5 就是天球平赤道坐标系的具体体现.它对应的标准历元为 J2000.0,就是说这份星表给出了 J2000.0 时平天赤道和平春分点位置.它是世界各国天文学所采用的天球参考系,是由国际天文学协会(IAU)代表大会决定采用的.

§ 10.2 天球参考系建立的方法

天球参考系的建立是以地球参考系的存在为前提，二者互为依托. 下面介绍的是天球参考系建立的方法. 分为运动学方法、动力学方法、几何学方法三种，具体采用那种方法是由什么样天体充当“基准点”所决定.

运动学方法：这种方法是假定所选用的“基准点”空间运动的本动速度是随机分布. 选择的“基准点”本动速度统计总和应等于零. 根据这一要求，目前观测条件下只有恒星基本上符合这一条件. 恒星观测统计分析表明：恒星在空间运动本动速度大小和方向是各异的. 选择大量恒星其本动速度之和可以近似等于零. 人们可以用恒星作“基准点”通过运动学方法来建立天球参考系.

以恒星作为“基准点”优点是：恒星数目大且分布均匀，可根据需要进行挑选；恒星是点光源，便于定位观测；恒星自行都很小，便于选择自行小的恒星作为“基准点”. 目前天文学中的天球参考系就是以恒星位置坐标为天球参考系的“基准点”. 但是，恒星作为“基准点”也有许多缺点，其中最突出的是恒星空间运动是由多种因素形成的. 目前人们尚不能准确地测定出来. 因此，当人们选择不同的恒星组作为“基准点”给出的天球参考系的精度也不一样. 这是天球参考系保持惯性要求所不允许的. 尽管如此，由于当前观测条件和天文理论的局限，采用一组选定的恒星作为“基准点”，通过运动学方法建立天球惯性参考系仍然是一种重要的途径.

动力学方法：这种方法以天体运动理论为基础，通过天体的运动方程，计算天体的位置. 由天体的位置就可以定义一个天球参考系. 目前动力学方法是以牛顿运动定律为理论建立天体运动方程. 能够根据牛顿运动定律建立运动方程的天体：有太阳系内大小行星，人造天体. 通过行星运动理论算出这些天体不同瞬间的位置，根据这些位

置建立起来的坐标系，就称为动力学参考系. 动力学参考系的精度取决于：运动方程内参数采用值的误差，方程结构的完善程度和该天体的实测精度. 目前用动力学方法建立的参考系精度不高，原因是大行星因为是有视面天体，观测精度达不到恒星的精度；小行星虽然是点光源，有利于观测，但小行星运动理论不够完善，目前还不能作为天文学所依据的天球参考系. 但是，动力学方法和运动学方法联合起来使用是目前建立天球参考系的基本途径.

几何学方法：这种方法是假定"基准点"在空间方向是固定不变的，利用这些"基准点"的视方向来定义天球参考系. 在目前观测条件和精度范围内，可作为几何学方法的天体，只有河外射电源(包括类星体). 因为这些河外射电源离我们非常遥远，目前观测条件还不能观测到这些天体自行，可以认为是一个不变的视位置. 根据这些源的位置建立起来的天球参考系在空间没有运动. 是目前理想的天球惯性参考系. 但是，当前我们还有一定困难：主要是可供选择的射电源在数量和分布上均有很大困难，观测精度也不能达到参考系的要求. 我们相信，随着观测技术和方法的改进，随着参考系理论的研究不断深入和完善，未来的天球参考系主要将是通过几何学方法得到.

不管那种方法建立天球参考系，都是从得到天体的观测坐标开始，由地球上观测者得到的天体地面坐标，就可以得到地面参考系. 地面参考系要受到广义的地球转动的影响. 广义地球转动包括：地球绕轴自转；地球绕地—月系质心的转动；地球绕太阳系质心的转动. 同时，地面参考系还要受太阳在空间运动的影响. 以及被选天体本身在空间运动的影响. 当由地面参考系向天球参考系过渡时，仍须考虑这些影响的改正.

广义地球转动通常用下述三种运动来描述，并且能用前几章介绍过的术语来表达：

一、地面台站相对于地球质心和太阳系质心的运动：表现为极移和地球自转不均匀现象；周日和周年光行差现象；周日和周年视差现

象.

二、地球自转轴在空间的短周期运动:表现为章动.

三、地球自转轴在空间的长周期运动:表现为岁差(包括日月岁差和行星岁差).

地面参考系向天球参考系的过渡需要有广义地球转动理论作指导,需要有和天文参考系协调一致的天文常数系统.因此,需要开展天文常数的测定工作,尤其重要的是岁差常数的精确测定.

地面台站的精确坐标(λ,φ),即台站在地球参考系中的位置.直接影响天体位置的观测精度.因此,地球参考系是天球参考系精度的保证和基础.一般说:天球参考系的建立也应当包含地球参考系的建立.地球参考系跟天球参考系既有联系又有区别,实践中总是分开来处理.二者都有各自理论和实践.

§10.3 天球参考系的实现

实现天球惯性参考系需要以下几个方面工作:

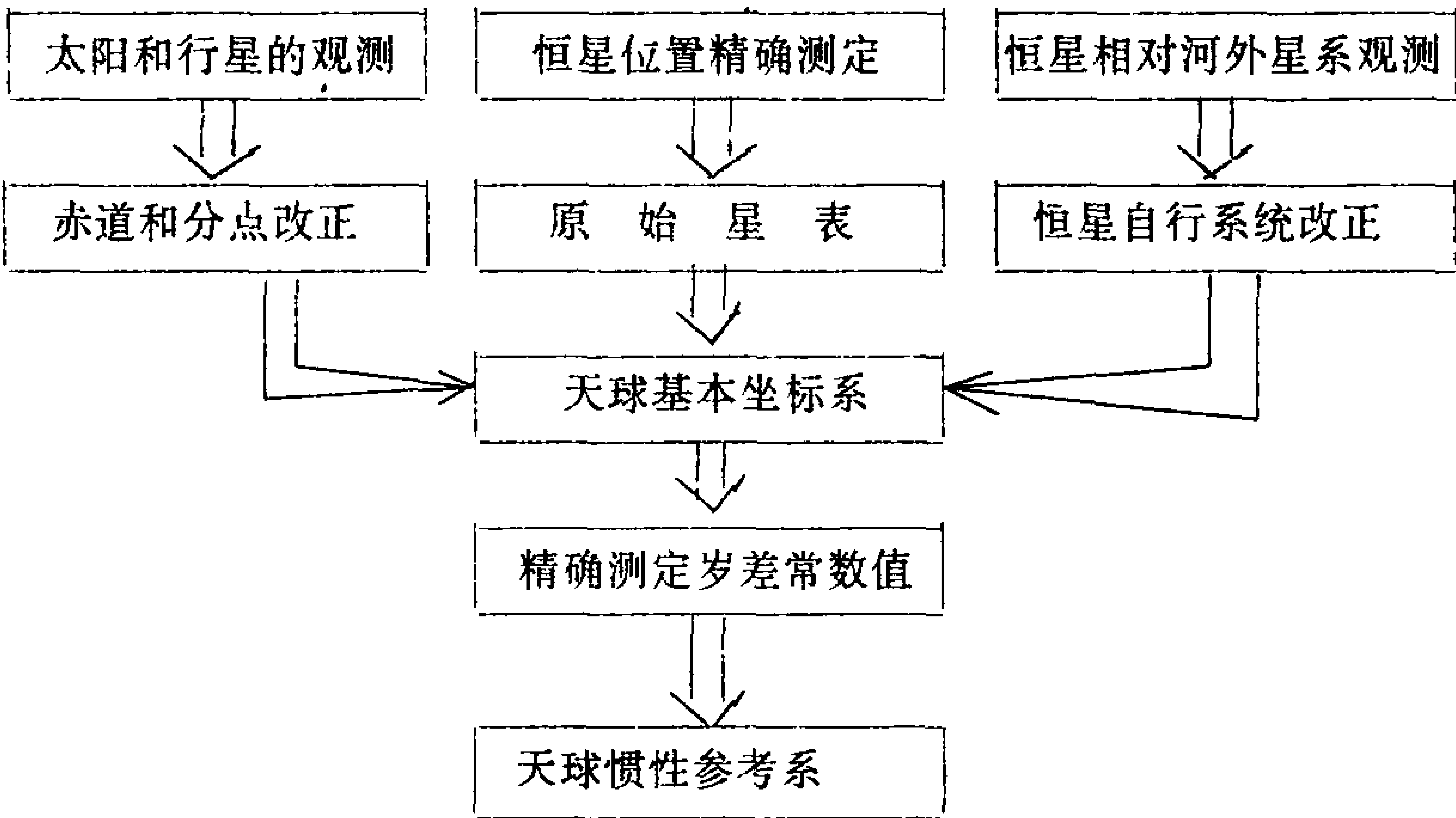
(一)根据恒星位置的观测建立天球基本坐标系.其中包括:恒星位置的绝对和相对观测;将不同瞬间的观测位置通过地球转动理论归算到选定的历元时刻位置——即原始星表;根据基本天体测量学的理论和天文常数系统将原始星表综合成基本星表.基本星表给出的是某一标准历元时刻的恒星平位置、以及由于岁差和恒星自行引起的星位的变化.

(二)根据太阳和行星的观测,测定天球基本坐标系的分点和赤道改正.其中包括:地球、月球和行星绕太阳运动理论不断地完善;通过观测确定行星绕太阳运动的轨道参数;研究真实地球的自转理论并通过实测给出地球自转参数

(三)开展岁差常数的精确测定.其中包括:研究和测定黄赤交角的长期变化;天球平赤道面的长期变化等.

（四）根据恒星位置的长期观测或相对河外星系观测，求得恒星自行系统改正值·消除天球基本坐标系的非惯性旋转. 其中重要的是相对河外星系求得恒星自行·这是恒星自行系统误差改正的关键.

利用恒星作"基准点"通过运动学方法实现天球惯性参考系所需工作归纳起来，可用下面的方框图表示：



§10.4 天球参考系的现状与未来

目前建立天球参考系实际上就是编制一份星表（天体位置历表）. 一份星表就是一个天球参考系. 国际上采用的天球参考系是由国际天文学协会（IAU）大会决定推荐的一份星表.

目前，天文学中采用 FK5（Fifth Fundamental Cotalogue）作为从 1984.0 年开始使用的天球惯性参考系. FK5 的定向历元为 J2000.0（儒略年）表载 4500 5000 颗恒星在历元 J2000.0 时刻的平位置，用这组恒星的平位置体现出 J2000.0 年时天赤道和春分点相对这组恒星的位置. 即 J2000.0 年的天球平赤道坐标系. 这个坐标系

的基本平面：天赤道面和零经度起算点（春分点）Υ 是通过动力学方法，根据 1900 年～1970 年间太阳、行星观测资料以及月掩星的观测资料测定的. FK5 是由恒星平位置作为“基准点”，通过运动学方法得到天球参考系的基本骨架. 因此，FK5 是根据运动学和动力学方法得到的，是目前最接近惯性要求的天球参考系，或者说准惯性参考坐标系. 它相对于惯性参考系除岁差旋转外，还存在着一些非惯性的运动，如：岁差常数采用值的误差导致参考系的非惯性运动；星位自行系统误差也会导致天球参考系非惯性旋转.

就目前观测精度而言，天球参考系存在的主要问题是：（归纳起来）

一、岁差常数采用值的精确测定问题

目前，采用的岁差常数值是根据恒星自行 μ 推算出来的.（详见§7.6 岁差常数的测定）由于目前的观测精度和方法，大多数恒星的自行是相对测定的，由于对恒星运动还不能精确测定，恒星自行值误差都比较大. 因此，利用恒星自行值推算出来的岁差常数误差也相应的加大. 同时恒星自行的测定也要有一个精确的岁差常数. 理想的情况应是岁差常数的测定独立于恒星位置坐标得到. 具体地说，利用太阳系内天体（太阳、月亮、行星、人造天体等）的观测位置与历表位置进行比较确定岁差常数改正值. 行星历表位置仅依赖于行星的轨道根数和其它一些常数，实际上与岁差常数无关. 行星的观测位置是相对于某一星表的恒星位置得到的，即相对于某一天球平赤道坐标系. 这一系统因岁差常数采用值的误差会直接进入行星观测位置中，行星观测位置和历表位置比较确定出来的岁差常数改正值就独立于恒星. 但由于目前太阳系内天体观测精度不高，而且小行星运动理论也有待完善. 这种动力学方法测定的岁差常数值仍不能满足要求. 另外一种办法就是相对河外星系测得恒星自行，由于河外星系离我们相当遥远，根据目前已有的资料表明，它们仅具有每年不到 0″.0001 的自行，远小于恒星的测量误差可以看成是不动. 相对河外星系测得的

恒星自行不包含有岁差成分.相对河外测得自行与这些恒星星表自行进行比较确定岁差常数改正值避免了恒星运动对岁差常数的影响,可以提高岁差常数测定的精度.理论上讲这是理想的测定方法,既简便精度又高,但实测中还有些困难待解决.

二、天球基本坐标系零点改正的精度还有待于提高

目前的天球惯性参考系 FK5 的天赤道和春分点是根据太阳系内天体,通过动力学方法确定的.由于所选的观测资料为太阳和主要是大行星的观测资料,由于这些天体都是有视面天体,观测精度达不到恒星的观测精度(相差 0″.1),小行星理论上讲可以因为小行星可视为点光源,能够达到恒星的观测精度进行观测,但小行星运动理论还不够完善,观测资料在实际工作中还不能利用,这样测定的天球基本坐标系零点改正,降低了恒星参考坐标系的精度.但是,从目前观测条件看研究太阳系内天体运动理论,提高太阳系内天体观测精度,仍然是改进以恒星为"基准点"的天球参考系重要途径之一.

三、恒星位置和恒星自行误差问题

以恒星为"基准点"的天球参考系,重要问题是恒星位置的绝对测定和相对测定.因为恒星平位置体显着天球坐标系基本面(天赤道)、零经度起算点(春分点 ♈).恒星位置的误差直接代入到天球参考系中来.同时,再现任意时刻的天球平赤道坐标系,是根据恒星不同瞬间的平位置来体现的,而不同瞬间平位置间的转换是通过恒星自行 μ 和岁差来完成.因此,恒星自行误差也将改变天球参考系的精度,即使岁差常数没有误差,恒星自行系统误差的存在也要引起天球参考系的非惯性旋转.当前,恒星自行的测定大量恒星是相对自行测定值.因此,恒星自行值误差比较大,这也是当前以恒星为"基准点"建立天球参考系缺陷所在.理想情况是:相对河外星系测定恒星自行,消除恒星自行系统误差、提高天球平赤道坐标系的精度.

建立和实现惯性的、非旋转的天球参考系是天体测量学的一项重要而迫切的任务.根据 1988 年召开的 IAU 第 20 届大会的决议,

不久的将来国际天文学协会(IAU)将采用由河外射电源实现的射电参考系作为天球参考系. 河外射电源(类星体和致密的射电源)具有较小的角直径(一般小于 1mas),而且距离非常遥远(大多数都在1000MPC),自行每年不到 0″.0001,几乎没有自行. 这些类星体和致密射电源提供了确定射电参考系的最好观测目标和"基准点". 目前,射电干涉测量技术的发展已经能够高精度对类星体和射电源进行定位观测,为利用河外射电源建立射电参考系提供了可能性.

射电参考系的建立是用射电源星表来具体实现的,因此编制一份高精度的射电源位置表是建立射电参考系的一项重要工作. 自 70 年代以来,利用射电干涉测量技术,其中包括联线干涉仪(CEI)和甚长基线干涉仪(VLBI)对类星体和河外射电源进行着定位观测. 目前联线干涉仪有二个:一个是在美国格林班克(Green Bank)国家射电天文台;一个是在美国新墨西哥州索科罗(Socorro)的甚大阵(VLA). 开展天体测量工作的 VLBI 天线有 20 多个. 我国计划和建设中的上海-昆明-乌鲁木齐 VLBI 观测网也将开展天体测量工作. 现在已有一些射电源位置历表问世. 近期的如:1989 年美国喷气推进实验室(JPL)利用美国宇航局 1978 年到 1989 年的观测结果建立的河外射电源位置表,刊载了 195 颗射电源、位置精度为0.5-3.0 mas,它们均匀分布在赤纬 $-45°$以北. 1989 年美国戈达德航天中心(GSFC)综合 25 台站 30 万次以上观测而获得射电源位置. 这份射电源表包括 300 多颗射电源,其位置精度可达 1mas. 从事射电源观测和编纂工作的国际上还有一些其它单位和射电源表.

像以恒星为"基础点"天球参考系一样,原则上一份射电源表就是一个射电参考系. 但是,目前所给出的射电源表无论从定位精度上还是覆盖天区上都满足不了天球参考系的需要. 因此,也要像利用恒星建立天球参考系一样,要综合许多本射电源表,消除随机误差和偶然误差影响,建立统一的射电参考系. 从目前已有的射电源表综合成射电参考系还有许多工作要做. 这其中主要是由于射电源的赤经只

能作相对测定,射电源参考系的赤经原点还不能由射电源的观测唯一确定下来.目前是利用射电星或河外射电源的光学对应体间接地确定,通常采用 3C273 的致密核的给定的位置来定义,但这颗射电源并不是理想的参考点,它有毫角秒尺度的结构并有喷流存在,降低了射电源的定位精度.现在正在考虑独立测定射电源参考系的赤经原点问题,讨论比较多的方法有:测定行星际宇宙飞船相对于河外射电源的位置;利用脉冲星定时方法确定脉冲星的位置以及用甚大阵(VLA)观测小行星的射电辐射等.

河外射电源都是很暗弱的天体,其星等一般都在 14^m—17^m 左右,而且大多数更暗.目前我们采用的恒星为"基准点"建立起来的天球参考系采用的恒星基本上是亮星,其星等大部分在 $7^m.5$ 以内,少数星等暗至 $9^m.5$.射电参考系有一个与以恒星为"基准点"的天球参考系连结问题,有与动力学方法建立的参考系连结的问题.射电参考系和恒星参考系的连结主要途径是采用具有光学对应体的河外射电源和具有射电辐射的恒星——称为射电星的恒星把两个参考系连结起来.因为这两类天体可以在两个参考系中具有位置,通过它们可以实现两个参考系的连结.理论上讲这种连结是可能的,而且能保证一定精度.然而实现亮星向暗黑过渡从观测技术和观测方法还需做进一步努力.

未来理想的天球惯性参考系,是以河外射电源为"基准点",通过几何学方法实现的射电参考系,目前由综合射电源表所实现的射电参考系的精度和稳定度约在 1-2mas,还没有达到理想的精度要求.而且射电源的数量和在天球上分布还太少又不均匀.有的射电源观测次数多一些精度高,大部分射电源观测次数(重复)不多.不同的观测技术和不同台站观测结果还存在着观测误差,内部符合很好,但之间系统误差较大,资料归算上还有一定困难.虽然已进行相当数量的射电星和射电源光学对应体的观测,但总的来看数量还太少,特别是具有高精度自行结果的射电源更少,而自行对参考系的建立和连接

起着重要的作用.因此,目前实现全球高质量射电参考系还有相当困难,还有许多工作要做,包括射电干涉测量精度不断提高以及将相对角距离测量发展成天体位置的绝对测定;扩大射电源在天空中分布和观测次数,求得高精度的射电星和光学对应体的自行;从理论上和实践上进一步解决射电参考系和恒星参考系以及动力学参考系连结问题;以及未来参考系的零点选择问题等.尽管如此,以河外射电源为"基准点"的射电参考系的建立是实现理想的天球惯性参考系的主要途径.

当前,进一步改进以恒星为"基准点"的天球参考系仍然是一项重要而有意义的实际工作.恒星天球参考系进一步精确化、均匀化、将更多的恒星包括进去、并向更暗的恒星过渡是实现恒星天球参考系的惯性要求以及和射电参考系相连结的需要.为此,人们还在进行着不懈的努力.1989 年 8 月 8 日依巴谷卫星上天,虽然未能进入预定的同步卫星轨道,影响了原定的观测计划.经过 1989 年 9 日对卫星轨道近地点高度的调整,卫星仍将执行原观测计划.该计划打算在两年半时间内观测 12 万颗亮于 13^m 的恒星,其位置和视差的测定精度为 0".002,自行为 0".002/年.1990 年 4 月 24 日美国空间望远镜(HST)发射成功,其中也包含有天体测量任务,将依巴谷的恒星系统与以河外射电源为"基准点"的射电参考系相联系.在空间天体测量开展的同时,人们丝毫也没有放弃地面可能利用的一切机会去改进和完善恒星的位置和自行,其中最有代表性的是美国海军天文台从北天极到南天极的 10 年观测计划.从 1986 年以来,使用全自动的子午环以每年十万星次的速度进行恒星位置的测定.人们还通过照相方法使用 CCD 接收装置将恒星定位观测扩展到更暗(17^m)恒星,观测射电星和射电源的光学对应体,相对河外星系测恒星绝对自行,研究和观测小行星决定恒星基本坐标系的零点改正等.这些工作无疑将使以恒星为"基准点"的天球参考系变得更加理想,实现和射电参考系连结.

就目前的天文学原理和天文观测方法，以恒星为“基准点”建立天球惯性参考系仍然有实用价值.许多研究课题仍然需要恒星天球参考系，如：恒星视差和自行的测定；银河系自转和太阳系内天体的运动的研究等.

§10.5 地球参考系

天球参考系建立的过程，是以地球参考系的存在为基础的.因为地球参考系是地面天体测量的基础.因此，精确地建立地球参考系，并使之和天球参考系相连接，是建立天文惯性参考系的一个重要组成部分.理想的天球参考系的建立，必须同时有一个可信赖的地球参考系.

地球参考系是和地球相连接，并随地球的旋转而运动.地球参考系的坐标原点选在地心，用经度(λ)和纬度(φ)来描述地面上一点的位置.地球参考系的建立和保持必须依靠天文台站的长期观测，天文台站的位置是和非刚体地球相连接，这样使得地球参考系的建立和保持问题变得十分复杂.因此，一定时期人们所采用的地球参考系就代表了当时的观测精度和对地球运动和构造的认识程度.地球参考系的整个发展的历史恰好也说明了这一点.

一、经典技术建立的地球参考系

所谓“经典技术”系指地面光学天体测量仪器如：子午仪、等高仪等地面光学测时、测纬仪器.根据地面天体测量仪器(光学)的观测资料所建立起来的地球参考系通常称为经典技术建立的地球参考系.

地面光学天体测量仪器有一个共同特征：那就是都以仪器所在地的铅垂线方向或垂力方向作为观测的参考方向.仪器所在地的铅垂线方向在天球上的投影位置就是该地的天顶.利用地面光学仪器建立地球参考系就是利用这些仪器测定所在地的铅垂线方向或重力方向；将仪器的参考方向和恒星位置联接起来，通过比较将仪器的参

考方向和天球参考坐标系联接起来. 同时利用恒星位置($\alpha\delta$)又可以把地球上不同地点的天文台站的仪器参考方向联系起来，这些台站的参考方向在地球参考系中的坐标值就是天文纬度和经度(λ、φ). 根据这些天文台站的参考方向的坐标值(λ、φ)就形成了地球参考系的地面网络，如果选取某一特定的基本面和起算点，就构成了地球参考系. 这样建立的地球参考系又是以恒星参考坐标系为依据的，因此，地球参考系和天球参考系是互为依托.

历史上第一个地球参考系是 1884 年根据华盛顿会议决定采用的，它是以格林尼治天文台的埃里子午环基墩中心的子午线作为经度的起算点，以地球自转极作为基本极建立起来的. 地球坐标系的基本平面就是通过格林尼治天文台埃里子午环基墩中心的子午面. 通过地球自转极 P 和仪器所在地的铅垂线方向可以决定当地的子午面，铅垂线方向就决定了子午面上一点，那就是天文纬度 φ，天文台站所在的子午面与格林尼治天文台埃里子午环基墩中心的子午面之间的夹角就是台站的经度 λ. (λ、φ)就决定了地面点的位置.

然而，随着观测精度的提高，上个世纪末发现了地球自转极在地球本体内有移动，即地极移动，简称为极移. 由于极移的存在，地球坐标系的基本平面和基本点(基本极在地球表面上的一点)在地球表面上就不固定. 因此，这样的地球参考系就不能满足理论和实测上的要求. 从 1899 年起，国际纬度服务系统(ILS)开展了极移测地工作，为保持地球参考系提供地极原点的坐标位置. 根据所属的五个国际纬度站 1900-1905 年间所测定的平纬定义了国际习用原点 CIO〔Conventional International Origin〕作为地球参考系的基本极. CIO 实际上是历元 1903.0 时的地极原点. 1962 年国际纬度服务(ILS)改组成国际极移服务(IPMS)，继续进行地极坐标测定工作. 从 1956 年起国际时间局(BIH)根据测时、测纬资料又组织了快速纬度服务. 随着对地极运动研究的深入，由于采用的资料和处理方法的不同，造成了对极移认识和导出结果的分歧. 对已定义的地球参考系作过许多重大

的改动:地球参考系的基本极曾采用过自转极、国际习用原点 CIO、历元平极、固定极等;经度起算点曾采用过格林尼治天文台子午线,平均天文台、加权平均天文台,CIO 赤道上一点等.

目前,国际上采用的地球参考系基本极是:国际习用原点 CIO,经度的起算点是习用格林尼治子午线即通过 CIO 和埃里子午环基墩中心的子午线. 国际习用原点 CIO 是根据国际纬度服务(ILS)所属五个纬度台 1900—1905 年间平纬定义的. 它的维持是经过了国际纬度服务(ILS)和国际时间局(BIH),现在是由国际地球自转参数服务(IERS)提供的. 国际地球自转参数服务(IERS)是根据 20 多个甚长基线干涉仪(VLBI)工作站、50 多个激光测卫仪(SLR)工作站、3 个激光测月系统(LLR)观测资料综合处理得到的地极坐标(XY). 国际地球自转参数服务(IERS)所采用的观测资料不在是地面光学天体测量仪器所测定的时纬资料,而是利用新技术所提供的地极坐标(X、Y). 新技术所提供的地极坐标(X,Y)要比地面光学天体测量仪器高一个数量级.

二、新技术在建立地球参考系中的作用

目前,研究地球自转运动、地壳运动和地球形变、人造卫星运动和地球动力学都需要一个理想的、惯性的地球参考系. 要求地球参考系的精度应在厘米精度(1 厘米相当于地表面 0″. 00035). 这样高的精度地面光学天体测量仪器是达不到的. 根据 1983 年 9 月 1 日到 1984 年 10 月 31 日期间的地球自转参数和各种观测技术比较的全球联合观测计划,即 MERIT 计划,资料分析结果表明:激光测距(SLR)和甚长基线干涉仪(VLBI)测定的地极坐标(XY)的精度约为 5 厘米(0″. 00175);而光学天体测量仪器和人卫多卜勒测极移的精度为 30 厘米(0″. 0105). 又如:曾有 40 多个国家 100 多架仪器的国际时间局(BIH)系统和 1988 年具有 20 多个甚长基线干涉仪工作站和 50 多个激光测距(SLR)以及 3 个激光测月(LLR)工作站的国际地球自转参数服务(IERS)所确定地极坐标(XY)精度作对比:光学

天体测量仪器1978-1981年间地极坐标(XY)的精度为0″.011;而新技术(1988年)地极坐标(XY)的精度为0″.0005. 可见新技术测定的地极坐标(XY)在精度上远比光学天体测量仪器高. 利用新技术测地极坐标(XY)在精度上占有明显优势.

新技术在地球参考系建立中可以发挥更大的作用. 天体测量的新技术通常指:甚长基线干涉仪(VLBI)、激光测距(SLR)和激光测月(LLR)以及全球定位系统(GPS). 利用天体测量新技术进行观测跟光学天体测量仪器不同,光学天体测量仪器的测量参考方向是铅垂线方向,在天球上投影即为天顶. 天顶方向并不和地球本体固连在一起,它的变化也不能反映台站位置的变化;而新技术的观测参考方向为观测仪器的位置和地心的连线方向,仪器的位置坐标是地心经纬度,这样就把观测方向和地球本体固连起来.

新技术测量地极坐标和地面点位置周期短,在短时间内就可以提供地球自转参数和地面位置,这是光学天体测量仪器所不能比拟的,而且甚长基线干涉仪(VLBI)又能测定河外射电源的位置. 反过来以河外射电源为背景观测地球自转运动的变化,不但精度高而且又不存在类似恒星自行的影响,有利用于测定地球自转运动的长期变化、地壳变化和地球形变,是建立地球参考系理想的观测手段.

新技术在建立地球参考系上也有不足之处主要表现为:

(1)除甚长基线干涉仪(VLBI)外,其它几种测量手段,测得的地球自转运动和地面点位置坐标和现在采用的恒星天球参考系毫无关系,无法实现和天球参考系连接.

(2)新技术在测量过程中,对台站的位置坐标精度要求高. 各种技术所测定的地面点位置系统误差大,同一种观测技术测量精度也有不稳定的问题,这就给建立高精度地球参考系带来困难.

(3)由于新技术的观测参考方向不是铅垂线方向,涉及与铅垂线有关的科学研究仍需要光学仪器,新技术还不能完全取代地面光学天体测量工作. 新老观测技术的观测资料的连接问题也为用新技术

建立地球参考系带来了困难.

尽管存在这些困难,由于新技术观测精度高、周期短、观测参考方向和地球本体固连在一起,采用新技术建立地球参考系将会不断地提高精度、以满足科学研究对地球参考系的要求.

三、目前地球参考系存在的问题

目前的地球参考系的基本极:是国际习用原点 CIO,天文经度的起算点是:国际习用子午线,即通过 CIO 和格林尼治天文台埃里子午环基墩中心的子午线.地极坐标的保持目前是由国际地球自转参数服务(IERS)根据观测资料综合分析得到的.

理想的地球参考系应当和非刚体的地球相连接.这个非刚体的地球模型应当包括地球周围大气.然而目前采用非刚体的 Wahr 的液核地球模型所计算出来的章动序列,通过 VLBI 观测发现其周年项有 2mas 误差,说明液核的扁率要比 Wahr 的理论模型要扁一些.地球参考系建立要求地球模型更加精确化.

目前地球参考系的原点在地心,理想地球参考系的原点应在地球质心的位置上,以保证原点不因质心位置变化而位移,这样才能保证地球参考系相对真实地球无旋转运动.

目前地球参考系是和恒星天球参考系相连接,恒星天球参考系 FK5 的精度只有 0″.03,并且随时间在不断降低.因此地球参考系精度不可能达到厘米级的要求.建立理想的地球参考系和天球参考系仍然是当前急待解决的重大课题.

§10.6 基本星表

在天文学中建立天球惯性参考系问题,具体地说就是编制一份高精度的天体位置的星历表,例如:太阳历表、行星历表、一组基本恒星位置和自行的星表等都代表着某一特定历元下的天球参考系.然而国际上天文学中共同使用的天球惯性参考系,是由国际天文学会

(IAU)主持和在有关会议上通过，才能被确认和使用.

目前，国际天文学会是以一组基本恒星的平位置和自行所对应的天球平赤道坐标系作为天文学中使用的天球惯性参考系. 从1984.0年开始采用的天球惯性参考系FK5(Fifth Fundumental Catalogue)是德国系统以FC开始序列中的第五基本星表. 这份星表所体现的标准历元J2000.0年天球平赤道坐标系就是目前观测精度下最佳的天球惯性参考系. 德国系统的基本星表序列包括：基本星表(FK)、新基本星表(NFK)、第三基本星表(FK3)、第四基本星表(FK4)、第五基本星表(FK5). 这五个基本星表所给出的恒星平位置和自行，都被当时国际上用来定义和实现天球惯性参考系. 为了更好地了解FK5由来和发展在本节将重点介绍德国系统的基本星表序列：

基本星表(FK)：德国系统的基本星表，作者是奥韦尔斯(Auwers)，整个星表包括两部分：北天星表和南天星表，北天星表发表于1879年(A.G.No:14)，恒星的赤纬介于+90°——10°之间，一共有539颗恒星，星表的定向历元和位置历元为1875.0. 相对标准历元1875.0给出了恒星位置和自行. 南天星表是FK系统向南天的延伸，它包括83颗恒星，其中79颗恒星的赤纬介于-10°——32°之间、4颗恒星的赤纬介于赤道(0°)和-10°之间. 南天星表发表于1883年(A.G.No:17)，相对定向历元1875.0给出恒星位置和自行. 基本星表(FK)是根据当时的几本绝对观测得到的星表编制而成的，其中恒星位置起主导作用是普尔科沃(Pulkowa)天文台1865年给出的原始星表；恒星自行系统起主导作用是布拉德雷(Bradly)1750—1762年间观测所给出的星表. 基本星表(FK)的赤道面和春分点Υ位置是由恒星决定的，这份基本星表定义了一个基本系统，尽管这份基本星表从定义基本系统要求上看存在着很大误差.

新基本星表(NFK)：是在奥韦尔斯编制的星表基础上，经过彼得斯(J. Peters)的整理和编辑而成，于1907年发表. 新基本星表比

基本星表(FK)主要有以下两点改进:第一点 NFK 编制过程中采用了大量星表(其中增加了绝对观测星表),使得 NFK 总星数达到 925 颗,其中南天由 83 颗增加到 334 颗.第二点是星表引进了纽康的岁差常数采用值,取代了 FK 中使用的斯特鲁维的岁差常数,纽康的岁差常数值已被国际所承认并采用.NFK 的恒星位置也和纽康的基本星表作了对比分析.NFK 给出的恒星位置相对标准历元是 1875.0 和 1900.0.新基本星表仍然是由运动学方法确定的基本系统.

第三基本星表(FK3):是在 NFK 的基础上补充和修订而成的.FK3 分两次发表:第一部分发表于 1937 年;第二部分发表于 1938 年.整个星表的编制和修订是在科普夫(Kopff)的组织下完成.FK3 相对 NFK 的重大改进的地方有以下几点:第一点是基本星表恒星数目增加到 1535 颗.编制过程中使用的绝对测定的星表数目有 80 本(观测历元在 1850—1925 年间)星表在天空可达每平方度有 0.04 颗恒星.第二点是恒星自行系统的确定采用了 1850—1925 年间的观测,避免了在 1850 年以前观测所带来的系统误差.第三点是 FK3 的赤道面是根据恒星天顶距观测确定的,而春分点的位置则是由太阳和行星的观测确定.春分点由观测太阳系内天体得到,克服了因恒星自行和岁差常数采用值误差带来的影响,大大提高了星表位置精度.FK3 的定向历元为 1900.0 年,FK3 系统在 1940 年~1963 年间为世界各国所采用,是国际上公认的天球惯性参考坐标系.为了满足大地测量对基本星的要求,1954 年科普夫又发表了 FK3sup.FK3 补充星表又增加了大量的基本星:其中在赤纬 $-10°$ 以北增加 1142 颗恒星的精确位置;在赤纬 $-10°$ 以南增加 845 颗恒星近似位置.

第四基本星表(FK4):是在 FK3 的基础上修订的当时国际上最好的基本系统.整个工作是由弗里克(Fricke)和科普夫(Kopff)负责完成的.星表编辑工作是在德国"海德尔堡天文研究所"进行,并于 1963 年发表在"海德尔堡天文研究所"刊物上(第 10 卷).FK4 的完成可看成方位天文学家最杰出的集体成果之一.FK4 在 FK3 的基础

上作了如下的改进：使用了近代的天体测量观测结果，使恒星的位置和自行精度大大地提高，它的赤经平均观测历元在1935年附近，赤纬在1925年附近. FK4的总星数仍为1535颗，星表的春分点仍然采用FK3确定的春分点位置. 星表的定向历元和位置历元有两个：一个是1950.0，一个是1975.0. 以FK4作为天球惯性参考系国际上从1963年使用到1984.0年. 1963年发表了FK4sup. FK4sup包括恒星1987颗，相对定向历元1950.0给出了这些恒星位置. 目的希望对这些恒星进一步绝对和相对观测，以便今后成为改进基本系统新的基本星.

随着近代天体测量技术和观测精度的改进和提高，恒星自行系统误差随着时间推移影响着恒星位置精度. FK4作为基本坐标系已不能满足近代天文学发展的需要.

第五基本星表(FK5)：FK5是在FK4基础上产生的. FK4在下述几方面不能满足近代天文学的需要：第一点：整个星表包括恒星数太少而且太亮，FK4的极限星等为$7^m.5$. 第二点：FK4恒星自行系统误差太大，随着时间的推移，FK4将越来越不能满足惯性的要求. 第三点：FK4的基本恒星在天空中分布也不均匀；在南天星数少且精度低. 针对FK4的问题在编制FK5过程中，FK5作了很大改进. 主要改进之处有以下几点：第一点基本星的数目增加到4652颗，极限星等为$9^m.5$，恒星向更暗方向前进了一大步. 第二点是根据1900年～1970年间太阳、行星观测资料以及月掩星的观测资料，重新测定了FK5的赤道和春分点. 第三点对FK4基本系统的区域和自行误差作了修正. 第四点作了光行差e项改正. 第五点：采用IAU1976年天文常数系统和IAU1980年章动序列，采用新的标准历元J2000.0年和以儒略世纪代替回归世纪等. FK5是弗里克(Fricke, W.)等十几位天文学家共同承担完成的. 1988年发表了FK5第一部分：基本星(Basic Fundamental Stars)；1991发表了$FK5_{Ext}$：新的基本星(New Fundamental Stars)，$FK5_{Ext}$是FK5向暗恒星的延伸. FK5从

1984.0 年开始采用，是目前国际上所依据的天球惯性参考系. FK5 基本星表完成后，相应也提供了归算到 FK5 系统的系统差计算程序. 如：FK5-FK3、FK5-GC、FK5-N30 等. FK5 也不是理想的惯性参考系，随着时间的推移，也将被新的基本星表所代替.

通过上面的叙述，读者能了解到目前国际上采用天球惯性参考系(FK5)的由来和演变过程，也可以说是德国基本星表系统的演变过程. 与此同时，在天文学发展的各个时期，还有一些比较著名的基本星表，它们在一定历史时期和范围内起到过重要作用.

美国系统基本星表：纽康(New comb)基本星表. 纽康基本星表包括 1257 颗恒星，定向历元为 1875 年和 1900 年. 1898 年发表的纽康基本星表通常称为 N_2 星表. 在 1901 年到 1927 年间美国、英国和法国等国家天文年历均采用纽康基本星表作为天球参考系. 纽康基本星表作为天球基本系统在这个期间发挥着重要作用. 艾克尔伯格(Eichelberger, W. S.)标准星表：这是继纽康基本星表之后美国、英国和法国等国家天文年历所采用的基本星表. 该星表包括 1504 颗标准星，相对定向历元 1925.0 年给出恒星的位置和自行. 星表于 1925 年发表，1928-1939 年间被美国、英国和法国等国家作为天球基本坐标系使用.

美国星表中，还有包括恒星数目非常多的博斯星表(GC 星表). 博斯星表总星数为 33342 颗恒星，定向历元为 1950.0 年. 发表于 1937 年，作者为：博斯父子(L. 博斯和 B. 博斯). 博斯星表是基于约 250 本星表编制而成的，是现代星数最多的星表之一. 对于研究太阳的空间运动、银河系转动和测定岁差常数等是十分重要的星表. 还有根据 20 世纪以来最新观测资料，综合编制而成的 N_{30} 基本星表. N_{30} 基本星表包括 5268 颗恒星，定向历元为 1950.0 年. 作者为美国海军天文台的摩根(Morgan, H. R.)，星表于 1952 年发表. 该星表对研究太阳系内天体的运动有重要的作用. 还有根据相对观测和某些研究需要而编制的各种星表，例如：1966 年发表的史密松(SmithSonian)

天体物理台(SAO)星表. 该星表包括 258997 颗恒星，定向历元为 1950.0 年，是依据 FK4 基本星表给出的天球平赤道坐标系推算出来的恒星位置和自行.

§10.7 天文常数系统

天体测量学的基本任务之一就是提供一个天球惯性参考系，具体地说就是编制一份体现天球基本坐标系的基本星表. 球面天文学的基本任务就是依据天球惯性参考系研究天体位置的归算原理和方法. 但无论是建立天球惯性参考系、还是实现天体位置的精确计算，都要求确切地知道那些表征天体的大小、运动、方位和物理特性、化学组成等许多天文参数. 例如：地球赤道半径大小、岁差和章动常数的采用值等等，这些天文参数直接或者间接影响着天文参考系和天体位置的精度，在天文实际工作中具有重要意义.

在表征天体的大小、运动、方位和物理特征和化学组成等诸多天文参数中，有一些天文参数是一直保持不变或者虽有变化，但随时间变化非常缓慢. 例如：地球赤道半径、天文单位、岁差和章动常数等就属于这类天文参数，我们称这些固定不变或者虽有变化但随时间作缓慢变化的这些天文参数统称为天文常数.

天文常数系统则是根据引力定律和常数间满足的理论关系式，经过协调了的天文常数采用值构成的一个系统，这个系统就称为天文常数系统. 天文常数系统不是天文常数的总合，它只包括那些最基本、最常用而且相互间有牵连的那些天文常数. 天文常数系统中的天文常数的取值并不一定是当时最精确的测定值. 而是在测量精度范围内满足引力定律，有些天文常数间满足理论关系式，也需要在测量精度范围内适当作些调整，以保证常数数学公式的成立.

天文常数系统中的天文常数通常分为：规定常数、基础常数、导出常数三大类. 规定常数也可以说是定义常数，这类常数采用值固定

不变一直采用下去,属于规定常数的目前只有高斯(Gauss)引力常数.基础常数则是由天文观测或者实验中直接测定的常数.常数采用值往往是测量精度范围内某种形式的平均值.导出常数则是根据某些天文常数间的理论公式,根据规定常数、基础常数等推导出来的常数采用值.

天文常数采用值归根结底是由天文观测或者实验测定的.因此天文常数采用值受其观测方法和使用仪器所限制.每个历史时期,不同天文常数都有自己的最佳测定值,但作为天文常数系统中的天文常数是经过协调了的最佳测定值的近似值.以供国际间天文工作中的需要.

天文常数在天文学和相邻的其它学科中有广泛的应用.首先一点是通过天文常数可以实现天体各种坐标间的转换.到目前为止人类仍然是在运动着的地球上去研究宇宙空间的天体.绝大多数的天体观测得到的是天体地面坐标.由天体的地面坐标换算到天体的地心坐标或太阳系质心坐标,就必须修正地球自转、公转运动的影响.因此就必须有反映这些运动的天文常数如:地球赤道半径、太阳视差、岁差和章动等常数.这样才能解决天文学和宇宙航行等领域的问题.因此可以说:天文常数是天体运动和天体位置归算的基础.第二点,当采用天体力学方法研究太阳系内天体(包括人造天体)运动时,天体运动方程中必须将天文常数作为已知量引进去,才能使运动方程有解并符合实测值.因此在一定意义上天文常数的精度决定了天体力学方法所给出的天体轨道参数的精度.第三点,宇宙航行事业也需要准确知道地球运动的有关常数,地球和太阳引力场的有关常数,否则我们也无法计算飞行器的轨道和预报其位置.第四点,相邻的地球物理、气象、测绘、导航、通讯等学科和实用部门也需要天文常数.因此可以说:天文常数的测定和天文常数系统的确定是天文学和相邻学科以及实用部门发展和应用的需要.

国际上第一个统一了的天文常数系统产生于1896年.在这之

前，由于天文观测精度不高，理论又不完善，在天文工作中并没有一个统一、完整的天文常数系统. 当时的天文学家都是根据自己工作需要和判断，任意采用当时天文常数某种最佳数值. 这样后果是可想而知的，使问题结果会变得没有确定性和一致性. 为了使天文学的结果在国际上有可比性、统一性，在 1896 年的国际恒星会议上首先决定：各国天文年历共同采用纽康推算出来的岁差常数、章动常数、光行差常数和太阳视差等天文常数. 后来逐步扩大成包括更多的天文常数值. 当时还没有天文常数系统概念，这些天文常数值并没有根据理论关系进行协调，而是采用最佳测定值的某种形式的平均. 尽管当时常数值的精度还不高；(纽康确定的天文常数采用值所依据的天文观测资料是 1750-1890 年间的)常数之间还有矛盾之处，但它确实是天文学中一次重大革新，极大地推动了天文学国际间交往和发展. 这历史上的第一个统一了的天文常数系统从 1896 年被各国天文年历采用以后，直到 1968 年均为各国天文年历所采用，是被公认的天文常数系统. 由于这些天文常数的采用值是陆续补充进来的，早期的几个天文常数如上面提到的岁差常数、章动常数等是纽康确定的，所以人们习惯称这第一个天文常数系统为纽康天文常数系统.

纽康天文常数系统中的天文常数及其取值见表一：

表一　纽康天文常数系统

常数名称	采用值	来源
太阳视差 π_0	$\pi_0=8''.80$	纽康确定值
章动常数 N(1900 年)	$N=9''.21$	同上
光行差常数 K	$K=20''.47$	同上
黄经总岁差 P(1900 年)	$P=5025''.64$(每回归世纪)	同上
黄赤交角 ϵ(1900 年)	$\epsilon=23°27'08''.26$	同上
光速 c	$c=299860$ 公里/秒	同上

续表

常数名称	采用值	来源
地月质量比 μ	$1/\mu=81.45$	同上
日与地月系质量比	$S/E(1+\mu)=329390$	同上
月球平均地平视差 π	$\pi=57'02''.70$	取自 E.W.布朗的月球运动表
地球赤道半径 a_e	$a_e=6378388$ 米	取自 1924 年国际大地测量和地球物理联合会所采用的“国际参考椭球”数值.
地球扁率 f	$f=1/297$	同上
高斯引力常数 K	$K=0.01720209895$	1938 年由国际天文学会(IAU)通过作为规定常数
一回归年(1900 年)所包含历书时秒	$S=31556925.9747$	1958 年由 IAU 通过,1960 年开始使用

从 20 世纪 30 年代起,随着天体测量精度的提高,天文常数的测定值精度也相应地提高了.因此产生了修定天文常数系统的建议.1950 年在巴黎召开的天文常数会议,对纽康的天文常数系统进行了评定:认为纽康天文常数系统存在两方面的缺陷:①纽康天文常数系统中常数之间不能满足理论关系式②纽康天文常数系统中常数采用值跟不上天文学发展、精度低、有一定历史局限性.结论:应当进行修改,但时机尚未成熟.1963 年再度在巴黎召开天文常数会议,这次会议确定了修改的原则并成立一个专家组,会议委托专家组提出一个新的天文常数系统.随后专家组提出了一份新的天文常数系统,该系统在 1964 年召开的国际天文学(IAU)第十届大会上被通过,于 1968 年开始采用.这个新的天文常数系统称为:IAU1964 年天文常数系统.IAU1964 年天文常数系统包含的天文常数及其采用值见表二:

表二 IAU1964 年天文常数

常数名称	采用值 与真值相差的范围	来 源
	规定常数	
回归年历书时秒(1900.0年)	$S=31556925.9747$	与纽康相同
高斯(Gauss)引力常数	$K=0.01720209895$	与纽康相同
	基础常数	
天文单位	$A=149600\times10^6$ 米 $\begin{cases}149597\times10^6\\149601\times10^6\end{cases}$	雷达测金星得到的
光速	$C=299792.5\times10^3$ 米/秒 $\begin{cases}299792\times10^3\\299793\times10^3\end{cases}$	取自 1963 年国际理论与应用物理联合会采用值
地球赤道半径	$a_e=6378160$ 米 $\begin{cases}6378080\\6378240\end{cases}$	由观测人造卫星得到的
地球形状的动力学系数	$J_2=0.0010827\begin{cases}0.0010824\\0.0010829\end{cases}$	由观测人造卫星加以确定
地心引力常数	$GE=398603\times10^9$ 米^3/秒^2 $\begin{cases}398600\times10^9\\398606\times10^9\end{cases}$	由重力测量和观测人造卫星加以测定
月球质量(以地球质量为单位)	$\mu=1/81.3\begin{cases}1:81.29\\1:81.31\end{cases}$	由观测人造卫星加以确定
月球相对恒星的平均角速度	$n=2.661699489\times10^{-6}$	根据修订后的月球历表求出
黄经总岁差(1900.0年)	$P=5025''.64$(每回归世纪) $\begin{cases}5025''.64\\5025''.90\end{cases}$	与纽康天文常数系统相同
	基础常数	
黄赤交角(1900.0年)	$\varepsilon=23°27'08''.26\begin{cases}23°27'08.''16\\23°27'08.''36\end{cases}$	与纽康天文常数系统相同
章动常数(1900.0年)	$N=9''.210\begin{cases}9''.210\\9''.210\end{cases}$	与纽康天文常数系统相同
	导出常数	
太阳视差	$\pi_\odot=8''.79405\begin{cases}8''.79388\\8''.79434\end{cases}$	$\pi_\odot=\arcsin(a_e/A)$
天文单位光行时	$\tau_A=499^s.012\begin{cases}499^s.001\\499^s.016\end{cases}$	$\tau_A=A/C$
光行差常数	$k=20''.4958\begin{cases}20''.4954\\20''.4960\end{cases}$	$k=F_1K'\tau_A$

续表

常数名称	采用值　　　与真值相差的范围	来　源
地球扁率	$f=1/298.25\begin{cases}1/298.33\\1/298.20\end{cases}$	
日心引力常数	$GS=132718\times10^{15}$米^3/秒^2 $\begin{cases}132710\times10^{15}\\132721\times10^{15}\end{cases}$	$GS=A^3K'^2$
太阳和地球的质量比	$S/E=332958\begin{cases}332935\\332967\end{cases}$	$S/E=GS/GE$
太阳和地月系质量比	$S/E(1+\mu)=328912\begin{cases}328889\\328901\end{cases}$	$S/E(1+\mu)$
受摄月球的平均距离	$\alpha=384400\times10^3$ 米 $\begin{cases}384399\times10^3\\384401\times10^3\end{cases}$	$\alpha=F_2[\frac{GE(1+\mu)}{n^2}]^{1/3}$
月球视差正弦常数	$F_0\sin\pi=3422''.451\begin{cases}3422''.397\\3422''.507\end{cases}$	$F_0\sin\pi=F_0(\frac{\alpha_e}{\alpha})$
月行差常数	$L_0=6''.43987\begin{cases}6''.4390\\6''.4407\end{cases}$	$L_0=\frac{\mu}{1+\mu}\frac{\alpha}{A}F_0$
月角差常数	$P=124''.986\begin{cases}124''.984\\124''.989\end{cases}$	$P=\frac{1-\mu}{1+\mu}\frac{\alpha}{A}F_3$
行星质量系统（质量倒数）	水星 6,000,000　木星 1,047,355 金星 408,000　火星 3,093,500 地月系 329,390　土星 3,501,6 天王星 22,869　海星 19,314 冥王星 360,0000	

计算导出常数所用辅助常数

常数名称	采用值
K'	1.990983678×10^{-7}
F_0	206264″.806
F_1	1.000142
F_2	0.99093142
F_3	49853″.2

IAU1964 年天文常数系统共包含 23 个天文常数采用值和一个常数组(大行星质量倒数). 常数采用值比纽康天文常数更精确，常数

之间的关系更合理些．但是由于黄经总岁差、黄赤交角、章动常数以及大行星质量沿用了纽康天文常数系统中的旧值，使得这些常数与IAU1964年天文常数系统的其它天文常数，还有一定矛盾．由于涉及问题较多，没有进行修订．1974年国际天文学联合会又组成了一个修改天文常数工作小组，提出了第三个天文常数系统．这个系统于1976年8月召开的国际天文学联合会所通过，称为IAU1976年天文常数系统．IAU1976年天文常数系统所包含的天文常数和采用值见表三；IAU1976年天文常数系统从1984.0年开始采用．

表三　IAU1976年天文常数系统

常数名称	采用值	来源
	规定常数	
高斯引力常数	$K=0.01720209895$	与纽康天文常数系统相同
	基础常数	
光速	$c=299792458$ 米/秒	取自1975年第十五届国际计量大会采用值．
天文单位光行时	$\tau_A=499^s.004782$	雷达测金星测定
地球赤道半径	$a_e=6378140$ 米	取自1975年国际大地测量和地球物理联合会采用“标准大地测量参数”值．
地球形状的动力学系数	$J_2=0.00108263$	同上
地心引力常数	$GE=3.986005\times10^{14}$ 米^3/秒^2	同上
引力常数	$G=6.672\times10^{-11}$ 米^3/千克.秒	取自1973年国际科学联合会所属科学技术数据委员会的采用值．

续表

常数名称	采用值	来源
地月质量比	$\mu=0.0123002$ ($1/\mu=81.3007$)	激光测月和月球火箭测定
黄经总岁差($J2000.0$)	$P=5029''.0966$	在纽康确定值中加上银河系自转改正，以及行星岁差的近代值改正后，再由1900年换算到J2000.0
黄赤交角(J2000.0)	$\varepsilon=23°26'21''.448$	在纽康确定值基础上，采用新的行星质量计算ε的长期变化改正后，再换算到J2000.0
章动常数(J20000.0)	$N=9''.2109$	将纽康确定值直接换算到J2000.0
	导出常数	
天文单位	$A=149,597,870\times10^3$ 米	$A=c\tau_A$
太阳视差	$\pi_\odot=8''.794148$	$\pi_\odot=\arcsin(a_e/A)$
光行差常数	$k=20''.49552$	$k=FK'\tau_A$ ($F=1.0001413$)
地球扁率因子	$f=0.00335281=1/298.257$	取自1975年国际大地测量和地球物理联合会采用"标准大地测量参数"值.
日心引力常数	$GS=132712348\times10^{12}$ 米^3/秒^2	$GS=A^3k^2/D^2$
太阳和地球质量比	$S/E=332946.0$	$S/E=GS/GE$
太阳质量	$S=1.9891\times10^{30}$ 千克	$S=GS/G$

续表

常数名称	采用值	来源
行星质量系统 (行星质量倒数)	水星 6023600 金星 408523.5 火星 3098710 木星 1047.355 天王星 22869 海王星 19314 地月系 328900.5 土星 3498.5 冥王星 3000000	

IAU1976 年天文常数系统和 IAU1964 年天文常数系统相比，除天文常数的采用值采用新的观测资料修正外，还调整了部分天文常数，规定了系统的一些基本单位. 具体变化为：①取消了一回归年所包含的历书时秒数作为规定常数，原因是 1967 年第 13 届国际度量衡大会决定把原子时秒作为时间计量的基本单位，原子时取代了历书时. ②天文常数系统的定向历元为 J2000.0 即：公元 2000 年 1 月 1.5 日(儒略日为 2451545.0 日). ③规定了天文学的时间单位为日，一日等于 86400 秒，36525 等于一儒略世纪；规定天文学的质量单位是太阳质量；用高斯引力常数规定天文学距离单位：天文单位. ④将天文单位距离光行时作为基础常数，天文单位则作为导出常数 ⑤常数 G 被增加作为基础常数，取消了四个有关月球天文常数.

IAU1976 年天文常数系统的采用，并不意味着天文常数系统已经解决了. 这是由于常数的采用值由于受观测技术和方法限制，还不能达到高精度. 即使有些常数观测值达到了很高的精度，但由于常数间的理论关系式的制约而不能采用. 下面将通过对 IAU1976 年天文常数系统中的天文常数具体分析，看存在的问题和改进途径.

高斯引力常数 k：它是 IAU1976 年天文常数系统中的唯一的一个规定常数. 它是 1938 年国际天文学联合会通过作为规定常数一直

使用到今天. 目前已发现该值有较大误差，但为了理论天文学和大量星历表工作的需要(要求常数采用值越稳定不变越好，否则将带来更大麻烦)，只有保留 k 值不变，继续使用下去. 高斯引力常数采用值 $k=0.01720209895$ 是怎样确定的和问题出在那里呢?高斯引力常数 k 的取值是根据开普勒第三定律确定的. 根据第三定律，高斯引力常数 k、太阳质量 S、地月系质量 m、地月系到太阳的平均距离 A、地球绕太阳公转周期 T 满足下式：

$$k^2=4\pi^2A^3/T^2S(1+m/S)$$

高斯取 $A=1$，即天文单位为长度单位；取 $S=1$，即取太阳质量为质量单位；取平太阳日为时间单位，地球绕日公转周期取为 $T=365.256385$ 平太阳日；取地月系质量 $m/S=1/354710$. 将这些取值代入上式，求得 $k=0.01720209895\cdots\cdots$. 1938 年国际天文学联合会就是根据高斯这一计算结果，作为高斯引力常数采用值在国际间使用. 并做为规定常数(定义常数)使用至今. 高斯引力常数的误差主要来自地球绕日公转周期 T 和地月系质量. 由于当时历史的局限，这两个值没有近代测定的精确，按照近代值 T 和 m/S 算得的 k 值与旧值差别很大. 例如：按近代的 T 和 m/S 值，代入上式如果保持高斯引力常数不变，则推导的地月系到太阳平均距离根本就不是一个天文单位，而是 1.00000003 天文单位. 由于地球绕日运动受其它天体摄动影响，实际上为：1.000000236 天文单位. 目前的做法主要考虑理论天文学和大量历表工作的需要，采用高斯引力常数值保持不变，去导出其它一些量.

光速 c：IAU1976 年天文常数系统中的一个基础常数，目前取值为 $c=299792458$ 米/秒. 由于它也是一个重要的物理常数. 它的采用值精确与否也是一个重要的误差来源. 目前的光速 c 采用值是 1975 年第十五届国际计量大会确定的采用值. 它是根据 1972 年美国国家标准局测定的甲烷(CH_4)稳频激光频率 ν 和以氪 86 波长为基准测定的激光波长值 λ，并参照对甲烷(CH_4)波长 λ 的一系列测定计算得到

的. 计算采用公式为：$c=\lambda\nu$，计算时取 $\lambda(CH_4)$ 为 3392231.40pm(微微米). 推导出光在其空中传播速度 $c=(299792458\pm1.2)$米/秒，此值就是目前光速 c 采用值的由来. 这个光速值要比用经典的天文方法和其它实验室方法测量精度高得多. 但是，由于受到氪的基准波长不确定度的局限，目前使用的光速值(由波长和频率导出来的)也只能达到 4×10^{-9}的不确定度，还不能满足天文学和科学技术发展的需要. 例如：天文学测定天文单位和太阳系内天体(包括人造天体)距离的测定，天体以及人造飞行器的无线电跟踪都离不开精确的光速采用值. 雷达测距的误差主要来自光速误差. 再有根据光速 c 的采用值，定义长度单位"米"的大小. 一米是光在真空中 1/299792458 秒的时间间隔内所行进的路程的长度. 诸如上面提到的一些问题和没有提到的问题等，随着科学技术的发展，人们对宇宙认识的扩大，必然要求光速 c 的采用值精度越来越高.

地球赤道半径 a_e：也是一个基础常数，它是描述地球形状和大小的一个重要的天文常数；也是人类站在运动着地球去研究宇宙和航天科学的一个重要天文参数. 目前采用值取自 1975 年国际大地测量和地球物理联合会确定的"标准大地测量参数"采用值. 所谓标准大地测量参数就是根据大地测量得到的大地水准面形状，用一个旋转椭球体模型去逼近和代表测量得到的大地水准面形状. 这个旋转椭球体就叫参考椭球，参考椭球的半长轴 a，就表征了地球赤道地区的半径大小. 不同时期大地测量的技术和精度不一样，测定的大地水准面形状和大小也不同. 选用的参考椭球体的模型也不同，由于椭球体参数大小是不同的，由此得到的表征地球形状和大小的天文常数系统中的基础天文常数——地球赤道半径 a_e 取值也不同. 根据它导出的天文常数采用值误差以及研究与地球形状和大小的人造天体的运动带来的影响在天文实际工作是至关重要.

天文单位光行时 τ_A：即光通过一个天文单位距离所经历的时间间隔. 它也是一个基础常数. 它是依据美国麻省理工学院和美国喷气

推进实验室(JPL)于1970年—1974年间对行星(金星和火星)四次雷达测距结果,再利用行星到地球距离和日地平均距离之间的理论关系式,综合分析得到的.目前采用值为:$\tau_A=499^s.004782$.天文单位光行时τ_A与天文单位A,光速c满足$A=c\tau_A$.IAU1976年天文常数系统中的天文单位A的取值就是根据光速c和天文单位光行时τ_A采用值推导出来的,因此天文单位是一个导出的天文常数.但天文单位是天文学研究天体距离的基本长度单位之一.作为量度天体距离的一把尺子,它的采用值一直被人们所重视.随着雷达测距精度的不断提高,天文单位光行时τ_A的测定精度也必然提高,以满足天文学等学科发展的需要.

地球力学形状因子J_2:它的物理意义相当于地球的力学扁率,具体所指的是地球引力位公式中的二阶谐波系数.地球引力位在人造卫星理论中常常表达成下式:

$$U=\frac{f'M_\oplus}{\rho}\left[1-J_2\left(\frac{a_e}{\rho}\right)^2P_2^0(\sin\varphi)-J_4\left(\frac{a_e}{\rho}\right)^4P_4^0(\sin\varphi)+\cdots\cdots\cdots\right]$$

式中:$f'M_\oplus$:地心引力常数,单位米^3/秒^2;ρ:地心距离,φ:地心纬度;P_2^0,p_4^0是勒让德(Legendre)多项式;J_2,J_4是带谐系数,其中J_2我们称为地球力学形状因子.它具体表达成下式:

$$J_2=\frac{C-A}{M_\oplus a_e^2}$$

式中$A.C$为地球惯性矩,$M_\oplus$为地球质量,a_e为地球赤道半径.J_2可以由重力测量和人造地球卫星的观测来确定.作为IAU1976年天文常数系统中的基础常数——地球力学形状因子J_2的值,取自1975年国际大地测量和地球物理联合会(IUGG)确定的"标准大地测量参数".J_2也是测量值,受观测技术和方法以及理论公式所局限.

引力常数G:在IAU1976年天文常数中除了规定常数—高斯引力常数k外,还有三个和引力有关的天文常数.它们是:引力常数G、地心引力常数GE和日心引力常数GS.其中引力常数G和地心引力常数GE属于基础常数;日心引力常数属于导出常数.

引力常数 G 的采用值 $G=6.672\times10^{-11}$ 米^3/千克.秒^2 取自于1973年国际科学联合会所属的科学技术数据委员会确定的数值.它是根据扭力天秤法测定的引力常数值,将海尔和克扎诺夫斯基两人所测结果,取加法平均得到的.它的量纲是厘米、克、秒制.

在天文实际工作中,常采用不同的单位制,这样引力常数 G 的取值也要相应的变化.例如:取天文单位为长度单位,取太阳质量为质量单位,取平太阳日为时间单位.则这时引力常数 G 的取值就为:$G=k^2$ 其中 k 就是高斯引力常数($k=0.01720209895$).又如:在天体力学的工作中,常取 $T=58.132441$ 平太阳日为时间单位;天文单位为长度单位;太阳质量为质量单位.这样取值便于天文理论计算工作,这时的 $G=1$.

当我们取厘米、克、秒单位制时,引力常数 G 的取值为:6.672×10^{-11} 米^3/千克.秒^2.这时引力常数 G 与高斯引力常数 k 的关系式为:$f'=k^2\dfrac{A_0{}^3}{T^2M_\odot}$,公式中的 f' 就代表厘米、克、秒单位制中的引力常数 G;A_0 为一天文单位中包含的厘米数;T 为一平太阳日中包含的秒数;$M_\odot$ 为以克表示的太阳质量.因为引力常数 f' 可以根据实验测定出来,所以这个表达式往往用来决定太阳质量.

地心引力常数 $GE=3.986005\times10^{14}$ 米^3/秒^2.其中 G 是引力常数、E 是包括地球大气质量在内的地球质量.GE 采用值取自1975年国际大地测量和地球物理联合会所使用的"标准大地测量参数",它是通过人造地球卫星和重力加速度 g 的观测而得到的.GE 是一个基础常数,是研究人造地球卫星一类以地球质量为主质量(天体环绕着以地球为主星体的轨道运动)的天文动力学问题时一个重要天文常数.

当研究以太阳质量 S 为主引力质量问题时,采用的便是日心引力常数 GS.GS 是一个导出常数,它是由公式 $GS=A^3k^2/D^2$ 导出的,其中 $A=c\tau_A=1.4959787\times10^{11}$ 米,k 为高斯引力常数,D 为一日所

包含的秒数($D=86400$ 秒)，由此导出 GS 的采用值.

地月质量比 μ：它也是一个基础常数. 人造卫星上天以后，可以根据激光测月和月球火箭来测定. IAU1976 年天文常数系统中的地月质量比 μ 是由实测得到的，μ 值的含义是以地球质量(包括地球大气质量在内的)为单位的月球质量.

黄经总岁差 P：是描述地球自转轴在外力作用下(月球、太阳、大行星)在空间运动的重要天文常数. 它包含两部分：黄经日月岁差 ψ' 和赤经行星岁差 λ'，黄经总岁差满足：$P=\psi'-\lambda'\cos\varepsilon$. 黄经日月岁差 ψ' 是根据恒星视位置测定出来的，它是观测值；而赤经行星岁差 λ' 是根据天体运动理论推导出来，但因 ψ' 起主导作用，所以黄经总岁差 P 也是一个基础常数. IAU1976 年天文常数系统的黄经总岁差差 P 是在纽康岁差常数基础上，加上了银河系转动的修正，用新的行星质量系统推算了赤经行星岁差 λ'，然后将历元由 1900 年转换到 $J2000.0$. 岁差常数 ψ' 的采用值误差直接影响天球惯性参考系的精度，一直是天文学、地球物理学、宇航学等学科关注的重点.

章动常数 N 和黄赤交角 ε 都是描述地球自转轴在外力作用下在空间运动的重要天文常数，也是 IAU1976 年天文常数系统的基础常数. 章动常数 N 和黄赤交角 ε 都是在纽康的天文常数基础上作了部分修正. 任何章动理论都和某种地球模型联系在一起. 如何根据观测值使理论更好地与真实地球吻合，仍然是待解决的课题.

由上面对 IAU1976 天文常数系统中的规定常数和基础常数采用值的由来及测定方法的介绍，我们不难发现进一步提高天文常数的精度以及协调天文常数间的关系仍然是一个待解决的重要课题. 然而建立天文常数系统从理论上还有两点必须解决好. 第一点从建立天球惯性参考系和依据天体力学方法研究天体运动规律要求出发，天文常数采用值应最好地满足牛顿运动定律. 它们要求天文常数在长时间内，对按引力定律算出的太阳系内天体位置历表没有太大的影响. 这就要求天文常数越稳定越好. 第二点从一些实用部门需要

出发，例如：宇航有关的一些课题则要求天文常数采用值越精确越好，而不需要长期保持这个值，希望的是当代最佳测定值．这就使建立统一的天文常数系统有了一定的困难．这两方面的要求，必然导致人们对太阳系内天体运动规律、大小和形状的研究；开展天文常数的精确测定和进一步协调；建立新的天文常数系统工作．

到目前为止，天文学一共统一使用过三个天文常数系统．1896—1968.0年为纽康天文常数系统；1968.0—1984.0年为IAU1964年天文常数系统；1984.0—至今IAU1976年天文常数系统．

附录一

球面三角基本公式

(1)正弦公式

$$\frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}$$

(2)边的余弦公式

$$\begin{cases}\cos a=\cos b\cos c+\sin b\sin c\cos A\\ \cos b=\cos a\cos c+\sin a\sin c\cos B\\ \cos c=\cos a\cos b+\sin a\sin b\cos C\end{cases}$$

(3)第一五元素公式:

$$\begin{cases}\sin a\cos B=\cos b\sin c-\sin b\cos c\cos A\\ \sin a\cos C=\cos c\sin b-\sin c\cos b\cos A\\ \sin b\cos A=\cos a\sin c-\sin a\cos c\cos B\\ \sin b\cos C=\cos c\sin a-\sin c\cos a\cos B\\ \sin c\cos A=\cos a\sin b-\sin a\cos b\cos C\\ \sin c\cos B=\cos b\sin a-\sin b\cos a\cos C\end{cases}$$

几种特殊的球面三角形公式

(1)小球面三角形:三条边都很小的球面三角形叫小球面三角形.在近似计算中,可将小球面三角形,按平面三角形有关公式处理.即:

$$\begin{cases}\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}\\ a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\\ a\cos B=c-b\cos A\end{cases}$$

(2)窄球面三角形:

球面三角形的一条边如:a 远较其它两边 b 和 c 小,因而角 A 也很小,这样的球面三角形叫窄球面三角形.

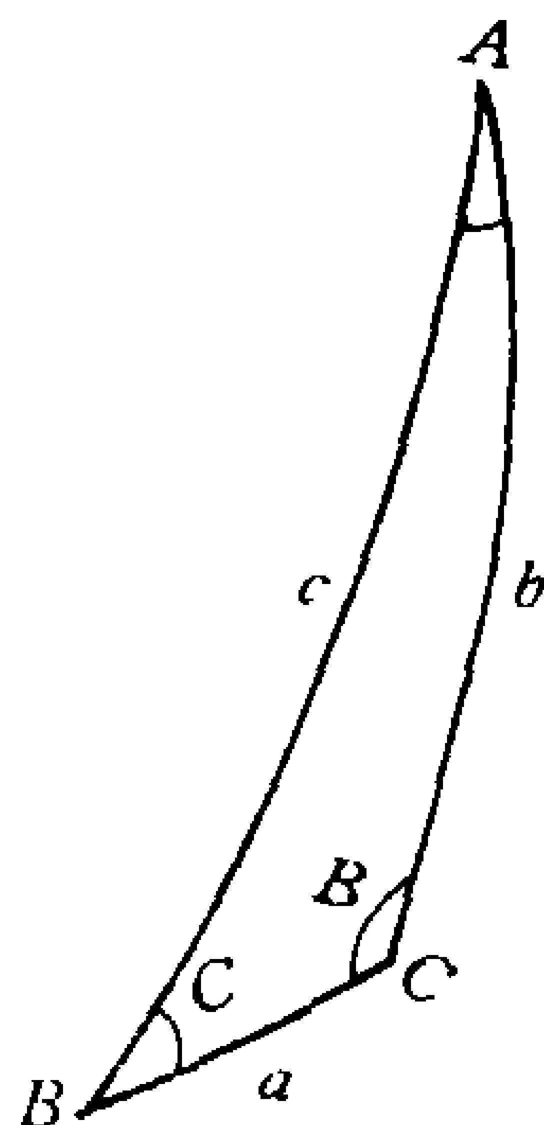
对这类球面三角形,常采用从顶点 c 作垂直于边$\overset{\frown}{AB}$的大圆弧$\overset{\frown}{cc'}$,交$\overset{\frown}{AB}$于

c'. 将窄球面三角形分成两个球面三角形：小球面和直角球面三角形. 如图 2.

可用下式解：$\begin{cases} c-b \doteq a\cos B \\ A \doteq a\sin B/\sin b \approx a\cos B/\sin c \end{cases}$

(3)直角球面三角形：

有一个角等于 90°的球面三角形叫做球面直角三角形.



附二　窄球面三角形

例如：在球面三角形 ABC 中，设角 $C=90°$，则因 $\sin C=1$，$\cos C=0$，相应地球面三角有关公式可简化为：

$\sin a=\sin c\sin A$，$\sin a=\mathrm{tg}b\mathrm{ctg}B$，

$\sin b=\sin c\sin B$，$\sin b=\mathrm{tg}a\mathrm{ctg}A$，

$\cos C=\cos a\cos b$，$\cos c=\mathrm{ctg}A\mathrm{ctg}B$，

$\cos A=\mathrm{tg}b\mathrm{ctg}c$，$\cos A=\cos a\sin B$，

$\cos B=\mathrm{tg}a\mathrm{ctg}c$，$\cos B=\cos b\sin A$，

(4)直边球面三角形：有一条边等于 90°的球面三角形，称为直边球面三角形，例如：在球面三角形 ABC 中。设边 $c=90°$，则因 $\sin c=1$，$\cos c=0$，相应球面三角有关公式可简化为：

$\sin A=\sin a\sin C$，$\sin A=\mathrm{ctg}b\mathrm{tg}B$，

$\sin B=\sin b\sin C$，$\sin B=\mathrm{ctg}a\mathrm{tg}A$，

$\cos a=\cos A\sin b$，$\cos a=-\mathrm{tg}B\mathrm{ctg}C$，

$\cos b=\sin a\cos B$，$\cos b=-\mathrm{tg}A\mathrm{ctg}C$，

$\cos C=-\cos A\cos B$，$\cos C=-\mathrm{ctg}a\mathrm{ctg}b$，

附录二

矢量运算和狭义相对论有关公式

一、矢量运算

若矢量 $\boldsymbol{a}$ 在直角坐标系中三条坐标轴的分量为 a_1、a_2、a_3，则可写成：

$$\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{bmatrix}$$

若用 $\boldsymbol{a}^\circ$表示 $\boldsymbol{a}$ 的单位矢量，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 表示三条轴的单位矢量，则有：

$$\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}^\circ=\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{i}+\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{k}$$

$$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{(a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2)},\ |\boldsymbol{a}^0|=1$$

$$\boldsymbol{a}^\circ=(\cos\alpha)\boldsymbol{i}+(\cos\beta)\boldsymbol{j}+(\cos\gamma)\boldsymbol{k}$$

$\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$ 为矢量 $\boldsymbol{a}$ 的方向余弦，$|\boldsymbol{a}|$为矢量 $\boldsymbol{a}$ 的模.

1. 标量积：

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=a_xb_x+a_y\,by+a_zb_z$$

2. 矢量积：

$$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\sin(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$$

$$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d})=(\boldsymbol{a}.\boldsymbol{c})(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{d})-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{d})(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$$

$$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})-\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$$

$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=\boldsymbol{b}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})-\boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$$

二、矩阵运算

由 nm 个数 $a_{ij}(i=1.2\cdots\cdots n;j=1.2\cdots\cdots m)$排成的矩形

$$A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots a_{1m}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots a_{2m}\\ \vdots\ \vdots & \vdots\ \vdots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots\cdots a_{nm}\end{pmatrix}$$

叫做一个 n 行 m 列的矩阵，其中 a_{ij}表示第 i 行第 j 列的数据. 上面矩阵也可简写成(a_{ij}). 当 $m=n$ 时，A 叫做 n 阶矩阵（或 n 阶方阵）.

若矩阵 A 和 B 行数和列数相等，并且对应的元素也彼此相同，称矩阵 A 和 B 相等.

1. 矩阵加法

若矩阵 A 和 B 的行数和列数分别相等，则两矩阵可以相加. 矩阵 $A+B$ 的对应元素之和，为：

矩阵 $A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}$ $\qquad B=\begin{pmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{pmatrix}$

则：$A+B=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}$

矩阵 A 和矩阵 B 之和等于矩阵 B 加矩阵 A

$$A+B=B+A$$

同理有：$(A+B)+C=A+(B+C)$

若矩阵 A 用(a_{ij})表示，则把矩阵$(-a_{ij})$记作$-A$，则有

$A+(-A)=0$

2. 一个数与矩阵相乘

一个数 a 可以同一个矩阵 A 相乘，相乘后得到一个新矩阵，新矩阵的每个元素等 a 乘矩阵 A 的每一个元素后的值. 如：$a=5$，矩阵 A 为

$A=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$ 则 $aA=C=\begin{pmatrix} 5x_1 & 5x_2 \\ 5y_1 & 5y_2 \end{pmatrix}$

如 α、β 为两个常数，A、B 为矩阵则有：

$$\alpha(\beta A)=\alpha\beta A$$

$$(\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A$$

$$\alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$$

3. 矩阵乘法

若矩阵 A 为 n 行 S 列矩阵，矩阵 B 为 S 行 m 列，则矩阵 A 可以和矩阵 B 相乘. 其乘积写为：$AB=C$，C 是一个 n 行 m 列的新矩阵.

矩阵 A 　　　　矩阵 B

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots & a_{1s} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots & a_{2s} \\ \vdots\ \vdots & \vdots\ \vdots & & \vdots\ \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots\cdots & a_{ns} \end{pmatrix};B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots\cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots\cdots & b_{2m} \\ \vdots\ \vdots & \vdots\ \vdots & & \vdots\ \vdots \\ b_{s1} & b_{s2} & \cdots\cdots & b_{sm} \end{pmatrix}$$

$$C=AB=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots\cdots & c_{1m} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots\cdots & c_{2m} \\ \vdots\ \vdots & \vdots\ \vdots & & \vdots\ \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots\cdots & c_{nm} \end{pmatrix}$$

其中：$C_{ij}=\sum_{k=1}^{S} a_{ik}b_{kj}\begin{pmatrix} i=1,2,\cdots\cdots n \\ j=1,2,\cdots\cdots m \end{pmatrix}$

矩阵 A、B、C 间乘法满足下式：

$(A+B)C=AC+BC$

$A(B+C)=AB+AC$

$(AB)C=A(BC)$

矩阵乘法没有交换律，即 AB 不一定等于 BA.

4. 单位矩阵 E

主对角线上的元素都是 1，其余所有元素都是 0 的 n 阶方阵，叫做 n 阶单位矩阵，用符号 E 表示：

$$E=\begin{pmatrix} 1 & \cdots & \cdots\cdots 0 \\ 0 & 1 & \cdots\cdots 0 \\ 0 & 0 & 1\cdots\cdots 0 \\ \vdots\ \vdots & \vdots\ \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots\cdots 1 \end{pmatrix}$$

(1)单位矩阵 $|E|=1$

(2)n 阶矩阵 A 和 n 阶单位矩阵 E 求积有：

$AE=EA=A$

5. 逆矩阵

若矩阵 A、B 满足：$AB=BA=E$ 则矩阵 A 和矩阵 B 为逆矩阵.
记作 $A=B^{-1}$ 或者 $A^{-1}=B$.

逆矩阵满足：

$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$； $(A^{-1})^{-1}=A$；

$(\alpha A)^{-1}=\alpha^{-1}A^{-1}$（$\alpha$ 为不等于 0 的数）

6. 转置矩阵

设矩阵 A 为 n 行 m 列矩阵，将该矩阵的行和列互换则成新矩阵 A^T，A^T 为 m 行 n 列矩阵，则 A^T 为 A 的转置矩阵.

转置矩阵满足下式：

$(A+B)^T=A^T+B^T$；$(A^{-1})T=(A^T)^{-1}$；

$(AB)^T=B^TA^T$；$(\alpha A)^T=\alpha A^T$.

其中 α 为一个数.

如果 $A^T=A$ 则 A 为对称矩阵；

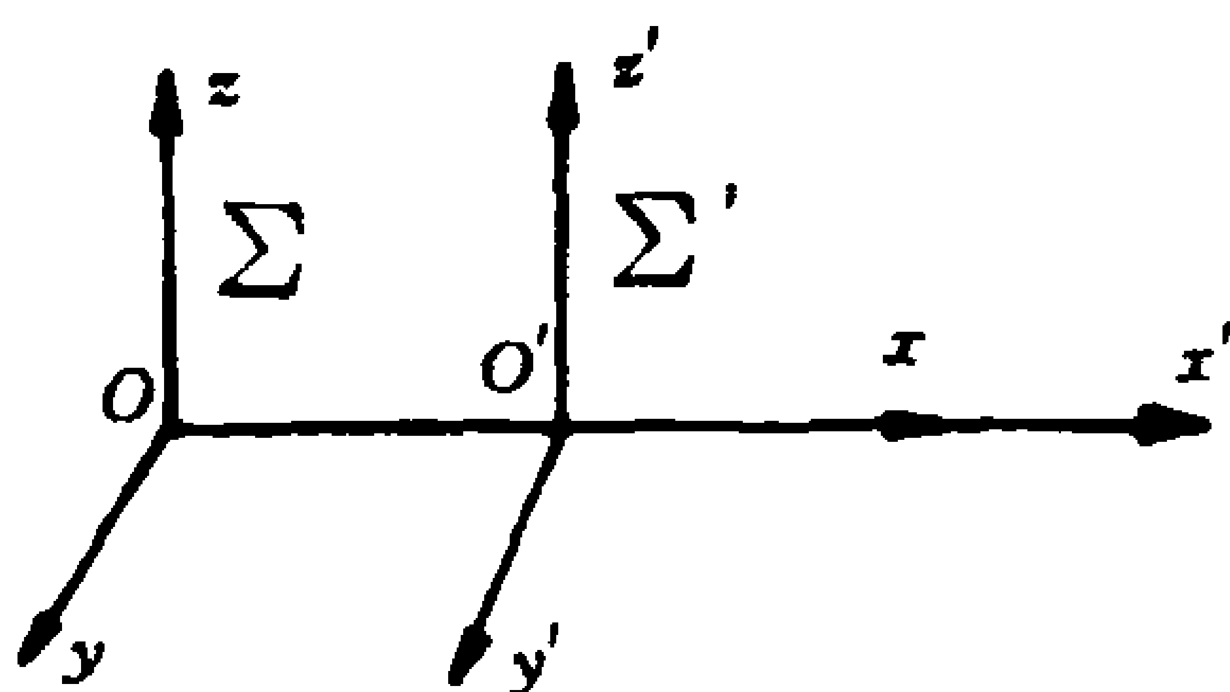
如果 $AA^T=A^TA=E$，或 $A^T=A^{-1}$ 则 A 叫做正交矩阵.

三、狭义相对论有关公式

狭义相对论中，联系任意两个惯性坐标系$\sum$和$\sum'$的坐标和时间之间的转换关系式：设有两个惯性坐标系$\sum(x、y、z、t)$和$\sum'(x'、y'、z'、t')$对应的坐标轴互相平行，即：$o'x' /\!/ ox$；$o'y' /\!/ oy$；$o'z' /\!/ oz$ 当二惯性系原点 O 和 O' 重合时，两个坐标系中的时钟原点经校准也重合，假定惯性系$\sum'$以匀速度 v 相对惯性系$\sum$沿着 ox 轴正向运动(参看图附 1－3).

则洛伦兹变换式为：

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{cases}$$



附 1-3

c 为真空中光速.

由于联系两个惯性坐标系$\sum$和$\sum'$坐标之间转换是洛伦兹转换，则时间间隔$\triangle t$ 为非不变量. 设在惯性系$\sum$中为$\triangle t$，在$\sum'$中测得相同的两个事件间的时间间隔为$\triangle t'$，则二者关系为：

$$\triangle t = \frac{\triangle t' + (v/c^2)\triangle x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

其中：$\triangle x'$为两事件在$\sum'$中的位置差.

洛伦兹转换下的速度加法原则：设一粒子在惯性坐标系$\sum$中沿 x 轴以速度 u 运动，在惯性坐标系$\sum'$中沿 x'轴以速度 u'运动. 洛伦兹转换下的速度加法与伽利略速度加法不同，它满足：

$u' = \dfrac{u - v}{1 - uv/c^2}$，式中 v 是惯性坐标系 Σ'相对惯性系 Σ 沿着 ox 轴运动速度.

洛伦兹转换下的速度转换关系，粒子相对惯性系运动时，速度定义为：坐标系中的粒子在单位时间内所通过的距离.

设：在惯性系$\sum$中，t 时刻测得粒子的位置为$(x、y、z)$，$t + \delta t$ 时刻测得粒子的位置为：$(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z)$此粒子相对$\sum$系的速度为：$u_x = \delta x/\delta t$，$u_y = \delta y/\delta t$，$u_z = \delta_z/\delta t$. 问粒子在$\sum'$系中的速度 $u_x' u_y' u_\delta'$ 如何求？根据洛伦兹转换公式有：

$$\begin{cases} u_x' = \dfrac{\delta x'}{\delta t'} = \dfrac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} \\ u_y' = \dfrac{\delta y'}{\delta t'} = u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}/(1 - u_x v/c^2) \\ u_z' = \dfrac{\delta z'}{\delta t'} = u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}/(1 - u_x v/c^2) \end{cases}$$

附录三

儒略日和儒略历元

儒略日：天文学中计算长时间间隔累计日数时，直接用日来计算的单位，称为儒略日，用符号 JD 表示.

儒略日以公元前 4713 年(公元前 1 年在天文上记为 0 年，公元前 4713 年在天文上记为 -4712 年)1 月 1 日格林尼治平时 12^h 为起算点，连续不断地计数下去，这样就能非常方便的求出两个事件间所经历的日数. 从 1984.0 年起，根据国际天文学协会(IAU)决议，天文学中的天文参考系和天文常数系统采用新的标准历元为 2000 年 1 月 1.5 日 TDB，记作 J2000.0 此时的儒略日 JD＝2451545.0. 在我国的天文年历中，刊有当年每天所对应的儒略日数(查"世界时和恒星时"表)；以及 1000 年至 1999 年内每天的儒略日(查表一：儒略日). 借助"中国天文年历"这两部分可以求出任意时刻所对应的儒略日数.

由于儒略日计数现在位数太多，天文学中还采用一种简化了的儒略日，记为 MJD. MJD 的起算点为 1858 年 11 月 17 日世界时 0^h，对应的儒略日为 2400000.5 日，有公式 MJD＝JD－2400000.5；一儒略年包含 365.25 日，一儒略世纪为 36525 日. 某年的儒略年首与标准历元(J2000.0)的时间间隔为儒略年 365.25 日的倍数. 例如：1989 年儒略年首在 1 月 0.75 日 JDB，记作 *J*1989.0. 并可得到 J1989.0 时儒略日数.

1984.0 年以前天文学采用的是贝塞耳年首作为历元开始. 贝塞耳年首是加了光行差改正后由平春分点算起的平太阳赤经恰好等于 18^h40^m 的瞬间，用年份前加符号 *B*，年份后加. 0 来表示. 如 *B*1900.0；*B*1950.0；贝塞耳年长取为 *B*1900.0(JD＝2415020.31352)的回归年长度，即 365.242198781 日. 如果已知

观测瞬间(或任意时刻儒略日 JD),则儒略历元可以表示为:

J2000.0+(JD−2451545.0)/365.25

而贝塞耳历元则为:

B1900.0+(JD−2415020.31352)/365.242198781

根据上面两式,我们就可以得到相应贝塞耳历元和儒略历元.

附录四

IAU 1976 年天文常数系统

时间单位:日,一日=86400 国际制秒(SI); 质量单位:太阳质量(S);

长度单位:天文单位(AU); 1 儒略世纪=36525 日

NO	常数名称	采用值
		规定常数
1.	Gauss 引力常数	$R = 0.01720209895$
		基础常数
2.	光速	$c = 299792458$ 米/秒
3.	天文单位的光行时	$\tau_A = 499.004782$ 秒
4.	地球赤道半径	$a_e = 6378140$ 米
5.	地球形状的动力学系数	$J_2 = 0.00108263$
6.	地心引力常数	$GE = 3.986005\times10^{14}$ 米^3/秒^2
7.	引力常数	$G = 6.672\times10^{-11}$ 米^3/千克·秒^2
8.	地月系质量比	$\mu = 0.01230002$
9.	标准历元 2000 年的黄经总岁差	$P = 5029''.0966$/儒略世纪
10.	标准历元 2000 年的赤黄交角	$\varepsilon = 23°26'21''.448$
11.	标准历元 2000 年的章动常数	$N = 9''.2109$
		导出常数
12.	一天文单位的长度	$A = c\tau_A = 1.4959780\times10^{11}$ 米
13.	太阳视差	$\arcsin\left(\frac{a_e}{A}\right) = \pi_\odot = 8''.794148$
14.	标准历元 2000 年的光行差常数	$K'' = 20''.49552$
15.	地球扁率	$f = 0.00335281 = \frac{1}{298.257}$
16.	日心引力常数	$A^3K^2/D^2 = GS = 1.32712438\times10^{20}$ 米^3/秒^2
17.	太阳和地球质量比	$(GS)/(GE) = S/E =$ [illegible]

18. 太阳和地月系质量比　　$S/E(1+\mu)=328900.5$

19. 太阳质量　　$(GS)/G=S=1.9891\times10^{30}$千克

行星质量系统(太阳质量=1)

水星	6023600
金星	408523.5
地月系	328900.5
火星	3098710
木星	1047.355
土星	3498.5
天王星	22869
海王星	19314
冥王星	3000000

(行星质量的例数)

附录五

IAU 1980年章动序列表

其中前五列为基本自变量L、L'、F、D、Ω；第6列是章动周期；第7列是黄经章动$\Delta\Psi$系数；第8列是$\Delta\Psi$系数的变率；第9列是交角章动$\Delta\varepsilon$的系数；第10列是$\Delta\varepsilon$系数的变率，总共106行.

序号	基本引数 L	L'	F	D	Ω	T(日)	($\Delta\Psi$) (0″.0001)	$d(\Delta\Psi)$ (0″.00001)	$\Delta\varepsilon$系数 (0″.0001)	$d(\Delta\varepsilon)$ (0″.0001)
1	0	0	0	0	1	6798.4	−171996	−174.2	92025	8.9
2	0	0	0	0	2	3399.2	2062	0.2	−895	0.5
3	−2	0	2	0	1	1305.5	46	0.0	−24	0.0
4	2	0	−2	0	0	1095.2	11	0.0	0	0.0
5	−2	0	2	0	2	1615.7	−3	0.0	1	0.0
6	1	−1	0	−1	0	3232.9	−3	0.0	0	0.0
7	0	−2	2	−2	1	6786.3	−2	0.0	1	0.0
8	2	0	−2	0	1	943.2	1	0.0	0	0.0
9	0	0	2	−2	2	182.6	−13187	−1.6	5736	−3.1
10	0	1	0	0	0	365.3	1426	−3.4	54	−0.1
11	0	1	2	−2	2	121.7	−517	1.2	224	0.6
12	0	−1	2	−2	2	365.2	217	−0.5	−95	0.3
13	0	0	2	−2	1	177.8	129	0.1	−70	0.0
14	2	0	0	−2	0	205.9	48	0.0	1	0.0
15	0	0	2	−2	0	173.3	−22	0.0	0	0.0
16	0	2	0	0	0	182.6	17	−0.1	0	0.0
17	0	1	0	0	1	386.0	−15	0.0	9	0.0
18	0	2	2	−2	2	91.3	−16	0.1	7	0.0
19	0	−1	0	0	1	346.6	−12	0.0	6	0.0
20	−2	0	0	2	1	199.8	−6	0.0	3	0.0

序号	基本引数					T(日)	(△Ψ) (0″.0001)	d(△Ψ) (0″.00001)	△ε 系数 (0″.0001)	d(△ε) (0″ 0001)
	L	L′	F	D	Ω					
21	0	−1	2	−2	1	346.6	−5	0 0	3	0 0
22	2	0	0	−2	1	212.3	4	0.0	−2	0.0
23	0	1	2	−2	1	119.6	4	0.00	−2	0.0
24	1	0	0	−1	0	411.8	−4	0.0	0	0.0
25	2	1	0	−2	0	131.7	1	0.0	0	0.0
26	0	0	−2	2	1	169.0	1	0.0	0	0.0
27	0	1	−2	2	0	329.8	−1	0.0	0	0.0
28	0	1	0	0	2	409.2	1	0.0	0	0.0
29	−1	0	0	0	1	388.3	1	0 0	0	0 0
30	0	1	2	−2	0	117.5	−1	0.0	0	0.0
31	0	0	2	0	2	13.7	−2274	−0.2	977	−0.5
32	1	0	0	0	0	27.6	712	0.1	−7	0.0
33	0	0	2	0	1	13.6	−386	−0.4	200	0.0
34	1	0	2	0	2	9.1	−301	−0.0	129	−0.1
35	1	0	0	−2	0	31.8	−158	−0.0	−1	0.0
36	−1	0	2	0	2	27.1	123	0.0	−53	0 0
37	0	0	0	2	0	14.8	63	−0.0	−2	0.0
38	1	0	0	0	1	27.7	63	0 1	−33	0.0
39	−1	0	0	0	1	27.4	−58	−0.1	32	0.0
40	−1	0	2	0	1	9.6	−59	0.0	26	0.0
41	1	0	2	0	1	9.1	−51	0.0	27	0.0
42	0	0	2	0	1	7.1	−38	0.0	16	0.0
43	2	0	0	0	1	13.8	29	0.0	−1	0.0
44	1	0	2	0	1	23.9	29	0.0	−12	0.0
45	2	0	2	0	2	6.9	−31	0.0	13	0.0
46	0	0	2	0	1	13.6	26	0.0	−1	0.0
47	−1	0	2	0	1	27.0	21	0.0	−10	0.0
48	−1	0	0	0	1	32.0	16	0.0	−8	0.0
49	1	0	0	−2	1	31.7	−13	0.0	7	0.0
50	−1	0	2	2	1	9.5	−10	0.0	5	0.0

序号	基本引数					T(日)	(△Ψ)	d(△Ψ)	△ε 系数	d(△ε)
	L	*L'*	*F*	*D*	*Ω*		(0″.0001)	(0″.00001)	(0″.0001)	(0″.0001)
51	1	1	0	−2	0	34.8	−7	0.0	0	0.0
52	0	1	2	0	2	13.2	7	0.0	−3	0.0
53	0	−1	2	0	2	14.2	−7	0.0	3	0.0
54	1	0	2	2	2	5.6	−8	0.0	3	0.0
55	1	0	9	2	0	9.6	6	0.0	0	0.0
56	2	0	2	−2	2	12.8	6	0.0	−3	0.0
57	0	0	9	2	1	14.8	−6	0.0	3	0.0
58	0	0	2	2	1	7.1	−7	0.0	3	0.0
59	1	0	2	−2	1	23.9	6	0.0	−3	0.0
60	0	0	0	−2	1	14.7	−5	0.0	3	0.0
61	1	−1	0	0	0	29.8	5	0.0	0	0.0
62	2	0	2	0	1	6.9	−5	0.0	3	0.0
63	0	1	0	−2	0	15.4	−4	0.0	0	0.0
64	1	0	−2	0	0	26.9	4	0.0	0	0.0
65	0	0	0	1	0	29.5	−4	0.0	0	0.0
66	1	1	0	0	0	25.6	−3	0.0	0	0.0
67	1	0	2	0	0	9.1	3	0.0	0	0.0
68	1	−1	2	0	2	9.4	−3	0.0	1	0.0
69	−1	−1	2	2	2	9.8	−3	0.0	1	0.0
70	−2	0	0	0	1	13.7	−2	0.0	1	0.0
71	3	0	2	0	2	5.5	−3	0.0	1	0.0
72	0	−1	2	2	2	7.2	−3	0.0	1	0.0
73	1	1	2	0	2	8.9	2	0.0	−1	0.0
74	−1	0	2	−2	1	32.6	−2	0.0	1	0.0
75	2	0	0	0	1	13.8	2	0.0	−1	0.0
76	1	0	0	0	2	27.8	−2	0.0	1	0.0
77	3	0	0	0	0	9.2	2	0.0	0	0.0
78	0	0	2	1	2	9.3	2	0.0	−1	0.0
79	−1	0	0	0	2	29.3	1	0.0	−1	0.0
80	1	0	0	−4	0	10.1	−1	0.0	0	0.0

序号	基本引数					T(日)	(△Ψ)	d(△Ψ)	△ε 系数	d(△ε)
	L	L'	F	D	Ω		(0″.0001)	(0″.00001)	(0″.0001)	(0″.0001)
81	−2	0	2	2	2	14.6	1	0.0	−1	0.0
82	−1	0	2	4	2	5.8	−2	0.0	1	0.0
83	2	0	0	−4	0	15.9	−1	0.0	0	0.0
84	1	1	2	−2	2	22.5	1	0.0	−1	0.0
85	1	0	2	2	1	5.6	−1	0.0	1	0.0
86	−2	0	2	4	2	7.3	−1	0.0	1	0.0
87	−1	0	4	0	2	9.1	1	0.0	0	0.0
88	1	−1	0	−2	0	29.3	1	0.0	0	0.0
89	2	0	2	−2	1	12.8	1	0.0	−1	0.0
90	2	0	2	2	2	4.7	−1	0.0	0	0.0
91	1	0	0	2	1	9.6	−1	0.0	0	0.0
92	0	0	4	−2	2	12.7	1	0.0	0	0.0
93	3	0	2	−2	2	8.7	1	0.0	0	0.0
94	1	0	2	−2	0	23.8	−1	0.0	0	0.0
95	0	1	2	0	1	13.1	1	0.0	0	0.0
96	−1	−1	0	2	1	35.0	1	0.0	0	0.0
97	0	0	2	0	1	13.6	−1	0.0	0	0.0
98	0	0	2	−1	2	25.4	−1	0.0	0	0.0
99	0	1	0	2	0	14.2	−1	0.0	0	0.0
100	1	0	−2	−2	0	9.5	−1	0.0	0	0.0
101	0	−1	2	0	1	14.2	−1	0.0	0	0.0
102	1	1	0	−2	1	34.7	−1	0.0	0	0.0

序号	基本引数					T(日)	($\Delta\Psi$) (0″.0001)	$d(\Delta\Psi)$ (0″.00001)	$\Delta\varepsilon$系数 (0″.0001)	$d(\Delta\varepsilon)$ (0″.0001)
	L	L'	F	D	Ω					
103	1	0	−2	2	0	32.8	−1	0.0	0	0.0
104	2	0	0	2	0	7.1	1	0.0	0	0.0
105	0	0	2	4	2	4.8	−1	0.0	0	0.0
106	0	1	0	1	0	27.3	1	0.0	0	0.0

基本引数 L、L'、F、D、Ω 满足下列公式：

$L=134°57'46''.733+(1325^{\gamma}+198°52'02''.633)T+31''.310T^2+0''.064T^3$

$L'=357°31'39''.804+(99^{\gamma}+359°03'01''.224)T-0''.577T^2-0''.012T^3$

$F=93°16'18''.877+(1342^{\gamma}+82°01'03''.137)T-13''.257T^2+0''.011T^3$

$D=297°51'01''.307+(1236^{\gamma}+307°06'41''.328)T-6''.891T^2+0''.019T^3$

$\Omega=125°02'40''.280-(5^{\gamma}+134°08'10''.539)T+7''.455T^2+0''.008T^3$

其中 T 为从定向历元 2000.0 年＝2000 年 1 月 1.5 日 TDB＝JD2451545.0TDB 起算的儒略世纪数.

L：月球平近点角

L'：太阳平近点角

F：月球平升交角距

D：日月平角距

Ω：月球轨道对黄道平均升交点的黄经

表达式中的 $\gamma=360°$；例如：$5^{\gamma}=5\times360°$其它以此类推，计算时要注意使用.

附录六

天体测量星表

1. **位置和自行星表：**

星表名称	星数	区域	中心历元 Tc	极限星等 m	位置误差 (Tc):mas	位置误差 (1995):mas	自行误差 mas/yr	说明(用途、作者和参考文献)
FK5	1,535	全天	1950.0	7.0	20	37	0.7	FK5＝Fifth Fundamental Catalogue 从 1984.0 年开始采用的天球参考坐标系 Fricke，W，et al 1988，FK5，Part1). The Basic Fundamental stars Ver off. Astron. Rechen — Instituts，Heidelberg，32.
FK5Ext	3,117	全天	1944.0	9.5	55	140	2.6	The FK5 Extension; New Fundamental stars. FK5 天球参考坐标系向暗星延伸部分. Fricke，W，et al，1991，Ver off. Astron. Rechen — Instituts，Heidelberg，33.

IRS,I	29,163	全天	1950.0	9.5	80	205	4.2	IRS = International Reference Stars. 国际参考星 Corbin, T. 1991, U. S. Naval Observatory. IRS.
IRS, II	7,064	全天	1950.0	9.5	120	315	6.5	国际参考星向低精度延伸部分. Corbin, T. 1991, U. S. Naval Observatory. IRS lower precision data.
ACRS,I	250,052	全天	1950.0	10.5	88	230	4.7	ACRS = Astrographic Catalogue Reference stars. 照相参考星,该星表给出了恒星位置和自行. Corbin, T. et al, 1991, U. S, Naval Observatory, ACRS.
ACRS, II	70,159	全天	1950.0	10.5	140(约)	370	7.5(约)	ACRS 的低精度数据. Corbin, T. et al, 1991, U. S, Naval Observatory.

PPMN	181,731	北天	1931.0	10.5	100	290	4.3	PPM = Positions and proper Motions. 北天位置和自行星表包含了所有有用的恒星位置和自行，其精度比较高. Roser, S. et al,1991, PPM Star catalogue Vols. I & Ⅱ ,Astron. Rechen－Institute, Heidelerg.
PPM S	197,179	南天	1962.0	10.5	73	120	3.0	南半天球的位置和自行星表. Roser, S. et al, 1993, PPM Star catalogue（The sorthern Hemisphere）Astron. Rechen－Instituts, Heidelberg:
CPC2	276,131	南天	1967.0	10.5	54	—	—	CPC2＝The second Cape photographic Catalogue.（南天照相星表是恒星位置星表）,de vegt. et al, 1992, A&A sapplements CPC2.

HIC	118,209	全天	未定	12.5	—	300	4	HIC＝The HIPPARCOS Input Catalogue. HIPPARCOS 卫星的输入星表，位置误差是对应 1990 年的. Turon，C，et al，1992，ESA SP－1136
AGK3	183,173	北天	1944.0	10.5	210	550	10	AGK3＝Third Catalogue of the Astronomisches Gesellschaft. 德国第三星表，自行由 AGK3－AGK2 得到，赤纬 $\delta=-2^{\circ}.5$ 以北天区的恒星位置和自行. Dieckvoss，W. et al.，1975，Vols. 1—8，Hamburg－Bergedorf.
AGK3U	170,464	北天	1951.0	10.5	118	280	5.8	AGK3U ＝ Update to AGK3 Using a re－redution of HST GSC for third epoch positions. 经过修正 AGK3 星位. Bucciarelli，B.，et al，1992，Astron. J. 103,1689.

SAOSC	258,997	全天	1930.0	9	200	990	15	SAOSC = Smithsonian Astrophysical Observatory star catalogue, Washington, D.C. 表列精度为发表日期(1966年)时的精度 Smithsonian Institution, 1966.
SKYMAP	248,558	全天	1930.0	9	200	990	15	NASA Goddard Space Flight center, Greenbelt. An operations catalogue for guidance and tracking NASA Spacecraft. 飞船的跟踪和导航星表
CPC	454,875	南天	未定	10	未定	未定	未定	CPC=Cape photographic Catalogue for 1950. publication of the Royal Observatory, Cape of Good Hope 照相星表

Yale Zone	221,338	全天	未定	10	未定	未定	未定	Yale photographic Catalogues, 1926 — 83, Trans. Astron. Obs. Yale University, Vols 3—32, and yale zone catalogues — Integrated version. 照相星表
HSTGSC	2×10e7	全天	1980.0	16	250	未定	未定	哈勃空间望远镜导星星表.(HST Guide star catalogue) Lasker, B. M, et al, 1990, Astron. J. 99, 2019, and CD－ROM as Gsc 1.0; an updated version GSC1.1 was issued on CD－ROM on I August 1992.
KSZ	21,817	Dec≥－30	1960.0	9	150	未定	未定	KSZ ＝ Faint Star Catalogue. 已被包括在国际参考星(IRS)之内.
BKAT	4,949	全天	1969.0	5.9	80	90	1.7	BKAT＝Bright Star Catalogue. 位置和自行的亮星星表. Chrutkaya, E. V. 1985, Astron, J. U. S. R. R. 62, 605.

2. 未来的星表

星表名称	星数	区域	中心历元 Tc	极限星等 m	位置误差 (Tc):mas	位置误差 (1995):mas	自行误差 mas/yr	说明(用途、作者和参考文献)
Hipparcos	118,209	全天	1991.0	9	2	8	2	尹巴谷卫星星表，高精度的位置和自行星表，一些精度较高的恒星，星等可达 13^m. publication appear in conference proceedings and the ESA SP series.
TYCHO	1,100,000	全天	1991.0	12.0	30	—	—	从 Hipparcos 卫星得到的TYCho 星表. 向暗星增加大批恒星. Publication appear in conference proceedings and the ESA SP series.
TAC	1,000,000	全天	1989.0	12.0	50	50	3	TAC = Tycho second epoch positions with Astrographic catalogue first epoch positions re — reduced *using* Hipparcos stars as the reference frame. 以尹巴谷星表作为参考坐标系修订的照相星表位置.

GAC	4,000,000	全天	1954.0	12.5	200	350	7	GAC＝HST GSC second epoch positions with Astrographic catalogue fist epoch positions re－reduced *using* ACRS stars as reference frame. 以 ACRS 星表位置作为参考系修订的照相星表位置.
IFRS	3,000	全天	—	13	—	—	—	IFRS＝Intermediate Fundamental Reference stars.
NPM	150,000	＋90～－23	1968.0	18	120	180	5	NPM ＝ Northern proper motion survey. 银河外的恒星相对河外星系的绝对自行和位置.
NPMGP	150,000	银道面	1968.0	18	120	180	5	银河内的恒星相对河外星系的绝对自行和位置. Klemola, A. R. et al, 1987, Astrón. J. 94,501.
SPM	1,000,000	－22～－90	1980.0	18	100	125	5	SPM＝Southern proper motion survey. 恒星绝对自行和位置星表(南半天球)Van Altena, W. F. et al, 1990, The yale — san southern proper motion proguam.

FON	36,000000	+90~−15	1990?	16	150	—	—	FON=Four−Fold coverage of Northern Sky. 该星表可望 2000 年时完成. Kolchinsky, I. G. et al, 1978, In IAU colloq. 48.
EKAT	1,000,000	+20~−20	1993?	12	150	—	—	EKAT = Equatorial catalogue. 赤道地区星表,现已完成 60%以上. polojentsev, D. D. et al, 1991, In proceedings of the First spain−USSR workshop on positional Astronomy and celestial mechanics.
AC2	4,000,000	全天	?	13	150	?	?	第一历元为照相星表(AC),第二历元采用同样照相方法取得恒星位置. 计划已开始执行.

参考文献

1. Green, Robin M. Spherical Astronomy. Cambridge Univ. pr. ,1985.

2. Taff, Laurence G. Computational Spherical Astronomy. 1981 by John wiley & sons. Inc.

3. Woolard, Edgar W. 球面天文学,全和钧等译,测绘出版社,1984.

4. 苗永宽,球面天文学,科学出版社,1981

5. Kovalevsky J. IAU colloguium, 1980, 56: 77.

6. Hemeneay P D, Duncombe R L. IAU colloguium, 1980, 56: 277.

7. Kovalevsky J, Mueller LVan I, Kolaczek B. Reference Frames. 1989 by klvwer Academic publishers.

8. 冒蔚等,基本星表和天球参考系,科学出版社,1990.

9. H. 艾科恩,恒星方位天文学,任江平等译,测绘出版社,1981.

10. 容建湘,恒星天文学,高等教育出版社,1987.

11. K、A、库里柯夫著,新天文常数系统,吴守贤译,科学出版社,1979.

12. 中国科学院紫金山天文台,中国天文年历,科学出版社,1983、1984.

13. L. G. 塔夫,计算球面天文学,科学出版社,1992.

14. Proceedings of the 127th colloguium of the I A U, Reference systems, 1990, washington, D. C.

［Ｇｅｎｅｒａｌ Ｉｎｆｏｒｍａｔｉｏｎ］
书名＝球面天文学
作者＝马文章编著
页数＝２８６
ＳＳ号＝１２１７９６７６
出版日期＝１９９５．１１